F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 1 ANUL 1980
IANUARIE – MARTIE

COMITETUL DE REDACŢIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar ştiinţific); Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădişteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănăşilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuţa poştală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

Gh. Th. Gheorghiu, Eleonora Marcu

Des propriétés des fonctions holomorphes nonholonomes 3

Ana Niţă

Ultraproduse ale unor clase de inele 13

MECANICĂ

I. Roşca, I. Chelemen

Studiul numeric al procesului de lucru al tocătorului-aruncător cu cuţite elicoidale cu profil curb de la combinele de recoltat furaje 19

Şt. Staicu

Écoulement supersonique anti-symétrique autour de l'aile delta avec détachement du courant aux bords 29

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

N. Apostolescu, T. Turcoiu

Influenţa neuniformităţii debitării combustibilului asupra emisiei de oxid de azot a motorului cu aprindere prin comprimare 39

Gh. Zătreanu

Unele rezultate ale calculului proceselor gazodinamice dintre piston şi cilindru, la motorul cu ardere internă 49

M. G. Popa, L. Drăguţan, M. Iacomi

Unele aspecte ale recirculării de gaze calde de evacuare la motorul D—115 în cazul alimentării cu metanol 59

N. Negurescu, C. Pană, D. Cuciuc

Cercetări privind posibilităţile utilizării benzinei de cifră octanică scăzută la autoturismul Dacia 65

AERONAVE

P. V. Marinescu

O metodă pentru determinarea profilelor de viteză şi temperatură în curgerea jetului liber incompresibil 73

V. Stanciu

Corelaţia dintre distribuţia de viteze axiale şi profilul canalului de lucru al unui compresor axial subsonic 85

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

A. Vlase, M. Minca, Gh. Amza

O metodă rapidă de determinare a vitezei de aşchiere la găurirea oţelurilor inoxidabile 97

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu, Ecaterina Cioară

Proiectarea tehnologiei de tragere a ţevilor cu ultrasunete, asistată de calculator numeric 103

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

MATEMATICĂ

C.Z. 517.535.4

DES PROPRIÉTÉS DES FONCTIONS HOLOMORPHES NONHOLONOMES

GH. TH. GHEORGHIU ELEONORA MARCU *

On emploie la définition d'une fonction holomorphe nonholonome [4], dans le cas de deux variables. On établit quelques propriétés algébriques de ces fonctions et on introduit la notion de fonction harmonique nonholonome.

On trouve la propriété de groupe d'une ensemble de transformations de congruences définies avec des fonctions holomorphes nonholonomes.

1. Considérons dans le plan deux axes, par rapport auxquelles nous considérons un point $M(x, y)$. On sait que le plan rapporté aux coordonnées complexes est représenté à l'aide des variables

$$z = x + iy, \qquad \bar{z} = x - iy, \qquad i^2 = -1 \tag{1}$$

Réciproquement, les variables réelles sont données par les formules :

$$x = \frac{1}{2}(z + \bar{z}); \qquad iy = \frac{1}{2}(z - \bar{z}) \tag{1'}$$

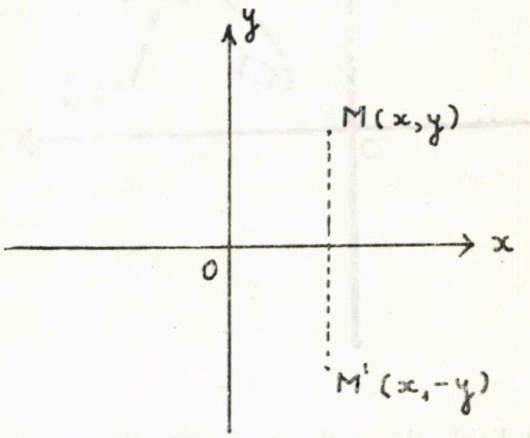


Fig. 1

De cette manière, une fonction C' de deux variables complexes sera de la forme :

$$X_{(x,y)} + iY_{(x,y)} = f_{(z,\bar{z})} \tag{2}$$

Cette fonction admet deux dérivées par rapport aux variables complexes :

Ouvrage reçu à la rédaction le 8 Mars 1979

* Prof. dr. doc.; Lector, Catedra de matematici I.

par

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y}\right) + \frac{i}{2}\left(-\frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial Y}{\partial x}\right) \tag{3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X}{\partial x} - \frac{\partial Y}{\partial y}\right) + \frac{i}{2}\left(\frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial Y}{\partial x}\right) \tag{3'}$$

Ces formules ont été introduites dans le calcule complexe par le mathématicien roumain G. Călugăreanu [1].
La deuxième formule est la dérivée aréolaire introduite par D. Pompeiu [5].
Si la fonction est holomorphe dans le point $M(x, y)$ alors sont satisfaites les conditions de Cauchy-Riemann

$$\frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial Y}{\partial y}; \qquad \frac{\partial X}{\partial y} = -\frac{\partial Y}{\partial x} \tag{4}$$

et en résulte de (3')

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0, \qquad \text{ou } f = f(z) \tag{4'}$$

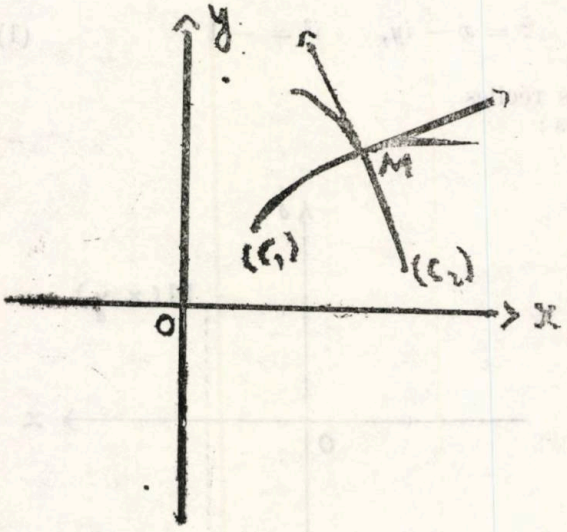


Fig. 2

On peut élargir la notion d'holomorphie dans un domaine simplement connexe.

Mentionnons que les fonctions holomorphes ont les plus simples propriétés, étant C^∞ et C^ω.

2. Considérons dans le plan deux familles de courbes définies par les équations différentielles

$$\frac{\mathrm{d}x}{l(x, y)} = \frac{dy}{m(x, y)} \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{n(x, y)} = \frac{\mathrm{d}y}{p(x, y)} \tag{5'}$$

à l'aide desquelles nous introduisons deux formes Pfaff

$$\mathrm{d}s = a(x, y)\mathrm{d}x + b(x, y)\mathrm{d}y \tag{6}$$

$$\mathrm{d}t = c(x, y)\mathrm{d}x + d(x, y)\mathrm{d}y \tag{6'}$$

Nous supposons que dans chaque point d'intersection de deux courbes dans des familles différentes, les tangentes sont distinctes, c'est-á-dire nous avons

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0 \tag{7}$$

Nous supposons encore que les formes Pfaff (6) et (6′) sont nonintégrables ; dans ce cas les vecteurs $a\,(x, y)\bar{i} + b\,(x, y)\bar{j}$ et $c\,(x, y)\bar{i} + d\,(x, y)\bar{j}$ ne sont pas de gradients et les symboles s, t ne sont pas de variables au sens courant du mot attribuée dans l'analyse. Nous les désignons sous le nom de *variables nonholonomes* en désignant les variables x, y sous le nom de *variables holonomes.*

Les inverses des formes (6) et (6′) seront

$$\mathrm{d}x = 1\,(x, y)\mathrm{d}s + n(x, y)\mathrm{d}t \tag{8}$$

$$\mathrm{d}y = m\,(x, y)\mathrm{d}s + p(x, y)\mathrm{d}t \tag{8′}$$

où l, m, n, p sont les réciproques des éléments du déterminant Δ (7). Autrement dit, nous avons

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l & n \\ m & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & n \\ m & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \mathrm{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

3. Tenant compte de la nature abstraite des variables nonholonomes, on ne peut pas construire une algèbre oú une analyse en style classique. Toutefois, nous fairons la convention que l'opérateur différentiel „d" dans (8) et (8′) maintient les mêmes propriétés que l'opérateur „différentielle totale", et nottons formellement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial x} &= a, \quad \frac{\partial s}{\partial y} = b \\ \frac{\partial t}{\partial x} &= c \quad \frac{\partial t}{\partial y} - = d \end{aligned} \tag{10}$$

et inversement

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial s} &= 1\,; \quad \frac{\partial x}{\partial t} = n \\ \frac{\partial y}{\partial s} &= m\,; \quad \frac{\partial y}{\partial t} = p \end{aligned} \tag{10′}$$

L'opérateur „d" est linéaire.

Nous pouvons affirmer que les variables nonholonomes s et t sont fonctions de x et y par les équations (6) et (6′) ; inversement, les variables x et y sont fonctions de s et t á l'aide des formules (8) et (8′).

Nous fairons la convention que l'opérateur différentiel défini ci-dessus, satisfait la règle de la dérivée composé, c'est á dire

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} = l\frac{\partial f}{\partial x} + m\frac{\partial f}{\partial y} \tag{11}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial} = n\frac{\partial f}{\partial x} + p\frac{\partial f}{\partial y} \tag{11'}$$

où, sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial s} \\ \\ \dfrac{\partial f}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m \\ \\ n & p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{11''}$$

En réalité, les équations (11) et (11') définissent l'opérateur différentiel par rapport aux variables nonholonomes.

En partant de variables nonholonomes réelles s, t définies par (6) et (6') nous pouvons introduire de variables complexes nonholonomes par les formules :

$$\mathrm{d}\sigma = \mathrm{d}s + i\mathrm{d}t,\ \mathrm{d}\bar{\sigma} = \mathrm{d}s - i\mathrm{d}t = \overline{\mathrm{d}\sigma} \tag{12}$$

En utilisant les formes (6), (6') et les formules (1'), nous pouvons obtenir des formules de la forme

$$\mathrm{d}\sigma = \alpha\ \mathrm{d}z + \beta\,\mathrm{d}\bar{z} \tag{13}$$

$$\mathrm{d}\bar{\sigma} = \bar{\beta}\,\mathrm{d}z + \bar{\alpha}\,\mathrm{d}\bar{z} \tag{13'}$$

où

$$\alpha = \frac{a+d}{2} + i\frac{c-b}{2},\quad \beta = \frac{a-d}{2} + i\frac{c+b}{2} \tag{14}$$

À l'aide de la condition (7) on a $\alpha\bar{\alpha} - \beta\bar{\beta} \neq 0$ c'est-à-dire nous pouvons inverser les formules (13) et (13') par

$$\mathrm{d}z = \alpha'\mathrm{d}\sigma + \beta'\mathrm{d}\bar{\sigma} \tag{15}$$

$$\mathrm{d}\bar{z} = \bar{\beta}'\,\mathrm{d}\sigma + \bar{\alpha}'\,\mathrm{d}\bar{\sigma} \tag{15'}$$

où

$$\alpha' = \frac{\bar{\alpha}}{\alpha\bar{\alpha} - \beta\bar{\beta}},\quad \beta' = -\frac{\beta}{\alpha\bar{\alpha} - \beta\bar{\beta}} \tag{16}$$

4. Par définition, nous désignons la dérivée nonholonome complexe, l'opérateur défini par les formules

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = \alpha' \frac{\partial f}{\partial z} + \beta' \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \tag{17}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} = \beta' \frac{\partial f}{\partial z} + \bar{\alpha}' \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \tag{17'}$$

Conformèment aux formules (3) et (3') nous trouvons les formules analogues :

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X}{\partial s} + \frac{\partial Y}{\partial t}\right) + \frac{i}{2}\left(-\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial Y}{\partial s}\right) \tag{18}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X}{\partial s} - \frac{\partial Y}{\partial t}\right) + \frac{i}{2}\left(\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial Y}{\partial s}\right) \tag{18'}$$

Par définition, nous dirons que la fonction $f = X + iY$ est *holomorphe nonholonome* si

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} = 0 \tag{19}$$

c'est à dire quand nous avons

$$\frac{\partial X}{\partial s} = \frac{\partial Y}{\partial t}, \quad \frac{\partial X}{\partial t} = -\frac{\partial Y}{\partial s} \tag{19'}$$

qui remplace les conditions de Cauchy-Riemann (4) valables pour le cas holonome.

Cette définition conduit à une nouvelle classe de fonctions de variables complexes. À l'aide de ces fonctions on peut construire une nouvelle structure presque complexe, analogue à la structure complexe holonome (4). [4]

5. Dans ce qui suit nous donnons quelques propriétés algébriques pour les fonctions complexes nonholonomes.

Si f_1 et f_2 sont deux fonctions holomorphes nonholonomes, alors les fonctions

$$f_1 + f_2; \quad f_1 \cdot f_2; \quad f_1/f_2; \quad (f_2 \neq 0); \quad f_1(f_2) \tag{20}$$

sont aussi holomorphes nonholonomes (nous supposons que les opérations dans (20) sont définies).

Nous démontrerons, par exemple, que la fonction f_1 et f_2 ont cette propriété ; donc, nous avons

$$\frac{\partial f_1}{\partial \bar{\sigma}} = \frac{\partial f_2}{\partial \bar{\sigma}} = 0$$

et, tenant compte de (17′) nous obtenons

$$\frac{\partial}{\partial\bar{\sigma}}(f_1f_2)=\alpha^1\frac{\partial}{\partial z}(f_1f_2)+\beta'\frac{\partial}{\partial\bar{z}}(f_1f_2)=f_2\frac{\partial f_1}{\partial\bar{\sigma}}+f_1\frac{\partial f_2}{\partial\bar{\sigma}}=0$$

Analogiquement on peut démontrer les autres propriétés aussi.
Les dérivées partielles d'ordre deux d'une fonction nonholonome ne sont pas symétriques. Dans les calculs avec ces dérivées sont utilisables les coéfficients w^e, $e=1,2$ [6].

Pour le cas de deux variables nonholonomes nous avons la formule

$$\frac{\partial^2 f}{\partial s\partial t}-\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial s}=w^e\partial_e f,\quad e=1,2. \tag{21}$$

où f est une fonction invariante et

$$\begin{aligned} w^1&=a\left(\frac{\partial n}{\partial s}-\frac{\partial l}{\partial t}\right)+b\left(\frac{\partial p}{\partial s}-\frac{\partial m}{\partial t}\right)\\ w^2&=c\left(\frac{\partial n}{\partial s}-\frac{\partial l}{\partial t}\right)+d\left(\frac{\partial p}{\partial s}-\frac{\partial m}{\partial t}\right)\end{aligned} \tag{22}$$

En dérivant la première relation de (19′) par rapport à s et la deuxième par rapport à t et en additionnant les égalités obtenues, nous avons :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial s^2}+\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 Y}{\partial s\partial t}-\frac{\partial^2 Y}{\partial t\partial s}=w^1\partial_s Y+w^2\partial Y_t=-w^1\frac{\partial X}{\partial t}+w^2\frac{\partial X}{\partial s} \tag{23}$$

Par définition, nous dirons que la fonction $X(s,t)$ est *harmonique nonholonome* si elle vérifie l'équation aux dérivées partielles d'ordre deux

$$\frac{\partial^2 X}{\partial s^2}+\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}+w^1\frac{\partial X}{\partial t}-w^2\frac{\partial X}{\partial s}=0 \tag{23′}$$

Analogiquement on peut obtenir la même propriété pour la fonction $Y(s,t)$, dont nous pouvons dire que les parties réelles et imaginaires d'une fonction holomorphe nonholonome sont des fonctions harmoniques nonholonomes ;

En tenant compte de conditions (19′), elle sont harmoniques conjuguées.

Observation. Si les formes Pfaff (6) et (6′) sont intégrables, les coéfficients w^e, $e=1,2$ sont zéro et, dans ce cas, le premier membre de (23′) représente le laplacien de la fonction X en acception classique.

6. Nous considèrons maintenant la variable z sous la forme trigonométrique et nous donnons les conditions d'holonomorphie pour le cas nonholonome.

On a

$$z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{24}$$

$$x = \rho\cos\theta,\ y = \rho\sin\theta \tag{25}$$

et

$$dx = \cos\theta\, d\rho - \rho\sin\theta\, d\theta,\ dy = \sin\theta\, d\rho + \rho\cos\theta\, d\theta \tag{25'}$$

Avec ces formules, les formes (6) et (6') deviennent

$$ds = (a\cos\theta + b\sin\theta)d\rho + \rho(-a\sin\theta + b\cos\theta)d\theta \tag{26}$$

$$dt = (c\cos\theta + d\sin\theta)d\rho + (-c\sin\theta + d\cos\theta)d\theta \tag{26'}$$

Nottons

$$\gamma = a\cos\theta + b\sin\theta,\ \delta = \rho(-a\sin\theta + b\cos\theta) \tag{27}$$

$$\lambda = c\cos\theta + d\sin\theta,\ \mu = \rho(-c\sin\theta + d\cos\theta)$$

Nous obtenons les relations

$$ds = \gamma\, d\rho + \delta\, d\theta \tag{28}$$

$$dt = \lambda\, d\rho + \mu\, d\theta \tag{28'}$$

et formellement nous avons les égalités :

$$\frac{ds}{d\rho} = \gamma,\quad \frac{\partial s}{\partial\theta} = \delta,\quad \frac{\partial t}{\partial\rho} = \lambda,\quad \frac{\partial t}{\partial\theta} = \mu \tag{29}$$

Comme l'opérateur différentiel satisfait la règle de la dérivée composé, on a

$$\frac{\partial X}{\partial\rho} = \gamma\frac{\partial X}{\partial s} + \lambda\frac{\partial X}{\partial t},\quad \frac{\partial X}{\partial\theta} = \delta\frac{\partial X}{\partial s} + \mu\frac{\partial X}{\partial t} \tag{30}$$

et encore deux relations pour la fonction Y.

On peut résoudre le système (30) par rapport à $\frac{\partial X}{\partial s}$ et $\frac{\partial X}{\partial t}$ et respectivement par rapport à $\frac{\partial Y}{\partial s}$ et $\frac{\partial Y}{\partial t}$ (nous avons la condition $\gamma\mu - \lambda\delta \neq 0$). Nous obtenons les conditions (19') sous la forme :

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial\rho}\lambda \\ \frac{\partial X}{\partial\theta}\mu \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \gamma\frac{\partial Y}{\partial\rho} \\ \delta\frac{\partial Y}{\partial\theta} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \gamma\frac{\partial X}{\partial\rho} \\ \delta\frac{\partial X}{\partial\theta} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} \frac{\partial Y}{\partial\rho}\lambda \\ \frac{\partial Y}{\partial\theta}\mu \end{vmatrix} \tag{31}$$

7. À l'aide des fonctions holomorphes nonholonomes on peut construire une nouvelle structure presque complexe. analogue à la structure complexe holonome.

Nous fairons la convention d'indiquer les composantes de diverses objets géometriques définis à l'aide des variables nonholonomes par d'indices du commencement d'alphabet : a, b, c ... pendant que celles qui se réfèrent aux variables holonomes par d'indices du milieu d'alphabet : k, l, m, ...

Nous dirons que la variété M_{2n} a une structure holomorphe nonholonome si elle possède $2n$ champs des vecteurs $\lambda_k^a(\lambda_a^k)$
à l'aide desquels on peut définir $2n$ variables nonholonomes par les formes Pfaff

$$d\sigma^\alpha = \lambda_k^\alpha dz^k, \quad d\sigma^{\overline{\alpha}} = \overline{d\sigma^\alpha} = \lambda_k^{\overline{\alpha}} dz^k, \qquad k = (\chi, \overline{\chi}), \; x = 1, \ldots, n, \tag{32}$$

$$\overline{\chi} = \overline{1}, \overline{2}, \ldots \overline{n}$$

De plus, nous supposons qu'on peut construire avec ces variables un calcul tensoriel défini par les transformations

$$d\sigma^{\alpha'} = B_\alpha^{\alpha'} d\sigma^\alpha, \quad d\sigma^{\overline{\alpha'}} = B_{\overline{\alpha}}^{\overline{\alpha'}} d\sigma^{\overline{\alpha}} = \overline{d\sigma^{\alpha'}} \tag{33}$$

où $B_\alpha^{\alpha'}$ sont n^2 fonctions holomorphes nonholonomes (elles dépendent seulement des variables σ^α) de manière qu'elles satisfont aux relations

$$B_{\overline{\alpha}}^{\alpha'} = B_\alpha^{\overline{\alpha'}} = 0, \qquad B_{\overline{\alpha}}^{\overline{\alpha'}} = \overline{B_\alpha^{\alpha'}}, \qquad |B_\alpha^{\alpha'}| \neq 0 \tag{34}$$

$$\partial_{\overline{\beta}} B_\alpha^{\alpha'} = 0, \qquad \partial_\beta B_{\overline{\alpha}}^{\overline{\alpha'}} = 0. \tag{34'}$$

Proposition. Les transformations de congruences exprimables à l'aide des fonctions holomorphes nonholonomes (33) constituent un groupe.

Pour démonstration nous considérons encore une transformation de la même forme

$$d\sigma^{\alpha''} = C_{\alpha'}^{\alpha''} d\sigma^{\alpha'}, \text{ conj.} \tag{35}$$

c'est-à-dire les fonctions $C_{\alpha'}^{\alpha''}$, sont holomorphes nonholonomes. Le produit de deux transformations est

$$d\sigma^{\alpha''} = C_{\alpha'}^{\alpha''}(B_\alpha^{\alpha'}) d\sigma^\alpha, \quad \text{conj.} \tag{36}$$

où les fonctions $C_{\alpha'}^{\alpha''}$, $B_\alpha^{\alpha'}$ sont holomorphes nonholonomes par ce que on a

$$\partial_{\overline{\beta}}(C_{\alpha'}^{\alpha''} B_\alpha^{\alpha'}) = B_\alpha^{\alpha'} \partial_{\overline{\beta}} C_{\alpha'}^{\alpha''} + C_{\alpha'}^{\alpha''} \partial_{\overline{\beta}} B_\alpha^{\alpha'} = 0.$$

Le produit est associatif.

Les inverses des transformations (33) ont des propriétés analogues, c'est-à-dire elles seront de la forme

$$d\sigma^{\alpha} = B^{\alpha}_{\alpha'} d\sigma^{\alpha'}, \quad \text{conj} \tag{37}$$

où $B^{\alpha}_{\alpha'}$, sont définies par les équations

$$B^{\alpha'}_{\alpha} B^{\beta}_{\alpha'} = \delta^{\beta}_{\alpha}, \quad B^{\alpha'}_{\alpha} B^{\alpha}_{\beta'} = \delta^{\alpha'}_{\beta'} \tag{38}$$

Les fonctions $B^{\alpha}_{\alpha'}$, sont holomorphes nonholonomes ; en effet, en dérivant la deuxième relation (38) par rapport à $\overline{\sigma}$, nous obtenons

$$B^{\alpha}_{\beta'} \partial_{\overline{\sigma}} B^{\alpha'}_{\alpha} + B^{\alpha'}_{\alpha} \partial_{\overline{\sigma}} B^{\alpha}_{\beta'} = 0 \tag{39}$$

ou encore

$$B^{\alpha'}_{\alpha} \partial_{\overline{\sigma}} B^{\alpha}_{\beta'} = 0 \tag{40}$$

La dernière relation représente un système linéaire homogène ; conformément à la condition (34) il admet seulement la solution banale, c'est-à-dire

$$\partial_{\overline{\sigma}} B^{\alpha}_{\beta'} = 0$$

En composant les transformations (33) et (37) nous obtenons la transformation identique.

Comme on voit, les propriétés des fonctions holomorphes nonholonomes sont analogues aux propiétés des fonction au sens classique. On peut donner une extension pour les autres propriétés connues, et on peut trouver leurs applications dans les sciences techniques.

BIBLIOGRAPHIE

1. *G. Călugăreanu*, Bull. Soc. de St. Cluj, t. IV, p. 357—361, Cluj, 1928.
2. *Gh. Th. Gheorghiu*, Rev. Roum. de Math. pures et appl. T XV p. 1379—1387, Bucureşti, 1970.
3. *Gh. Th. Gheorghiu*, Bolletino u.m. I (4) p. 153—163, Bologna, 1971
4. *Gh. Th. Gheorghiu*, Bul. I. P. B. seria Chimie-Metalurgie, Nel. XXXIX, nr. 2 p. 3—8, Bucureşti, 1977.
5. *D. Pompeiu*, Rend. del Circolo mat. di Palermo, t. 33, p. 108 (1918) et 35, p. 277 (1913).
6. *Gh. Vrânceanu*, Lecţii de Geometrie diferenţială, vol. I (1962), II (1964), Ed. Did. şi Ped. Bucureşti.
7. *K. Yano*, Differential Geometry on Complex and Almost Complex Spaces, Pergamon Press, New York, 1965.

Proprietăţi ale unor funcţii olomorfe neolonome

Folosind definiţia funcţiilor olomorfe neolonome de mai multe variabile din [4], în această lucrare se consideră în special cazul a două variabile. Se stabilesc proprietăţi ale acestor funcţii, cu care ocazie se introduce şi noţiunea de funcţie armonică neolonomă.

Se găseşte de asemenea proprietatea de grup a unei mulţimi de transformări definite cu ajutorul funcţiilor olomorfe neolonome.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 517.525.2
519.48

ULTRAPRODUSE ALE UNOR CLASE DE INELE

ANA NIȚĂ *

În lucrare sînt analizate clase de inele ale căror proprietăți se transferă ultraproduselor. Mai precis, este vorba de inele de polinoame și de inelele cu proprietatea că orice ideal al lor este sumand. De asemenea se dau exemple de inele care nu au această proprietate de transfer (inele euclidiene, principale, dedekindiene, cvasiartiniene).

§1. Fixăm o mulțime nevidă A. Dacă $\{R_\alpha\}_{\alpha\in A}$ este o familie nevidă de inele nenule și $\mathscr{F}$ un ultrafiltru pe A, atunci mulțimea :

$$\varphi(\mathscr{F})=\left\{f\in\prod_{\alpha\in A}R_\alpha \,|\, Z(f)\in\mathscr{F}\right\},\ \text{unde}\ \ Z(f)=\{\alpha\in A\,|\,f(\alpha)=0\},$$

este un ideal bilateral al produsului direct $R=\prod_{\alpha\in A}R_\alpha$.

Inelul factor $R/\varphi(\mathscr{F})$ se notează prin $R/\mathscr{F}$ și se numește ultraprodusul asociat familiei de inele $\{R_\alpha\}_{\alpha\in A}$ și ultrafiltrului $\mathscr{F}$. Așadar, dacă $f, g\in R$, atunci $\hat{f}=\hat{g}$ în $R/\mathscr{F}$ dacă și numai dacă mulțimea $\{\alpha\in A\,|\,f(\alpha)=g(\alpha)\}$ aparține lui $\mathscr{F}$.

În lucrările [1], [3], [4], sînt date o serie de proprietăți comune inelelor R_α, $\alpha\in A$, care se transferă la orice ultraprodus al lor. În lucrarea de față se indică alte clase de inele, care au proprietăți transferabile la ultraproduse și exemple de inele care nu au proprietăți transferabile la ultraproduse.

PROPOZIȚIA 1.1 Fie $\{R_\alpha\}_{\alpha\in A}$ o familie nevidă de inele comutative unitare și $\mathscr{F}$ un ultrafiltru oarecare pe A. Ultraprodusul inelelor de polinoame într-o nedeterminată cu coeficienți în inelele R_α, $\alpha\in A$, este izomorf cu inelul de polinoame într-o nedeterminată cu coeficienți în ultraprodusul familiei de inele $\{R_\alpha\}_{\alpha\in A}$,

$$\text{adică}\quad \prod_{\alpha\in A}R_\alpha[X]/\mathscr{F}\simeq\prod_{\alpha\in A}R_\alpha/\mathscr{F}[X].$$

Manuscris predat redacției la data de 6 decembrie 1978

* Asistent Catedra Matematiic II

Demonstrație. Pentru orice $\alpha \in A$ vom nota cu $i_\alpha : R_\alpha \to R_\alpha[X]$ injecția canonică și cu $p_\alpha : \prod_{\alpha\in A} R_\alpha \to R_\alpha$, $q_\alpha : \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X] \to R_\alpha[X]$ proiecțiile canonice.

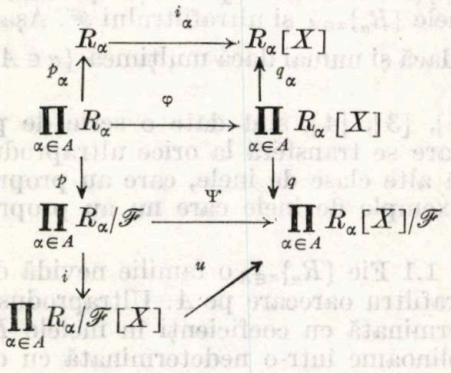
Din proprietatea de universalitate a produsului direct de inele rezultă că există și este unic un morfism de inele : $\varphi : \prod_{\alpha\in A} R_\alpha \to \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X]$ astfel încît pentru orice $\alpha \in A$, $q_\alpha \circ \varphi = i_\alpha \circ p_\alpha$ adică, oricare ar fi $x \in R$, $\varphi(x)(\alpha) = x(\alpha)$. Mai mult, se vede că φ este chiar morfism unitar de inele comutative. Dacă $\bar{f} \in \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X]$, vom nota cu $\bar{f}$ clasa sa de echivalență, ca element al inelului comutativ unitar $\prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X]/\mathscr{F}$.

Fie p, q surjecțiile canonice, $p : \prod_{\alpha\in A} R_\alpha \to \prod_{\alpha\in A} R_\alpha/\mathscr{F}$, $p(x) = \hat{x}$ și $q : \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X] \to \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X]/\mathscr{F}$, $q(f) = \bar{f}$.

Arătăm acum că $\mathrm{Ker}(p) = \mathrm{Ker}(q\circ\varphi)$. Într-adevăr, fie $x \in \mathrm{Ker}(p)$, adică $\hat{x} = \hat{0}$ dacă și numai dacă mulțimea $X = \{\alpha \in A \mid x(\alpha) = 0\} = \{\alpha \in A \mid \varphi(x)(\alpha) = 0\}$ aparține lui $\mathscr{F}$. Dar $X \in \mathscr{F}$ dacă și numai dacă $\overline{\varphi(x)} = \bar{0}$, adică $q(\varphi(x)) = \bar{0}$ dacă și numai dacă $x \in \mathrm{Ker}(q\circ\varphi)$. Din proprietatea de universalitatea inelelor factor, rezultă că există și este unic un morfism injectiv de inele :

$$\psi : \prod_{\alpha\in A} R_\alpha/\mathscr{F} \to \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X]/\mathscr{F}$$

astfel încît $q\circ\varphi = \psi\circ p$, adică $\psi(\hat{x}) = \overline{\varphi(x)}$ $(\forall)\, \hat{x} \in \prod_{\alpha\in A} R_\alpha/\mathscr{F}$. Deoarece φ este morfism unitar, rezultă imediat că și ψ este morfism unitar de inele. Avem următoarea diagramă :



Definim un element $y \in \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X]$ astfel : $y(\alpha) = X$ pentru orice $\alpha \in A$.

Din proprietatea de universalitate a inelelor de polinoame, rezultă că există un unic morfism de inele :

$$u : \prod_{\alpha\in A} R_\alpha/\mathscr{F}[X] \to \prod_{\alpha\in A} R_\alpha[X]/\mathscr{F} \text{ astfel încît } u(X) = \bar{y} \text{ și } u\circ i = \psi.$$

Aşadar, pentru orice $f \in \prod_{\alpha \in A} R_\alpha/\mathscr{F}[X]$, $f = \sum_{i=0}^{n} \hat{a}_i X^i$,

$$u(f) = \sum_{i=0}^{n} \psi(\hat{a}_i)\,\bar{y}^i = \sum_{i=0}^{n} \overline{\varphi(a_i)}\bar{y}^i.$$

Arătăm că u este izomorfism de inele. Fie $f \in \prod_{\alpha \in A} R_\alpha/\mathscr{F}[X]$, $f = \sum_{i=0}^{n} \hat{a}_i X^i$ astfel încît $u(f) = \bar{0}$ adică $\sum_{i=0}^{n} \overline{\varphi(a_i)}\,\bar{y}^i = \bar{0}$. Aşadar, mulţimea $Y = \left\{\alpha \in A \,\middle|\, \sum_{i=0}^{n} \varphi(a_i)(\alpha)\, y^i(\alpha) = 0\right\} = \left\{\alpha \in A \,\middle|\, \sum_{i=0}^{n} a_i(\alpha)\, X^i = 0\right\}$ aparţine lui $\mathscr{F}$. Deci pentru orice $\alpha \in Y \neq \emptyset$, $\sum_{i=0}^{n} a_i(\alpha)\, X^i = 0$ adică $a_i(\alpha) = 0$ oricare ar fi $i = 0, \ldots, n$.

Pentru orice $i = 0, \ldots, n$ vom nota cu $Z_i = \{\alpha \in A \mid a_i(\alpha) = 0\}$ care conţinînd mulţimea Y, va aparţine lui $\mathscr{F}$. Am obţinut că pentru orice $i = 0, \ldots, n$ mulţimea $Z_i \in \mathscr{F}$ adică $\hat{a}_i = \hat{0}$, deci $f = 0$.
Luăm acum un element $\bar{g} \in \prod_{\alpha \in A} R_\alpha[X]/\mathscr{F}$, deci pentru orice $\alpha \in A$, $g(\alpha) \in R_\alpha[X]$
Fie $g(\alpha) = \sum_{i=0}^{k} b_i(\alpha) X^i$, atunci există $f \in \prod_{\alpha \in A} R_\alpha/\mathscr{F}[X]$, $f = \sum_{i=0}^{k} \hat{b}_i X^i$ astfel încît $u(f) = \sum_{i=0}^{k} \psi(\hat{b}_i)\,\bar{y}^i = \sum_{i=0}^{k} \overline{\varphi(b_i)}\,\bar{y}^i = \bar{g}$, deoarece mulţimea

$$\left\{\alpha \in A \,\middle|\, \sum_{i=0}^{k} \varphi(b_i)(\alpha)\, y^i(\alpha) = g(\alpha)\right\} =$$

$$= \left\{\alpha \in A \,\middle|\, \sum_{i=0}^{k} b_i(\alpha)\, X^i = g(\alpha)\right\} = A$$

care aparţine lui $\mathscr{F}$. Aşadar morfismul u este aplicaţie bijectivă, deci izomorfism de inele.

Vom spune că un ideal propriu $\underline{a}$ al unui inel A este sumand în A dacă şi numai dacă există un ideal $\underline{b}$ al lui A astfel încît $A = \underline{a} + \underline{b}$.

PROPOZIŢIA 1.2. Dacă R_α, $\alpha \in A$, sînt inele unitare avînd proprietatea că orice ideal propriu al lui R_α este sumand în R_α, atunci oricare ar fi ultrafiltrul $\mathscr{F}$ pe A, orice ideal propriu al inelului $\prod_{A \in \mathscr{A}} R_\alpha/\mathscr{F}$ este sumand în $R/\mathscr{F}$.

Demonstraţie. Fie B un ideal propriu al lui $R/\mathscr{F}$ şi $\hat{f} \in B$, $\hat{f} \neq \hat{0}$ adică mulţimea $X = \{\alpha \in A \mid f(\alpha) \neq 0\}$ aparţine lui $\mathscr{F}$. Pentru orice $\alpha \in X (X \neq \emptyset)$, luăm $\underline{a}_\alpha = f(\alpha) \cdot R_\alpha$. care este propriu

Din ipoteză rezultă că există un ideal propriu $b_\alpha \subset R_\alpha$ astfel încît $R_\alpha = \underline{a}_\alpha + \underline{b}_\alpha$.

Dar cum pentru orice $\alpha \in X$, există $x_\alpha \in R_\alpha$ şi un $y_\alpha \in b_\alpha$ astfel încît $1(\alpha) = x_\alpha f(\alpha) + y_\alpha$, vom defini elementele $x \in R$ şi $y \in \prod_{\alpha \in A} R_\alpha$ astfel :

$$x(\alpha) = \begin{cases} x_\alpha & \text{pentru } \alpha \in X \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}, \qquad y(\alpha) = \begin{cases} y_\alpha & \text{pentru } \alpha \in X \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Atunci $C = R/\mathcal{F} \cdot \hat{y}$ este ideal propriu şi $R/\mathcal{F} = B + C$.

§2. În cele ce urmează, vom indica clase de inele ale căror proprietăţi nu se conservă la ultraproduse. În acest sens avem :

2.1. Un ultraprodus de inele factoriale nu este, în general, un inel factorial.

Fie $A = N$, mulţimea numerelor naturale şi pentru orice $\alpha \in A$, $R_\alpha = Z$ (inelul numerelor întregi). În acest caz avem că Z este un inel factorial, dar $Z^N/\mathcal{F}$ nu este factorial ; unde $\mathcal{F}$ este un ultrafiltru oarecare pe N, care nu este principal, iar $Z^N = \prod_{\alpha \in A} R_\alpha$.

Într-adevăr considerăm şirul numerelor prime $p_1, p_2, \ldots, p_n, \ldots$ din Z. Luăm $f \in Z^N$ definită astfel : $f(1) = p_1$, $f(2) = p_1 \cdot p_2, \ldots, f(n) = p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n$ şi aşa mai departe. Luăm $\hat{f} \in Z^N/\mathcal{F}$ şi presupunem că $\hat{f}$ admite o descompunere finită în elemente prime, adică $\hat{f} = \hat{f}_1^{n_1} \cdot \ldots \cdot \hat{f}_k^{n_k}$. Aşadar, mulţimea $B = \{n \in N \mid f(n) = f_1^{n_1}(n) \cdot \ldots \cdot f_k^{n_k}(n)\}$ aparţine lui $\mathcal{F}$, care fiind neprincipial, rezultă că mulţimea B este infinită. Pentru orice $i = 1, \ldots, k$ presupunem că $f_i^{n_i}(n)$ divide produsul $a(n) \cdot b(n)$, pentru orice $n \in N$ şi $a(n)$ şi $b(n)$ din Z. Aşadar, mulţimea $\{n \in N \mid a(n) \cdot b(n)$ divizibil cu $f_i^{n_i}(n)\} = N$ care aparţine ultrafiltrului $\mathcal{F}$, adică $\hat{f}_i^{n_i}$ divide pe $\hat{a} \cdot \hat{b}$. Cum pentru orice $i = 1, \ldots, k$ avem că $\hat{f}_i^{n_i}$ este prim, rezultă că $\hat{f}_i^{n_i}$ divide $\hat{a}$ sau $\hat{f}_i^{n_i}$ divide $\hat{b}$, adică mulţimea

$$C = \{\{n \in N \mid f_i^{n_i}(n) \text{ divide } a(n)\} \cup \{n \in N \mid f_i^{n_i}(n) \text{ divide } b(n)\}\}$$

aparţine ultrafiltrului $\mathcal{F}$. Deci $(\forall)\ i = 1, \ldots, k$ avem că $f_i^{n_i}(n)$ este prim pentru $n \in C$. Fie $T = B \cap C$ care aparţinînd lui $\mathcal{F}$ este o mulţime nevidă şi infinită. Pentru orice $n \in T$, elementul $f(n) = p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n = f_1^{n_1}(n) \cdot \ldots \cdot f_k^{n_k}(n)$ cu p_i şi $f_i^{n_i}(n)$ elemente prime din Z, $(\forall)\ i = 1, \ldots, k$. Cum Z este inel factorial, rezultă că, mulţimea T ar avea k elemente, ceea ce este absurd.

Deoarece orice inel euclidian, principal este factorial, rezultă din acest exemplu că :

2.2. Un ultraprodus de inele euclidiene nu este, în general, un inel euclidian.

2.3. Un ultraprodus de inele principale nu este, în general, un inel principal.

În [1] avem următorul rezultat :

Dacă A este o mulțime numărabilă și $R_\alpha = R$, $\forall \alpha \in A$, este un inel noetherian întreg închis în corpul său de fracții iar, $\mathcal{F}$ un ultrafiltru neprincipial pe A ; atunci $R^A/\mathcal{F}$ nu este un inel noetherian.

Din acest exemplu mai rezultă că :

2.4 Un ultraprodus de inele dedekindiene, nu este un inel dedekindian.

2.5 Un ultraprodus de inele cvasiartiniene nu este, în general, un inel cvasiartinian. (Ex. $R_\alpha = Z$ pentru orice $\alpha \in A$).

BIBLIOGRAFIE

1) *Bartocci U.* Sulla generalizzazione di un teorema di Kochen, Rend. Accad. Naz. Lincei, XLV, (1968).
2) *Ion D. Ion, Radu Nicolae.* Algebră, Ed. Did. (1975)
3) *A. Niță* Bull. Math. de la Soc. Sci. Math. de la R.S.R. Tome 20 (68), nr. 3—4, 1976.
4) *A. Niță* Studii și Cercetări Mat. Tom. 31, nr. 2, 1979.

Ultraproducts of Some Classes of Rings

In this work some classes of rings are studied, in connection with their ultraproducts. More precisely, the polynomial rings and the rings whose ideals are summand induces this property to ultraproducts (propositions 1.1, 1.2). One also give some examples of rings without this property (euclidian, principal, dedekind, quasiartinian).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

MECANICĂ

C.Z. : 631.36
531.4

STUDIUL NUMERIC AL PROCESULUI DE LUCRU AL TOCĂTORULUI-ARUNCĂTOR CU CUȚITE ELICOIDALE CU PROFIL CURB DE LA COMBINELE DE RECOLTAT FURAJE

ION ROȘCA, ION CHELEMEN*

În lucrare se dau ecuațiile diferențiale ale mișcării unei particule de tocătură pe suprafața de lucru a cuțitului paletă de la un tocător aruncător de tip tambur cu cuțite elicoidale cu profil curb. Cu ajutorul calculatorului electronic se rezolvă aceste ecuații diferențiale pentru un caz concret (combina CAF) și se dau parametrii mișcării.

Pe plan mondial tot mai multe firme livrează combine de recoltat furaje echipate cu tocător-aruncător, care au multiple avantaje : simplifică schema tehnologică și cinematică a mașinii, reduce consumul de energie, metal și manoperă.

La catedra de Mașini agricole din Institutul politehnic București s-a realizat un tocător-aruncător destinat echipării combinei CAF existentă în fabricație. Organul principal de lucru al acesteia este cuțitul — paletă care trebuie să corespundă celor două cerințe : tocarea și evacuarea masei tocate. Pentru a corespunde acestor cerințe, cuțitul trebuie să aibă un profil curb, astfel ca la exterior să facă un unghi $\alpha_1 = 25° - 30°$ cu planul tangent, iar la interior un unghi $\alpha_2 = \pi/2$ [1]. Poziția contracuțitului și sensul de rotație al tamburului s-au ales din condiția de consum minim de energie [3], [4].

Lucrarea de față își propune să analizeze procesul de evacuare și transport a masei tocate realizat cu acest tocător — aruncător, în cazul recoltării plantelor cu tulpină groasă. În acest caz interesează traiectoria parcursă de particule pe cuțit și parametrii acestuia, vectorul viteză și unghiul de rotație al tamburului, corespunzător timpului în care particula parcurge traiectoria pe cuțit. Funcție de acești parametri se verifică funcționarea în bune condițiuni a aparatului și se stabilesc parametrii necesari ai conductei de transport.

Pentru studiul procesului de evacuare și transport a masei tocate în cazul recoltării plantelor cu tulpină groasă, vom face următoarele ipoteze de calcul : particulele de tocătură se consideră puncte materiale

Manuscris predat redacției la data de 5 iulie 1979
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Mecanică ; Conf. dr. ing. Catedra Mașini Agricole

izolate pe cuţit, de greutate neglijabilă în raport cu celelalte forţe ce acţionează asupra lor; secţiunea în cuţitul profilat obţinută cu un plan perpendicular pe axul tamburului este un arc de cerc.

Conform ultimei ipoteze suprafaţa activă a cuţitului poate fi generată de un arc de cerc ce se roteşte cu o viteză unghiulară constantă ω_0 şi înaintează în acelaşi timp cu o viteză liniară constantă şi proporţională cu ω_0, $v_0 = \lambda\omega_0$. Cu alte cuvinte, tăişul descris de un capăt al arcului de cerc, are forma unei elice circulare.

Dacă notăm (fig. 1) cu R_e raza exterioară a tamburului, respectiv raza suprafeţei exterioare a cilindrului pe care se află tăişul, cu r raza arcului de cerc (secţiunea transversală în cuţit) şi cu α unghiul de aşezare a cuţitului (unghiul dintre tangentele în punctele de intersecţie a secţiunilor în cilindru şi cuţit), atunci ecuaţiile parametrice ale suprafeţei de lucru a cuţitului în raport cu un sistem mobil de axe legate de cilindru (axa Oy este chiar axa cilindrului, planul Oxz este perpendicular pe această axă), sînt [1]:

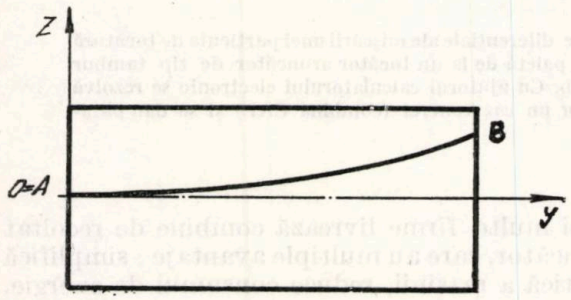


Fig. 1

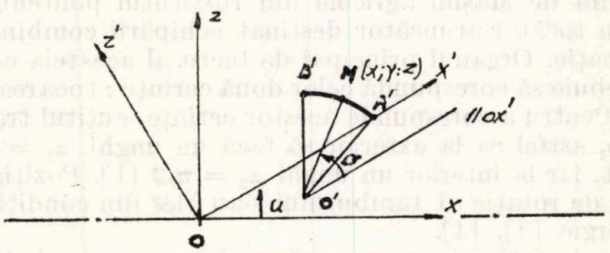


Fig. 2

$$\begin{aligned} x &= x'\cos u - z'\sin u \\ y &= \lambda u \\ z &= x'\sin u + z'\cos u \end{aligned} \tag{1}$$

unde: (fig. 2)

$$x' = R_e - r\cos\alpha + r\frac{1-v^2}{1+v^2}$$

$$z' = -r\sin\alpha + 2r\frac{v}{1+v^2} \tag{2}$$

În relațiile (1) și (2) u reprezintă unghiul de rotație al arcului de cerc în planul $y = \lambda u$ față de planul $y = 0$, $v = \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}$, θ fiind unghiul dintre raza curentă a unui punct pe arcul de cerc $A'D'$ și axa Ox'.

Vom studia mișcarea relativă a unei particule aflate inițial în planul $y = 0$ la marginea posterioară a cuțitului (punctul D) unde presupunem că există o aripioară de oprire a tocăturii și viteza relativă inițială a particulei este nulă.

Forțele care acționează asupra particulei într-un punct oarecare de pe traiectoria relativă sînt :

$\bar{N}$ — reacțiunea normală la suprafața cuțitului ;

$\bar{F}_f$ — forța de frecare între particulă și cuțit ;

$\bar{F}_t = -m\bar{a}_t$ — forța de transport ;

$\bar{F}_c = -m\bar{a}_c$ — forța Coriolis.

Aceste forțe au următoarele expresii analitice în raport cu sistemul mobil $Oxyz$ de versori $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ [1] :

$$\bar{N} = -N\bar{n} = -N\alpha_1\bar{i} - N\beta_1\bar{j} - N\gamma_1\bar{k}$$

$$\bar{F}_f = -\mu N\frac{\bar{v}_r}{v_r} = -\mu N\bar{\tau} = -\mu N\alpha_2\bar{i} - \mu N\beta_2\bar{j} - \mu N\gamma_2\bar{k} \qquad (3)$$

$$\bar{F}_t = -m\bar{a}_t = m\omega^2 x\bar{i} + m\omega^2 z\bar{k}$$

$$\bar{F}_c = -m\bar{a}_c = -m\cdot 2\bar{\omega}\times\bar{v}_r = -2mv_r\omega\gamma_2\bar{i} + 2mv_r\omega\alpha_2\bar{k}$$

unde : N este modulul reacțiunii normale, necunoscut ;

α_1, β_1, γ_1 sînt componentele pe axele sistemului $Oxyz$ ale versorului $\bar{n}$ al normalei la suprafața [2], [1] ;

μ este coeficientul de frecare de alunecare ;

$\bar{v}_r$ — vectorul viteză relativă din mișcarea particulei pe suprafață ;

α_2, β_2, γ_2 sînt componentele pe axele sistemului $Oxyz$ ale versorului $\bar{\tau}$ al tangentei la traiectorie [2], [1] ;

$\bar{\omega} = \omega\bar{j}$ este viteza unghiulară a tamburului.

Conform [1], [2] avem, de asemenea :

$$\bar{v}_r = v_r\bar{\tau} = v_r\alpha_2\bar{i} + v_r\beta_2\bar{j} + v\gamma_2\bar{k}$$

$$v_r^2 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = E\left(\frac{du}{dt}\right)^2 + 2F\left(\frac{du}{dt}\right)\left(\frac{dv}{dt}\right) + G\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 \qquad (4)$$

Proiectînd ecuația fundamentală a mișcării relative :

$$m\bar{a}_r = \bar{F} + \bar{F}_t + \bar{F}_c \qquad (5)$$

pe axele sistemului mobil $Oxyz$, obținem ecuațiile diferențiale ale mișcării

particulei materiale pe cuţit :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -N\alpha_1 - \mu N\alpha_2 + mx\omega^2 - 2mv_r\omega\gamma_2$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -N\beta_1 - \mu N\beta_2 \tag{6}$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -N\gamma_1 - \mu N\gamma_2 + mz\omega^2 + 2mv_r\omega\alpha_2$$

Întrucît α_1, β_1, γ_1, α_2, β_2, γ_2 sînt funcţii de parametrii u şi v ai suprafeţei, necunoscutele problemei sînt şase : N, u, v, x, y, z, pentru determinarea cărora dispunem de şase ecuaţii scalare şi anume ecuaţiile (6) şi (1).

Rezolvarea sistemului de ecuaţii diferenţiale (6) de ordinul II se efectuează numeric pe un calculator IBM 1130 cu ajutorul metodei Runge — Kutta. În acest scop, sistemul de ecuaţii iniţial se reduce la un sistem de ecuaţii de ordinul I, prin următoarele schimbări de variabile :

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = y_2\,; \quad \frac{dy}{dt} = \dot{y} = y_4\,; \quad \frac{dz}{dt} = \dot{z} = y_6\,; \tag{7}$$

atunci :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = \dot{y}_2\,; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} = \dot{y}_4\,; \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} = \dot{y}_6 \tag{8}$$

În final, se va obţine un sistem de 6 ecuaţii diferenţiale de ordinul I, de forma :

$$\begin{aligned}
\dot{y}_2 &= \dot{y}_2(x, y, z, y_2, y_4, y_6)\\
\dot{y}_4 &= \dot{y}_4(x, y, z, y_2, y_4, y_6)\\
\dot{y}_6 &= \dot{y}_6(x, y, z, y_2, y_4, y_6)\\
y_2 &= y_2(x, y, z, y_2, y_4, y_6)\\
y_4 &= y_4(x, y, z, y_2, y_4, y_6)\\
y_6 &= y_6(x, y, z, y_2, y_4, y_6)
\end{aligned} \tag{9}$$

Înainte de a trece la rezolvarea propriu zisă a sistemului de ecuaţii diferenţiale (9) este necesar să exprimăm pe u, v, $\dot{u}$, $\dot{v}$ şi N în funcţie de x, y, z şi derivatele lor în raport cu timpul y_2, y_4, y_6.

Din ecuaţia a doua a sistemului (1) rezultă :

$$u = \frac{y}{\lambda} \tag{10}$$

Din prima și a treia ecuație a sistemului (1) rezultă :

$$x\cos u + z\sin u = x' = R_e - r\cos\alpha + r\frac{1-v^2}{1+v^2}$$

de unde, după calcule elementare, se obține :

$$v = +\sqrt{\frac{1-A}{1+A}} \tag{11}$$

Am notat cu A expresia :

$$A = \frac{x\cos u + z\sin u + r\cos\alpha - R_e}{r} \tag{12}$$

Prin modul de definire v este o variabilă pozitivă, de aceea în (11) am considerat semnul plus.

De asemenea din (10) și (11) prin derivare în raportul cu timpul obținem :

$$\dot{u} = \frac{\dot{y}}{\lambda} \tag{13}$$

$$\dot{v} = -\frac{\dot{A}}{v(1+A)^2} \tag{14}$$

unde :

$$\dot{A} = \frac{\dot{x}\cos u + \dot{z}\sin u - x\dot{u}\sin u + z\dot{u}\cos u}{r} \tag{15}$$

În relațiile (12), (13), (14) și (15) vom ține seama de expresiile corespunzătoare pentru u, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ date de relațiile (10) și (7).

Pentru eliminarea reacțiunii necunoscute N proiectăm pe direcția normalei la suprafață de versor $\bar{n}$ ecuația (5) :

$$m\bar{a}_r = \bar{F} + \bar{F}_t + \bar{F}_c \tag{5'}$$

Ținînd seama de expresiile analitice ale forțelor $\bar{N}$, $\bar{F}_f$, $\bar{F}_t$ și $\bar{F}_c$ (relațiile 3) și de expresia analitică a versorului $\bar{n}$ și anume :

$$\bar{n} = \alpha_1\bar{i} + \beta_1\bar{j} + \gamma_1\bar{k}, \tag{16}$$

de asemenea observînd că pe direcția $\bar{n}$ nu există mișcare relativă, deci $\mathrm{pr}_{\bar{n}}\,\bar{a}_r = \bar{a}_r\cdot\bar{n} = 0$, obținem în final :

$$-N + m\omega^2 x\alpha_1 + m\omega^2 z\gamma_1 - 2mv_r\omega\gamma_2\alpha_1 + 2mv_r\omega\alpha_2\gamma_1 = 0 \tag{17}$$

de unde :

$$N = m\omega^2 x\alpha_1 + m\omega^2 z\gamma_1 - 2mv_r\omega\gamma_2\alpha_1 + 2mv_r\omega\alpha_2\gamma_1 \tag{18}$$

Cu valorile necunoscutelor u, v, $\dot{u}$, $\dot{v}$, N astfel calculate la care se adaugă viteza relativă dată de :

$$v_r = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{y_2^2 + y_4^2 + y_6^2} \tag{19}$$

în sistemele de ecuaţii diferenţiale (6) respectiv (9) necunoscutele principale rămîn x, y, z, y_2, y_4, y_6.

Se poate trece deci la rezolvarea efectivă a sistemului de ecuaţii diferenţiale (9) cu ajutorul metodei Runge-Kutta pe un calculator numeric şi vom obţine date asupra mişcării particulei de tocătură pe cuţit. Modul de rezolvare numerică este ilustrat în organigrama din fig. 3.

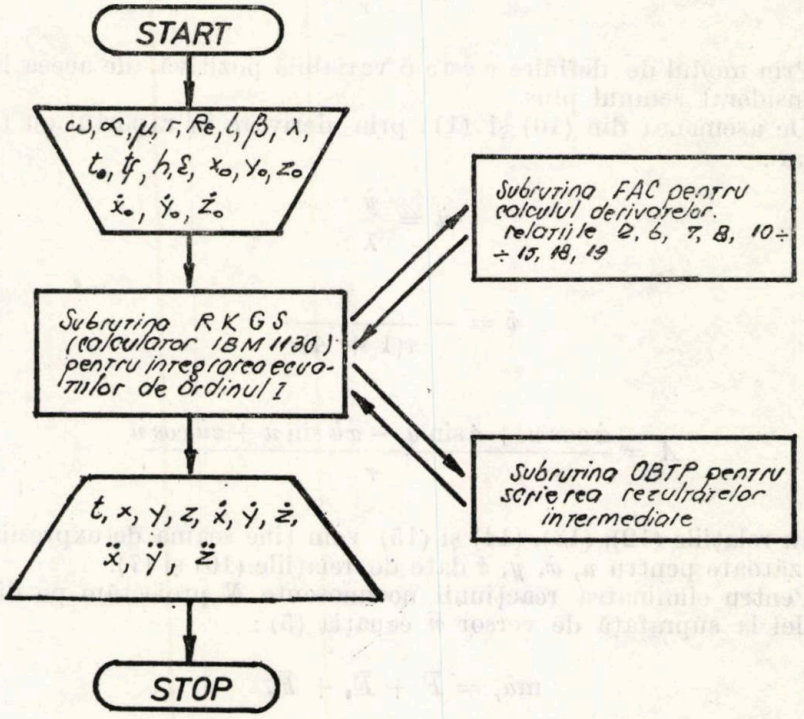


Fig. 3

Condiţiile iniţiale sînt :

$$\begin{aligned} x_0 &= R_e - r\cos\alpha + r\cos(\alpha + \beta) \\ y_0 &= 0 \\ z_0 &= r\sin(\alpha + \beta) - r\sin\alpha \\ \dot{x}_0 &= 0,\ \dot{y}_0 = 0,\ \dot{z}_0 = 0 \end{aligned} \tag{20}$$

unde β este unghiul la centru al arcului de cerc (secțiunea transversală în cuțit — fig. 1).

Datele inițiale din organigramă au următoarele semnificații :
ω — viteza unghiulară a tamburului (în rad/sec) ;
α — unghiul de așezare a cuțitului ;
μ — coeficientul de frecare dintre tocătură și cuțit ;
r — raza secțiunii transversale în cuțit ;
R_e — raza tamburului ;
l — lungimea cuțitului ;
β — unghiul la centru al secțiunii transversale în cuțit ;
λ — parametrul elicei ;
t_0 — timpul inițial ($t_0 = 0$) ;
t_f — timpul final ;
h — pasul de calcul ($t_i - t_{i-1}$) ;
ε — eroarea de calcul impusă ;
x_0, y_0 z_0 — coordonatele inițiale ale particulei ;
$\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$, $\dot{z}_0$ — componentele vitezei relative inițiale ;

Datele finale din organigramă : x, y, z, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ reprezintă valorile corespunzătoare ale parametrilor respectivi la momentul t_f.

Aplicație numerică : pentru cazul tocătorului aruncător folosit la combina CAF :

$$\omega = 150 \text{ rad/sec } (n = 1450 \text{ rot/min})$$

$$\alpha = 0{,}5236 \text{ rad } (30°)$$

$$\mu = 0{,}1$$

$$r = 0{,}037 \text{ m}$$

$$R_e = 0{,}205 \text{ m}$$

$$l = 0{,}58 \text{ m}$$

$$\beta = 1{,}0472 \text{ rad } (60°)$$

$$\lambda = 0{,}7385$$

Cu aceste date s-au obținut pe calculator următoarele rezultate (tabelul nr. 1) :

Tabelul nr 1

Nr. crt.	$t \times 10^2$ (s)	x (m)	$y \times 10^3$ (m)	$z \times 10$ (m)	$\dot{x}$ (m/s)	$\dot{y}$ (m/s)	$\dot{z}$ (m/s)	$\ddot{x} \times 10^{-2}$ (m/s²)	$\ddot{y} \times 10^{-2}$ (m/s²)	$\ddot{z} \times 10^{-2}$ (m/s²)
1	0,0	0,1730	0,0	0,1850	0,0	0,0	0,0	38,91	0,924	0,217
2	0,05	0,1734	0,017	0,1850	1,914	0,0790	0,0103	37,90	2,272	0,041
3	0,1	0,1749	0,091	0,1850	3,792	0,2304	−0,0107	37,20	3,811	− 1,021
4	0,15	0,1772	0,261	0,1848	5,629	0,4631	−0,1053	36,21	5,526	− 2,886
5	0,2	0,1805	0,569	0,1838	7,402	0,7855	−0,3102	34,57	7,388	− 5,400
6	0,25	0,1846	1,062	0,1815	9,057	1,2032	−0,6511	31,78	9,326	− 8,256
7	0,3	0,1895	1,788	0,1771	10,550	1,7169	−1,1312	27,20	11,189	−10,820
8	0,35	0,1951	2,794	0,1700	11,744	2,3164	−1,7066	20,06	12,701	−11,740
9	0,4	0,2012	4,115	0,1601	12,497	2,9724	−2,2230	9,33	13,322	− 7,481
10	0,425	0,2043	4,899	0,1543	12,642	3,3023	−2,3265	1,97	12,954	6,381

Cu ajutorul datelor din tabelul nr. 1 se pot determina ceilalţi parametri ce caracterizează mişcarea particulei materiale respective. Astfel :

— viteza relativă a particulei la ieşirea de pe cuţit (conform relaţiei 19) este

$$v_r = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = 13{,}27 \text{ m/s}$$

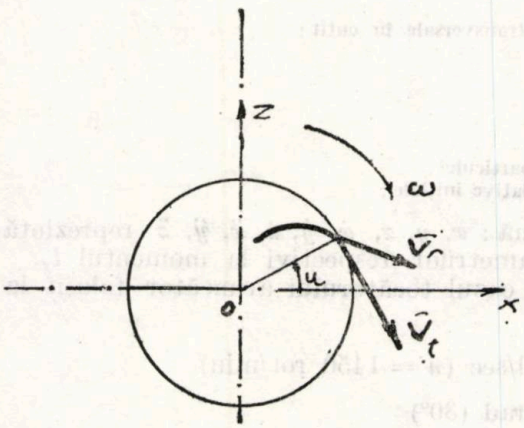


Fig. 4

— viteza de transport a particulei la ieşirea de pe cuţit este :

$$v_t = R_e \cdot \omega = 0{,}205 \times 150 = 30{,}75 \text{ m/s}$$

— viteza absolută a particulei la ieşirea de pe cuţit este dată de componentele ei ce rezultă din relaţia vectorială :

$$\bar{v}_a = \bar{v}_r + \bar{v}_t$$

unde :

$$\bar{v}_r = \dot{x}\bar{i} + \dot{y}\bar{j} + \dot{z}\bar{k} \quad \text{şi}$$

$$\bar{v}_t = v_t \sin u\bar{i} - v_t \cos u\bar{k}$$

$\bar{v}_t$ fiind un vector într-un plan perpendicular pe axa cilindrului (fig. 4) iar $u = \frac{y}{\lambda}$, y avînd valoare corespunzătoare poziţiei punctului la ieşirea de pe cuţit :

Deci :

$$v_{a_x} = \dot{x} + v_t \sin u$$

$$v_{a_y} = \dot{y}$$

$$v_{a_z} = \dot{z} - v_t \cos u$$

Calculînd, obţinem :

$$u = \frac{y}{\lambda} = 0{,}0066 \text{ radiani} \simeq 0{,}38°$$

$$\cos u \simeq 1, \quad \sin u \simeq 0{,}0066$$

$$v_{ax} = 12{,}845 ; \quad v_{ay} = 3{,}302 ; \quad v_{az} = -33{,}077$$

$$v_a = \sqrt{v_{ax}^2 + v_{ay}^2 + v_{az}^2} = 35{,}64 \text{ m/s}$$

— unghiul dintre viteza absolută și planul transversal este :

$$\gamma_a = 90° - \text{arc cos}\frac{v_{av}}{v_a} = 90° - 85° = 5°$$

— unghiul de rotație făcut de tambur în timpul deplasării particulei pe cuțit :

$$\theta = \omega t = 150 \times 0{,}425 \times 10^{-2} = 0{,}6375 \text{ rad} = 36{,}5°$$

Concluzii

1. Din studiul efectuat rezultă că pentru un coeficient de frecare de alunecare între particule și cuțit cuprins între 0,1 și 0,3, particulele de tocătură vor fi evacuate din aparat înainte ca tamburul să se rotească cu un unghi $\theta = \pi/4$, ceea ce realizează o funcționare normală a mașinii, fără înfundări.

2. Viteza absolută a particulelor în procesul de evacuare fiind de peste 35 m/s, aceasta facilitează evacuarea și la ieșirea din aparat ele pot fi transportate pneumatic în remorcă.

3. Unghiul γ_a de înclinare a vitezei absolute a particulelor față de planul transversal al tamburului (planul longitudinal al mașinii) permite folosirea unei conducte de transport de construcție simplă, simetrică, plasată în planul longitudinal al mașinii, ceea ce permite amplasarea remorcii fie în spatele combinei, fie lateral.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Chelemen, I., Roșca, I.*, Studiul teoretic privind procesul de lucru al tocătorului aruncător de tip tambur cu cuțite elicoidale cu profil curb de la combinele de recoltat furaje. „Creația tehnică și fiabilitatea în construcția de mașini", Secția mașini agricole și terasiere, partea II-a, Institutul Politehnic „Gh. Asachi" Iași, dec. 1978. pag, 361–366.

[2] *Murgulescu E., ș.a.*, Geometrie analitică și diferențială, Edit. Didactică și Pedagogică București, 1962.

[3] *Chelemen I., Roșca I.*, Bul. I.P.B. Tom. XXXVIII, nr. 3, 1976, pag. 75–82.

[4] *Roșca I., Chelemen I.*, Bul. I.P.B. Tom. XXXIX, nr. 3, 1977, pag. 47–53.

L'étude du processus de travail du hache-éjecteur de fourrage avec des couteaux hélicoïdaux à profil courbe de la moissonneuse-batteuse pour la récolte des fourrages

L'étude donne les équations différentielles du mouvement d'une particule hachée à la surface de travail du couteau – palette d'un hache – éjecteur de fourrage de type tambour avec des couteaux hélicoïdaux à profil courbe.

Les équations différentielles sont résolues à l'aide d'un calculateur électronique pour un cas concret (la moissoneusebatteuse CAF) et on donne les paramètres du mouvement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z.: 629.13.014.3
533.6.011.5

ÉCOULEMENT SUPERSONIQUE ANTI-SYMÉTRIQUE AUTOUR DE L'AILE DELTA, AVEC DÉTACHEMENT DU COURANT AUX BORDS

ȘTEFAN STAICU *

L'article présent fait l'étude du mouvement en régime supersonique autour d'une aile delta mince à incidences anti-symétriques, en considérant la séparation du courant aux bords d'attaque.

On admet que le champ des vitesses de perturbation sur la surface de l'aile et du cône de MACH pourrait être réalisé par une aile delta fictive portante qui aurait également une épaisseur symétrique.

On détermine la distribution des pressions et les caracteristiques aérodynamiques.

Introduction

Dans cet article on se propose d'étudier l'écoulement supersonique autour d'une aile delta mince à incidences anti-symétriques, en considérant la séparation du courant aux bords d'attaque.

Soit une aile triangulaire repérée au système d'axes $O_1x_1x_2x_3$ (fig. 1), ayant l'origine au sommet O_1 de l'aile et l'axe O_1x_1 parallèle à la direction du courant U_∞.

Remarquons le plan physique yOz donné par la section $x_1 = 1$. On définit aussi le plan complexe :

$$x = \xi_1 + i\xi_2, \tag{1}$$

obtenu par la transformation géométrique

$$\xi_1 = y(1 - B^2z^2)^{-1}, \quad \xi_2 = z(1 - B^2z^2)^{-1}\sqrt{1 - B^2(y^2 + z^2)}\,. \tag{2}$$

L'anti-symétrie sera réalisée par l'incidence $+\alpha$ du côté droit et $-\alpha$ du côté gauche de l'aile.

Au fur et à mesure que les valeurs de l'angle α augmentent, le courant se détache aux bords d'attaque, tout comme dans le cas de l'aile delta

Ouvrage reçu à la rédaction le 11 Octobre 1979
* Maître — Assistant Dr. ing Chaire de Mécanique

plane à incidence constante [3], ayant pour effet un changement des caractéristiques aérodynamiques par rapport aux celles prévues par la théorie linéaire [1].

La séparation du courant est marquée par une nappe tourbillonaire s'enroulant sur elle-même sous la forme d'un cornet (fig. 1). Par consé-

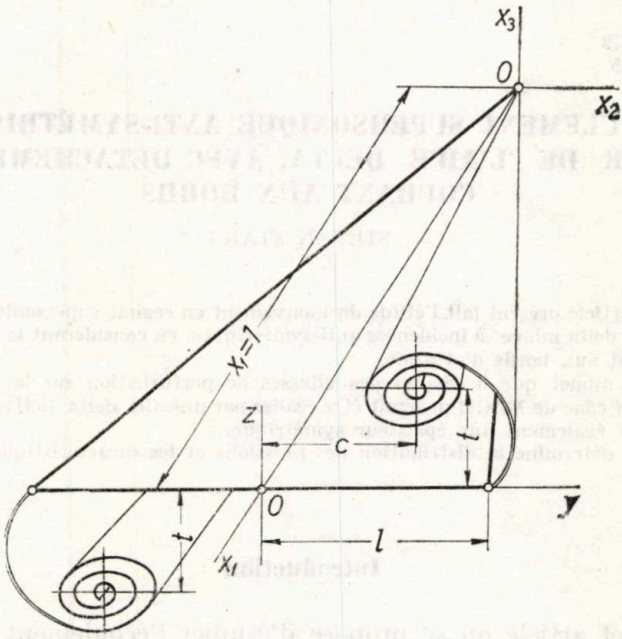


Fig. 1

quent, le champ de l'écoulement est perturbé par l'existence de deux noyaux de tourbillons, d'une même intensité et même sens, mais placés anti-symétriquement par rapport à l'axe de symétrie. Soit c et t, l'abscisse et respectivement l'ordonnée du noyau dans le plan Oyz. Les vitesses créées par ces deux tourbillons seront dénommées vitesses additionnelles de perturbation.

On admettra que le champ des vitesses réelles est différent sur les deux faces de l'aile de telle sorte que les vitesses soient finies aux bords d'attaque.

Pour traiter un tel écoulement supersonique on cherche la solution du problème posé selon une suggestion du Professeur Carafoli [3], en admettant que le champ des vitesses additionnelles de perturbation sur la surface de l'aile et du cône de MACH pourrait être réalisé par une aile delta fictive portante qui aurait également une épaisseur symétrique par rapport à son squelette.

1. Vitesse verticale de perturbation

On rappelle que les vitesses axiales de perturbation u sont reliées aux vitesses verticales de perturbation w par les conditions de compatibilité des mouvements coniques [1]. Les vitesses verticales supplémentai-

res seront considérées comme des variations autour de la vitesse locale w donnée on fonction de l'incidence locale α :

$$w = \alpha U_\infty. \tag{3}$$

Notons : $w_e(\eta)$ — vitesse verticale additionnelle introduite par les noyaux tourbillonaires au point d'abscisse $y = \eta$ sur la trace A_1A_2 de l'extrados de l'aile (fig. 1) ; $w_i(\eta)$ — vitesse verticale additionnée par les mêmes noyaux au point correspondant situé sur l'intrados.

Ces deux vitesses pourrons être décomposées convenablement de la façon suivante :

$$w_e(\eta) = w'(\eta) + w''(\eta) \tag{4a}$$

$$w_i(\eta) = -w'(\eta) + w''(\eta) \tag{4b}$$

d'ou on tire la distribution des vitesses verticales d'une aile delta mince

$$w'(\eta) = \frac{1}{2}[w_e(\eta) - w_i(\eta)]. \tag{5}$$

et celle d'une aile delta à épaisseur symétrique

$$w''(\eta) = \frac{1}{2}[w_e(\eta) + w_i(\eta)]. \tag{6}$$

Les vitesses w' et w'' représentent, au fond, les vitesses verticales de perturbation créées par des arêtes distribuées sur la surface de l'aile. Ces arêtes donnent dans tout point d'abscisse $y = \eta$ du plan physique Oyz les sauts élémentaires $\frac{dw'}{d\eta}$, $\frac{dw''}{d\eta}$, réalisés dans le sens de l'analogie hydrodynamique [1] à l'aide d'une distribution de sources placées sur la trace de l'aile dans le plan complexe X donné par la transformation conforme

$$X^2 = \frac{l - x}{l + x}, \tag{7}$$

du plan x. Les intensités de ces sources peuvent être données par les fonctions suivantes :

$$q'(\eta) \begin{cases} q'(\eta) = 0, & \eta \in (0, s) \quad (8a) \\ q'(\eta) = q_0, & \eta \in (s, l) \quad (8b) \end{cases}$$

pour l'aile composante mince, et

$$q''(\eta)\begin{cases} q''(\eta) = p_0\dfrac{\eta}{l}, & \eta \in (0, s) \quad (9a) \\ q''(\eta) = k_0 + p_0\dfrac{\eta}{l}, & \eta \in (s, l) \quad (9b) \end{cases}$$

pour l'aile composante épaisse.

2. Vitesse axiale de perturbation

En tenant compte de la répartition de sources donnée ci-dessus, on va additionner les contributions de toutes les arêtes aux celles des bords subsoniques et on obtiendra l'expression suivante de la vitesse axiale sur l'aile composante mince :

$$u' = \frac{A_0 y}{\sqrt{l^2 - y^2}} + \frac{2}{\pi} q_0 \int_s^l \left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+\eta)(l-y)}{2l(\eta - y)}} - \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+\eta)(l+y)}{2l(\eta + y)}}\right] d\eta =$$

$$= \frac{A_0 y}{\sqrt{l^2 - y^2}} + \frac{q_0 l}{\pi}\left[\frac{s-y}{l}\operatorname{argch}\left|\frac{l^2 - sy}{l(s-y)}\right| - \frac{s+y}{l}\operatorname{argch}\frac{l^2 + sy}{l(s+y)}\right]. \quad (10)$$

La vitesse axiale pour la seconde aile composante on l'écrit

$$u'' = \frac{2}{\pi} B_0\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1-By)}{2B(l-y)}} - \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1+By)}{2B(l+y)}}\right] +$$

$$+ \frac{2}{\pi} k_0 \int_s^l \left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-By)}{2B(\eta - y)}} - \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+By)}{2B(\eta + y)}}\right] d\eta +$$

$$+ \frac{2}{\pi}\frac{p_0}{l}\int_0^l \eta\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-By)}{2B(\eta - y)}} - \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+By)}{2B(\eta + y)}}\right] d\eta. \quad (11)$$

En effectuant les intégrales on finit par trouver l'expression suivante :

$$u'' = \frac{2}{\pi} B_0\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1-By)}{2B(l-y)}} - \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1+By)}{2B(l+y)}}\right] +$$

$$+ \frac{k_0 l}{\pi}\left[\left(1 - \frac{y}{l}\right)\operatorname{argch}\frac{1 - B^2 ly}{B(l-y)} - \left(1 + \frac{y}{l}\right)\operatorname{argch}\frac{1 + B^2 ly}{B(l+y)} -\right.$$

$$-\frac{s-y}{l}\operatorname{argch}\left|\frac{1-B^2sy}{B(s-y)}\right|+\frac{s+y}{l}\operatorname{argch}\frac{1+B^2sy}{B(s+y)}\Bigg]+$$

$$+\frac{p_0 l}{\pi}\left[\frac{1}{2}\left(1-\frac{y^2}{l^2}\right)\left(\operatorname{argch}\frac{1-B^2ly}{B(l-y)}-\operatorname{argch}\frac{1+B\text{-}ly}{B(l+y)}\right)+\right.$$

$$+\frac{\arcsin Bl}{Bl}\frac{y}{l}\sqrt{1-B^2y^2}. \tag{12}$$

La vitesse axiale de perturbation sera donnée par

$$u_e = u' + u'' \tag{13}$$

sur l'extrados, et

$$u_i = -u' + u'' \tag{14}$$

sur l'intrados de l'aile.

3. Calcul de constantes

Pour trouver les constantes A_0, B_0, q_0, p_0, k_0, intervenant dans ces expressions on introduit les conditions à la limite sur la vitesse verticale dans la relation de compatibilité des mouvements coniques ; on obtient :

$$\frac{dw'}{d\eta}\begin{cases} 0, & \eta\in(0,s) \quad (15a)\\ \dfrac{\sqrt{1-B^2\eta^2}}{\eta}q_0, & \eta\in(s,l) \quad (15b)\end{cases}$$

$$\frac{dw''}{d\eta}\begin{cases} \dfrac{p_0}{l}\sqrt{1-B^2\eta^2}, & \eta\in(0,s) \quad (15c)\\ \dfrac{\sqrt{1-B^2\eta^2}}{\eta}\left(k_0+p_0\dfrac{\eta}{l}\right), & \eta\in(s,l). \quad (15d)\end{cases}$$

Supposons que le long de la ligne du bord d'attaque ($\eta = l$), les vitesses verticales additionnelles prennent les valeurs :

$$w'(l) = \frac{1}{2}[w_e(l) - w_i(l)] = w_1 \tag{16a}$$

$$w''(l) = \frac{1}{2}[w_e(l) + w_i(l)] = w_2 \tag{16b}$$

quant à l'influence des noyaux tourbillonaires sur la ligne centrale de l'aile ($\eta = 0$), celle — là donnerait des vitesses verticales nulles sur l'intrados :

$$w_i(0) = 0, \quad w'(0) = w''(0) = \frac{1}{2} w_e(0) = w_0. \tag{17}$$

Par l'intégration des relations (15) entre les bornes $\eta = 0$ et $\eta = l$, on obtient :

$$w_1 - w_0 = q_0\left(\sqrt{1 - B^2l^2} - \sqrt{1 - B^2s^2} + \operatorname{argch}\frac{1}{Bs} - \operatorname{argch}\frac{1}{Bl}\right) \tag{18a}$$

$$w_2 - w_0 = k_0\left(\sqrt{1 - B^2l^2} - \sqrt{1 - B^2s^2} + \operatorname{argch}\frac{1}{Bs} - \operatorname{argch}\frac{1}{Bl}\right) +$$

$$+ \frac{p_0}{2}\left(\sqrt{1 - B^2l^2} + \frac{\arcsin Bl}{Bl}\right). \tag{18b}$$

Les vitesses verticales pourront devenir nulles ou bien même négatives aux certains points situés sur l'aile. Alors, l'effet global de ces deux noyaux puisse devenir nul, ce qui nous permet d'écrire les conditions de moyenne sur les vitesses verticales

$$\int_0^l w'(\eta)\,\mathrm{d}\eta = 0, \qquad \int_0^l w''(\eta)\cdot\,\mathrm{d}\eta = 0 \tag{19}$$

En suivant les calculs, on obtient :

$$w_1 = \frac{q_0}{2Bl}(Bl\sqrt{1 - B^2l^2} - Bs\sqrt{1 - B^2s^2} + \arcsin Bl - \arcsin Bs) \tag{20a}$$

$$w_2 = \frac{k_0}{2Bl}(Bl\sqrt{1 - B^2l^2} - Bs\sqrt{1 - B^2s^2} + \arcsin Bl - \arcsin Bs) +$$

$$+ \frac{p_0}{3B^2l^2}[1 - (1 - B^2l^2)^{3/2}]. \tag{20b}$$

Pour déterminer la constante A_0 on considère la variation de la vitesse verticale w' entre un point quelconque situé sur l'aile et un autre apartenant au cône MACH, où la vitesse verticale est nulle. En partant de la relation de compatibilité entre les vitesses axiale et verticale, on écrit la condition à la limite :

$$Re\ i \int_{\text{aile}(\xi_1 = l)}^{\text{cône MACH}\ (\xi_1 = 1/B)} \frac{\sqrt{1 - B^2x^2}}{x}\,\mathrm{d}U' = w_1 + w, \tag{21}$$

d'où on tire

$$\frac{\pi A_0}{2l} + q_0\left(\sqrt{1-B^2l^2} - \sqrt{1-B^2s^2} + \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{Bs} - \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{Bl} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arg\,ch}\frac{l}{s} + \sqrt{1-\frac{s^2}{l^2}}\right) = w_1 + w. \tag{22}$$

Enfin, les conditions de vitesses finies aux bords d'attaque donnent

$$A_0 = 0, \quad B_0 = 0, \quad (w_2 = 0). \tag{23}$$

Les équations (18), (20) et (22) forment un système d'où on obtiendra les constantes :

$$\frac{q_0}{U_\infty} = \alpha(C_{21} - C_{00} - C_{11})^{-1} \tag{24a}$$

$$\frac{w_0}{U_\infty} = (C_{11} - C_{21})\frac{q_0}{U_\infty} \tag{24b}$$

$$\frac{w_1}{U_\infty} = C_{11}\frac{q_0}{U_\infty} \tag{24c}$$

$$\frac{k_0}{U_\infty} = \frac{C_{12}}{C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21}}\frac{w_0}{U_\infty} \tag{24d}$$

$$\frac{p_0}{U_\infty} = -\frac{k_0}{U_\infty} \tag{24e}$$

avec les notations

$$C_{00} = \operatorname{arg\,ch}\frac{l}{s} - \sqrt{1-\frac{s^2}{l^2}} \tag{25a}$$

$$C_{11} = \frac{1}{2Bl}(Bl\sqrt{1-B^2l^2} - Bs\sqrt{1-B^2s^2} + \arcsin Bl - \arcsin Bs) \tag{25b}$$

$$C_{12} = \frac{1}{3B^2l^2}[1-(1-B^2l^2)^{3/2}] \tag{25c}$$

$$C_{21} = \sqrt{1-B^2l^2} - \sqrt{1-B^2s^2} + \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{Bs} - \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{Bl} \tag{25d}$$

$$C_{22} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1-B^2l^2} + \frac{\arcsin Bl}{Bl}\right). \tag{25e}$$

4. Coefficients aérodinamiques de l'aile delta

La distribution de la pression sur les deux faces de l'aile est donnée par les coefficients de pression (fig. 2) :

$$C_{pe} = -2\frac{u_e}{U_\infty}, \quad C_{pi} = -2\frac{u_i}{U_\infty}. \tag{26}$$

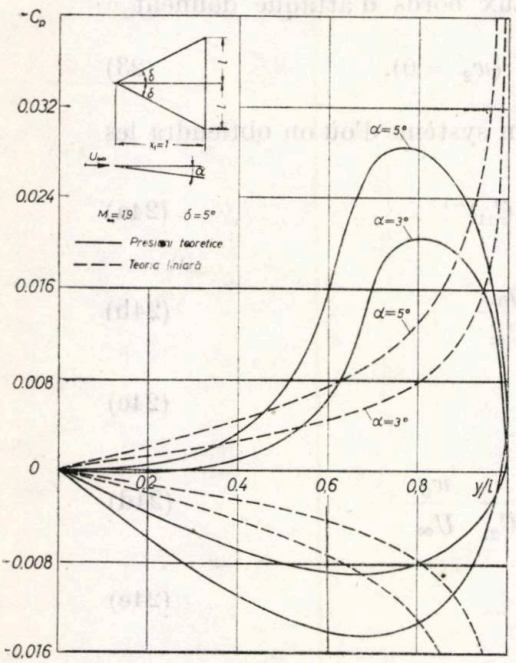


Fig. 2

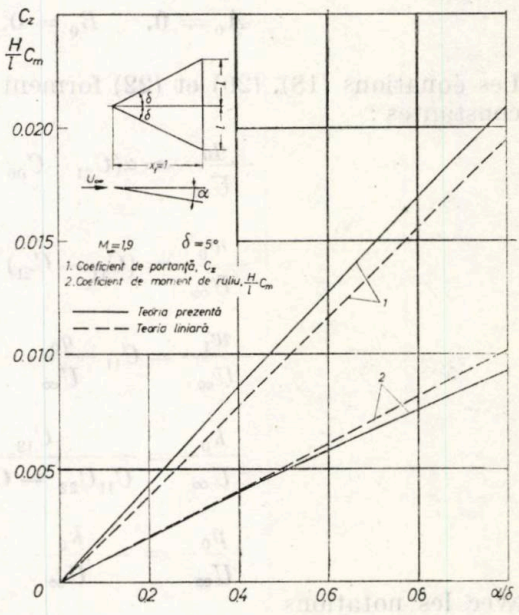


Fig. 3

On passera maintenant au calcul du coefficient de portance. A cette fin, puisque la portance de ailes à épaisseur symétrique est nulle, nous aurons à considérer seulement le coefficient de pression dû à l'aile portante mince (fig. 3) :

$$C_z = \frac{4}{lU_\infty}\int_0^l u'\,dy = \frac{4l}{\pi}\frac{q_0}{U_\infty}\left(\sqrt{1-\frac{s^2}{l^2}} - \frac{s^2}{l^2}\operatorname{arg\,ch}\frac{l}{s}\right). \tag{27}$$

Coefficient du moment de roulis autour de l'axe Ox_1 :

$$\frac{H}{l}C_m = \frac{8}{3l^2U_\infty}\int_0^l u'y\,dy = \frac{4l}{9}\frac{q_0}{U_\infty}\left(1-\frac{s^2}{l^2}\right)^{3/2}, \tag{28}$$

où H représente une longueur de référence (fig. 3).

Coefficient de résistance d'onde (traînée aérodynamique) :

$$C_x = \frac{4}{lU_\infty^2}\left(\int_0^l w'u'\,\mathrm{d}\,y + \int_0^l w''u''\,\mathrm{d}y\right). \tag{29}$$

Afin d'effectuer les intégrales, d'ailleurs très laborieuses, on doit tenir compte des fonctions suivantes :

$$w' = w_0,\ \eta \in (0, s) \tag{30a}$$

$$w'' = w_0 + \frac{p_0}{2Bl}(B\eta\sqrt{1 - B^2\eta^2} + \arcsin B\eta),\ \eta \in (0, s) \tag{30b}$$

$$w' = w_1 - q_0\left(\sqrt{1 - B^2l^2} - \sqrt{1 - B^2\eta^2} + \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{B\eta} - \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{Bl}\right),\ \eta \in (s, l) \tag{30c}$$

$$w'' = -k_0\left(\sqrt{1 - B^2l^2} - \sqrt{1 - B^2\eta^2} + \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{B\eta} - \operatorname{arg\,ch}\frac{1}{Bl}\right) -$$

$$-\frac{p_0}{2Bl}(Bl\sqrt{1 - B^2l^2} - B\eta\sqrt{1 - B^2\eta^2} +$$

$$+ \arcsin Bl - \arcsin B\eta),\quad \eta \in (s, l). \tag{30d}$$

L'abscisse $\eta = c$ du noyau tourbillonaire est établie de la même manière expliquée dans [3] :

$$\frac{c}{l} \approx (1 + 1{,}6\alpha^{1/2})^{-1}. \tag{31}$$

Dans ce cas, le paramètre s serait défini approximativement par la formule

$$\frac{s}{l} = \frac{1}{3}\left(4\,\frac{c}{l} - 1\right). \tag{32}$$

BIBLIOGRAPHIE

1. *E. Carafoli*, Wing Theory in Supersonic Flow. (Pergamon Press, London, 1969).
2. *Șt. Staicu*, Bulet. Inst. Polytechnic Bucarest, Tom. 34, No. 6, 1972.
3. *E. Carafoli, Șt. Staicu*, Journal de Mécanique, Vol. 6, No. 2, Paris, Juin 1967.

Scurgerea supersonică antisimetrică în jurul aripii delta, cu desprinderea curentului la borduri

Articolul de față face studiul mișcării în regim supersonic în jurul unei aripi delta subțiri cu incidențe antisimetrice, considerînd separația curentului la bordurile de atac

Se admite că, cîmpul vitezelor de perturbație pe suprafața aripii și a conului MACH ar putea fi realizat de o aripă delta fictivă portantă avînd și o grosime simetrică.

Se determină distribuția de presiuni și caracteristicile aerodinamice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43

INFLUENȚA NEUNIFORMITĂȚII DEBITĂRII COMBUSTIBILULUI ASUPRA EMISIEI DE OXID DE AZOT A MOTORULUI CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE

N. APOSTOLESCU, T. TURCOIU*

În lucrare se cercetează teoretic și experimental influența neuniformității debitării combustibilului asupra emisiei de NO. Analiza teoretică se bazează pe un model original de calcul, care consideră neomogenitatea gazelor din cilindru, o lege dată de degajare a căldurii și mecanismul Zeldovici de geneză a NO.

Cercetările demonstrează că neuniformitatea debitării poate fi o sursă importantă de creștere a concentrației de NO din gazele de evacuare, care derivă din creșterea neliniară a concentrației cu doza de combustibil injectat, accentuată eventual de intensificarea arderii violente.

Introducere

Sistemul de alimentare cu combustibil al motorului cu aprindere prin comprimare poate fi caracterizat printr-un grad ridicat de neuniformitate a dozării combustibilului între cilindri, rezultat chiar din fabricație; dereglarea și uzura sa progresivă în exploatare amplifică eventual considerabil, neuniformitatea debitării.

La un echipament de injecție în stare nouă și corect reglat, neuniformitatea dozării combustibilului este determinată de factori de ordin geometric și funcțional. Cercetarea acestor factori, condusă pe baze statistice, a demonstrat /1/, /2/ că în limitele toleranțelor de fabricație, influența cea mai importantă o au jocurile cuplului bucșă-piston plonjor al secțiunii de pompare. Pentru un joc normal, corespunzător toleranțelor de împerechere (clasa elementilor normali), neuniformitatea debitării atinge, la anumite regimuri de funcționare ale echipamentului cercetat, aproape 50%; la elementi cu jocuri mari la împerechere (clasa elementilor largi), de ordinul celor care se formează în exploatare prin uzură, neuniformitatea poate fi de cîteva ori mai mare (fig. 1). Variația jocurilor dintre supapa de refulare și sediu, în cadrul toleranțelor de împerechere, determină o neuniformitate a debitării care se ridică la valori de ordinul 18% la un reglaj corespunzător sarcinilor parțiale (R_2), la circa 8,5% la sarcina

Manuscris predat redacției la data de 8 octombrie 1979.
* Prof. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing. Catedra Motoare cu ardere internă.

plină (R_1), şi 4,5% la suprasarcină (R_3) — fig. 2. O neuniformitate importantă a debitării poate fi introdusă şi de diferenţele de formă geometrică a sistemului de injecţie ; rezultatele prezentate în figura 3 au fost obţinute

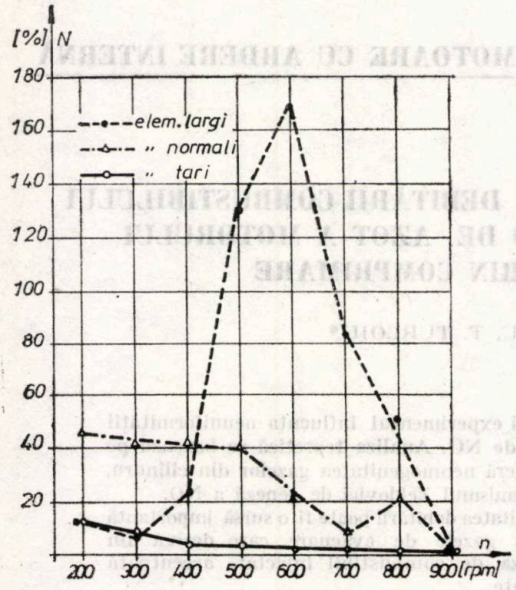


Fig. 1

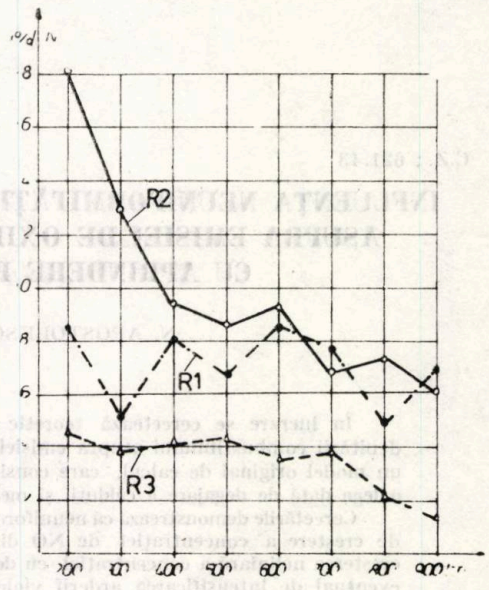


Fig. 2

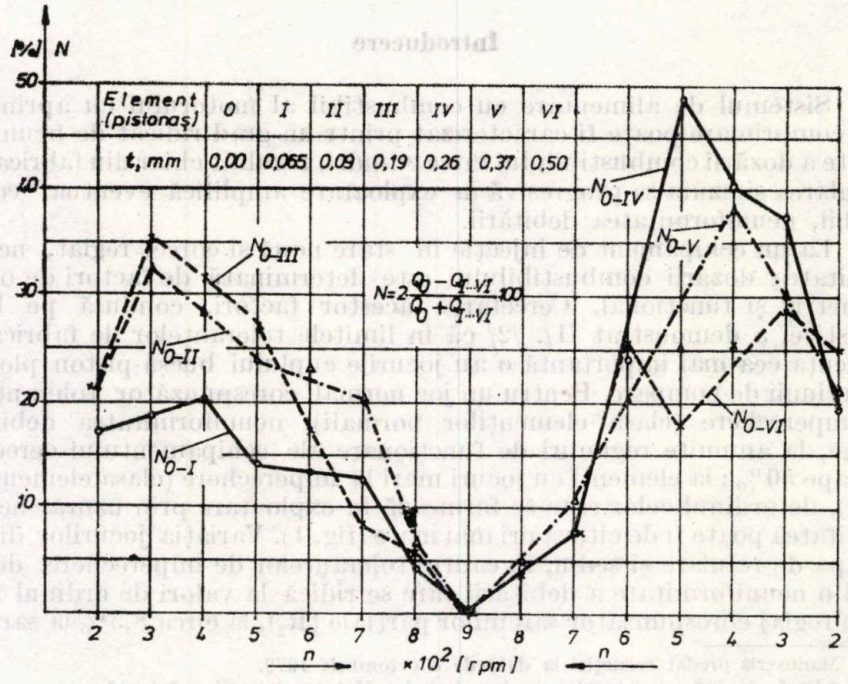


Fig. 3

în condiții deosebite numai prin înălțimea teșiturii muchiei frontale a pistonului plonjor. În fine, a fost evidențiată și influența însemnată a golurilor care se formează la sistemele uzuale de injecție, pe traseul pompă-injector. Încercările comparative, efectuate cu un sistem standard și cu un sistem modificat, care nu mai cuprinde supapa de refulare și care evită practic complet golurile, au arătat că pentru toate celelalte condiții neschimbate, neuniformitatea maximă a debitării s-a redus de la circa 30% la circa 1%, la turația pompei de 500 rot/min (fig. 4).

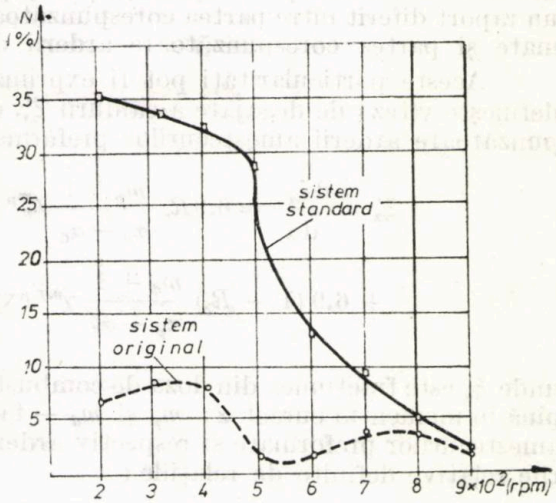


Fig. 4

Neuniformitatea debitării combustibilului antrenează efecte negative cunoscute asupra performanțelor de putere și economicitate, ca și asupra condițiilor de uniformitate a mersului și de solicitare termo-mecanică, sau asupra indicelui de fum al gazelor de evacuare.

Un efect asupra căruia lipsesc informații în literatura de specialitate se referă la emisia de oxid de azot /3/, /4/, /5/. Legăturile care există între doza de combustibil primită de un cilindru, pe de o parte, și concentrația globală de oxigen și temperatura gazelor arse, pe de altă parte, ne sugerează totuși o influență principial posibilă a neuniformității debitării combustibilului și asupra concentrației de oxid de azot din gazele de evacuare. Dependența față de acești factori, cu efecte de sens invers asupra genezei oxidului de azot, nu este liniară. Concentrația medie de oxid de azot în gazele de evacuare, rezultată în condiții de neuniformitate a debitării combustibilului, ar putea fi astfel mai mare decît cea corespunzătoare unei doze medii de combustibil, injectate uniform în toți cilindrii. Această influență ar mai fi accentuată de un efect suplimentar al neuniformității debitării, de modificare a evoluției arderii, cu intensificarea arderii violente.

Pentru evidențierea influenței neuniformității debitării combustibilului asupra emisiei de oxid de azot și elucidarea influențelor complexe ale factorilor implicați, în această lucrare s-a efectuat o analiză, pe baza unui model de calcul publicat anterior /6/, /7/. Măsurătorile efectuate la un motor cu aprindere prin comprimare și injecție directă, au oferit o confirmare a concluziilor teoretice.

Metoda de calcul

Neuniformitatea dozelor de combustibil introduse în cilindrii unui motor poate fi atribuită fie diferențelor dintre vitezele de injecție a combustibilului, la o durată totală egală a injecției, fie unor durate diferite ale

procesului de injecție în condițiile unei viteze uniforme de injecție ; între aceste două situații limită se înscrie orice situație reală. Ca urmare a neuniformității dozelor de combustibil și condițiilor de injecție diferite între cilindri, rezultă caracteristici ale vitezei de degajare a căldurii posibil deosebite nu numai prin suprafață, dar și prin alură și durată, prezentînd un raport diferit între partea corespunzătoare arderii amestecurilor preformate și partea corespunzătoare arderii difuzive.

Aceste particularități pot fi exprimate cu ajutorul unei legi care definește viteza de degajare a căldurii ξ'_α, ca rezultantă a vitezelor corespunzătoare arderii amestecurilor preformate și arderii difuzive /7/,

$$\xi'_\alpha = \frac{d\xi_\alpha}{d\alpha} = 6{,}9 R_c \frac{m_p + 1}{\alpha_p - \alpha_d} \chi_p^{m_p} \exp\left(-6{,}9 \chi_p^{m_p+1}\right) +$$

$$+ 6{,}9 (1 - R_c) \frac{m_d + 1}{\alpha_p - \alpha_d} \chi^{m_d} \exp\left(-6{,}9 \chi^{m\alpha+1}\right), \qquad (1)$$

unde ξ_α este fracțiunea din doza de combustibil pe ciclu, care reacționează pînă în momentul curent α ; m_p și m_d — factorii de formă pentru arderea amestecurilor preformate și respectiv arderea difuzivă ; χ_p și χ — unghiurile relative definite de relațiile :

$$\chi_p = \frac{\alpha - \alpha_d}{\alpha_p - \alpha_d}, \qquad \chi = \frac{\alpha - \alpha_d}{\alpha_f - \alpha_d}.$$

α_d, α_p, α_f — unghiurile de rotație a arborelui (°RA) corespunzătoare momentului declanșării arderii, sfîrșitului arderii amestecurilor preformate și respectiv sfîrșitul arderii ; α — unghiul curent, °RA ; R_c — raportul dintre cantitatea de căldură degajată în prima perioadă a arderii și cantitatea de căldură degajată pe ciclu. Potrivit celor arătate mai sus, neuniformitatea debitării rezultă în variația ariei de sub curba vitezei de degajare a căldurii (egală cu căldura echivalentă dozei de combustibil) și eventual în variația parametrilor R_c, χ_p, χ și m_d.

Metoda de calcul al formării oxidului de azot în cilindrul motorului, în condițiile unei legi date de degajare a căldurii, are la bază un model de neomogenitate a gazelor din cilindru, cu elemente de gaze arse de masă variabilă /6/. În cadrul acestui model, se face ipoteza fundamentală că proporția aer-combustibil din fiecare element de gaze nou format corespunde dozajului teoretic ; masa și compoziția chimică a elementelor nou formate se modifică apoi progresiv, prin amestecare cu aerul în exces. Se definesc astfel cantitatea molară curentă de aer $\nu_{ai\alpha}$ și cantitatea molară curentă de substanță din elementul i de gaze arse, $\nu_{gai\alpha}$:

$$\nu_{ai\alpha} = (1 - \xi_\alpha)\nu_{ais} + \nu_{aia\alpha}, \qquad (2)$$

$$\nu_{gai\alpha} = \Delta\xi_i \nu_{gas} + \nu_{gaai\alpha}, \qquad (3)$$

unde ν_{ais} este cantitatea de aer disponibilă inițial pentru arderea în condiții stoichiometrice ; $\nu_{aia\alpha}$ — cantitatea curentă de aer disponibilă pentru

amestecare ; $\nu_{aai\alpha}$ —cantitatea de gaze care se formează prin arderea completă a combustibilului în condiții stoichiometrice ; ν_{ggas} —cantitatea de aer de diluare din elementul i ; pentru un element de gaze nou format corespunzător, care nu a început să fie diluat cu aer, $\nu_{gaai\alpha} = 0$. Diluarea cu aer a elementelor de gaze de ardere este controlată de o lege de forma

$$\frac{d\nu_{aia\alpha}}{d\alpha} = C_m \nu_{ai\alpha} \left(\sum_{i-1}^{j-1} \nu_{gai\alpha} \right)^{0,67}, \tag{4}$$

unde C_m este o constantă de proporționalitate care exprimă intensitatea amestecării, caracteristică pentru un motor dat.

Amestecul inițial și elementele de gaze arse urmăresc evoluții în general de tip politropic, caracterizate prin exponenți politropici definiți de intensitatea schimbului de căldură cu pereții ; în zona cu variații foarte mici de presiune, evoluția este considerată pur izobară. Temperatura elementelor de gaze arse, rezultă printr-un dublu proces, tratat drept discontinuu, de evoluție politropă (sau izobară) cu masă constantă, urmată de amestecarea instantanee cu cantitatea corespunzătoare de aer de diluare.

Prin exprimarea ecuației generale de conservare a energiei și ecuațiilor care exprimă schimbul de căldură într-o transformare politropă, rezultă sistemul /7/ :

$$\frac{dp_\alpha}{d\alpha} = \left[1{,}986\, \nu_{ais} (\mu T_{fl\alpha} - T_{ai\alpha}) \frac{d\xi_\alpha}{d\alpha} - \frac{dQ_p}{d\alpha} - \frac{dQ_w}{d\alpha} - \right.$$

$$\left. - \frac{dQ_d}{d\alpha} \right] \Bigg/ \left\{ \nu_{ga} \frac{\overline{m}_{ga\alpha} - 1}{\overline{m}_{ga\alpha}} \cdot \frac{1}{p_{\alpha-\Delta\alpha}} \left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}} \right)^{-1/\overline{m}_{ga\alpha}} \sum \nu_{gai\alpha} C_{vgai\alpha} T_{gai\alpha-\Delta\alpha} + \right.$$

$$\left. + [(1 - \xi_\alpha)\nu_{ais} + \nu_{aia\alpha}] \cdot \frac{\overline{m}_{ai\alpha} - 1}{\overline{m}_{ai\alpha}} \cdot \frac{1}{p_{\alpha-\Delta\alpha}} \left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}} \right)^{-1/\overline{m}_{ai\alpha}} C_{vai\alpha} T_{ai\alpha-\Delta\alpha} \right\} \tag{5}$$

$$\left(\frac{dQ_{wga\,\alpha-\Delta\alpha}}{d\alpha} + \frac{dQ_{wga\,\alpha}}{d\alpha} + \frac{dQ_{d\,\alpha-\Delta\alpha}}{d\alpha} + \frac{dQ_{d\,\alpha}}{d\alpha} \right) \Bigg/ \sum \nu_{gai\,\alpha-\Delta\alpha}\, \Delta\alpha =$$

$$= -3{,}972 \frac{\overline{k}_{ga\,\alpha} - \overline{m}_{ga\,\alpha}}{\overline{k}_{ga\,\alpha} - 1} \frac{\overline{T}_{ga\,\alpha-\Delta\alpha}}{\overline{m}_{ga\,\alpha} - 1} \left[1 - \left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}} \right)^{1-1/\overline{m}_{ga\alpha}} \right] \tag{6}$$

$$\left(\frac{dQ_{wai\,\alpha-\Delta\alpha}}{d\alpha} + \frac{dQ_{wai\,\alpha}}{d\alpha} \right) \Bigg/ \nu_{ai\,\alpha}\, \Delta\alpha = -3{,}972 \frac{\overline{k}_{ai\,\alpha} - \overline{m}_{ai\,\alpha}}{\overline{k}_{ai\alpha} - 1} \times$$

$$\times \frac{T_{ai\,\alpha-\Delta\alpha}}{\overline{m}_{ai\,\alpha} - 1} \left[1 - \left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}} \right)^{1-1/\overline{m}_{ai\alpha}} \right], \tag{7}$$

prin rezolvarea căruia rezultă viteza de variație a presiunii $dp_\alpha/d\alpha$, precum și exponenții politropici pentru gazele arse, $\overline{m}_{ga\,\alpha}$ și amestecul inițial, $\overline{m}_{ai\,\alpha}$.

În aceste ecuații s-au mai folosit notațiile : $T_{fl\alpha}$ — temperatura curentă a flăcării ; dQ_p, dQ_w, dQ_d — variația elementară a căldurii echivalente lucrului mecanic, căldurii transferate la pereți, respectiv căldurii de disociere a gazelor ; dQ_{wga}, dQ_{wai} — căldura elementară transferată la pereți separat, de gazele arse și amestecul inițial ; C_v — căldura specifică la volum constant ; $\bar{k}$ exponentul adiabatic ; $T^*_{gai\alpha}$ — temperatura gazelor arse înainte de amestecare. Temperaturile $T^*_{gai\alpha}$ și $T_{ai\alpha}$ se calculează cu ajutorul exponenților politropici, iar pentru perioada de evoluție izobară, pe baza ecuației schimbului de căldură într-o transformare izobară ; temperatura $T_{gai\alpha}$ rezultă din ecuația de conservare a energiei în cursul procesului de amestecare.

Cinetica formării oxidului de azot este exprimată de mecanismul Zeldovici

$$\left.\begin{aligned} O + N_2 &\underset{d}{\overset{f}{\rightleftharpoons}} NO + N, \quad (a) \\ O_2 + N &\underset{d}{\overset{f}{\rightleftharpoons}} NO + O, \quad (b) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

de unde rezultă viteza de formare a oxidului de azot, exprimată prin fracțiuni molare,

$$\frac{dx_{NO}}{dt} = \frac{\nu}{V}(k_{af} x_{N_2} x_O + k_{bf} x_{O_2} x_N - k_{ad} x_{NO} x_N - k_{bd} x_{NO} x_O), \tag{9}$$

unde $k_{af} \ldots k_{bd}$ sînt constante de viteză, în cm³/kmols, iar $x_{NO} \ldots x_O$ —fracțiuni molare (ν_i/ν). Ecuația (9) se integrează analitic admițînd că fracțiunile molare de oxigen atomic x_O și de azot atomic x_N sînt invariabile.

Această metodă de calcul a fost dezvoltată sub forma unui program de calcul pentru calculator, adaptîndu-se subrutine și segmente din programele publicate în lucrarea /8/.

Rezultate

Studiul teoretic al influenței neuniformității debitării combustibilului asupra concentrației de oxid de azot din gazele de evacuare s-a efectuat în două variante :

a) Doză variabilă de combustibil pe ciclu, cu menținerea neschimbată a parametrilor caracteristici ai vitezei de degajare a căldurii ;

b) Ardere în condiții variabile, prin ponderea deosebită a arderii amestecurilor difuzive, doza de combustibil menținîndu-se constantă.

În primul caz, s-a urmărit să se stabilească prin calcul dacă concentrația medie de oxid de azot rezultată prin arderea unor doze diferite de combustibil în doi cilindri ai motorului poate fi mai mare decît concentrația rezultată prin arderea dozei medii, egale, în ambii cilindri. Prin al doilea caz, s-a urmărit evidențierea posibilității de principiu a unui efect suplimentar al neuniformității debitării asupra emisiei de oxid de azot, determinat de modificarea ponderii arderii amestecurilor preformate,

corespunzător unor diferențe de viteză de injecție în perioada întîrzierii la aprindere sau de durată a întîrzierii la aprindere.

Principalele date de calcul sînt sistematizate în tabelul 1; datele constructive și ale regimului funcțional corespund motorului românesc D—110.

Tabelul 1

V_s	n	ε	Q_{cl}	ν_{ai}	α_d	α_p	m_d	m_p	R_c	C_m
m^3	rot/min	—	kcal	k mol	°RA	°RA	—	—	—	
$1{,}3079 \cdot 10^{-3}$	1000 / 1000, 1800	17	0,41 ; 0,57 ; 0,65 ; 0,79 ; 0,87 / 0,65	$0{,}4858 \cdot 10^{-4}$	344	354	1,4	2,3	0,3 / 0,2 ; 0,3 ; 0,4	32

Notații: V_s — cilindreia; n — turația; ε — raportul de comprimare; Q_c — căldura echivalentă dozei de combustibil pe ciclu.

Rezultatele calculelor efectuate în primul caz, pentru diferite doze de combustibil, sînt prezentate în figura 5. Se observă că concentrația de oxid de azot prezintă o creștere mai pronunțată decît cea liniară cu doza de combustibil. Aceste date au fost prelucrate în continuare în felul următor: s-au format perechi de valori ale dozei de combustibil, Q_{cli}, Q_{clj}, respectîndu-se condiția $Q_{cli} + Q_{clj} = 2Q_{cl}^m = \text{const.}$ și s-a determinat concentrația medie de oxid de azot corespunzătoare. Valorile astfel obținute au fost reprezentate în figura 6 în funcție de gradul de neuniformitate al debitării, exprimat de relația $N = 2\,[(Q_{cli} - Q_{clj})/Q_{cl}^m]\,100$, sub forma unor curbe $Q_{cl}^m = \text{const.}$ Figura 6 ilustrează tendința de creștere importantă a concentrației de oxid de azot odată cu gradul de neunifor-

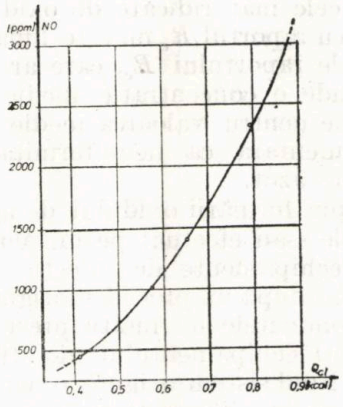


Fig. 5

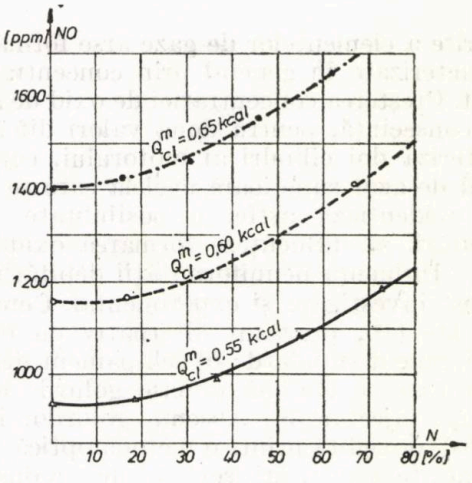


Fig. 6

mitate a debitării, chiar dacă ponderea perioadelor arderii nu se modifică (R_c = const); această tendință nu depinde de doza nominală de combustibil Q_{cl}^m (sarcina motorului).

În figura 7 sînt reprezentate rezultatele obținute la diferite valori ale raportului R_c și o doză constantă de combustibil. Creșterea pronunțată a concentrației de oxid de azot cu raportul R_c reprezintă rezultatul ponderii

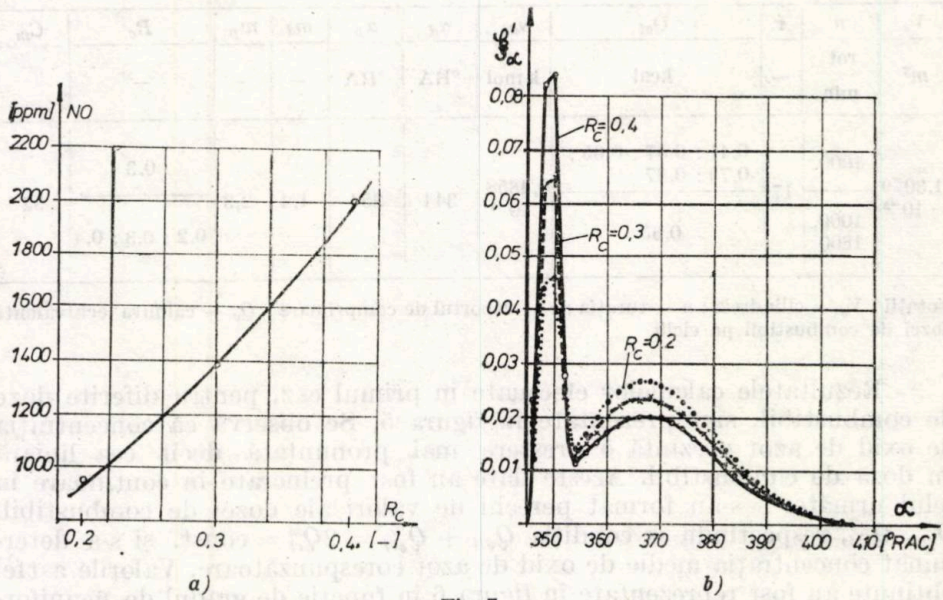


Fig. 7

mărite a elementelor de gaze arse formate la începutul arderii și care sînt caracterizate în general prin concentrațiile cele mai ridicate de oxid de azot. Creșterea concentrației de oxid de azot cu raportul R_c nu este liniară. În consecință, pentru două valori diferite ale raportului R_c, care ar caracteriza doi cilindri ai motorului, corespunde o concentrație medie de oxid de azot superioară aceleia care se obține pentru valoarea medie R_c. Se evidențiază astfel o posibilitate suplimentară ca neuniformitatea debitării să influențeze formarea oxidului de azot.

Influența neuniformității debitării asupra formării oxidului de azot a fost investigată și experimental. Cercetările s-au efectuat pe un motor tip D—110, prevăzut alternativ cu două echipamente de injecție: a) echipament standard; b) echipament modificat după un procedeu original, prin care se elimină practic golurile din conductele de înaltă presiune pompă-injector /9/. Absența golurilor în cazul echipamentului modificat a fost dovedită printr-o metodă optică /10/. Noul sistem asigură o neuniformitate a debitării sensibil mai redusă, care este ilustrată de figura 4 și care trebuie atribuită în primul rînd particularității funcționării fără goluri și într-o mai mică măsură, eliminării supapei de refulare.

Motorul, cuplat cu o frînă hidraulică, a funcționat pe caracteristicile de regulator corespunzătoare unor turații medii de circa 1800 rot/min și

1000 rot/min. Măsurarea concentraţiei de oxid de azot s-a făcut prin metoda chemiluminescenţei, cu un aparat tip Thermo-Electron, model 10 A.

Principalele rezultate obţinute sînt prezentate în tabela 2, comparativ cu rezultatele calculelor.

Tabelul 2

Condiţii de funcţionare

	Echipament de injecţie original			Echipament de injecţie standard		
	n, rot/min	Q_{cl} kcal	NO, ppm	n, rot/min	Q_{cl}, kcal	NO, ppm
Teoretic	1000	0,6000	1150	1000	0,6000	1210*
	1800	0,6470	954	—	—	—
Experimental	1062	0,6003	1180	1071	0,6042	1340
	1742	0,6082	910	1767	0,6102	950

* Pentru un grad de neuniformitate de 30% (fig. 6), corespunzător rezultatelor din figura 4

Datele experimentale obţinute confirmă concluziile teoretice cu privire la influenţa gradului de neuniformitate a debitării asupra emisiei de oxid de azot. Prin înlocuirea echipamentului de injecţie standard, caracterizat la turaţia motorului de 1060—1070 rot/min printr-un grad de neuniformitate de circa 30% (fig. 4) cu sistemul modificat, la care gradul de neuniformitate la acelaşi regim de funcţionare este de circa 1%, s-a înregistrat o reducere a concentraţiei de oxid de azot de 160 ppm (12%). Pe de altă parte, la regimul de 1740...1760 rot/min, la care gradul de neuniformitate caracteristic celor două echipamente este practic egal, diferenţa între concentraţiile de oxid de azot devine neînsemnată (circa 4%).

Se constată de asemenea apropierea strînsă dintre datele teoretice şi experimentale, la ambele regimuri de funcţionare considerate, pentru motorul cu grad minim de neuniformitate a debitării. Admiţînd pentru sistemul standard de injecţie un grad de neuniformitate de 30%, la turaţia motorului de 1000 rot/min, calculele indică o sporire a concentraţiei de oxid de azot de numai 60 ppm (5,5%), mai mică decît cea obţinută experimental. Această influenţă a fost obţinută însă în condiţiile menţinerii neschimbate a parametrilor caracteristici vitezei degajării căldurii. O apropiere mai mare de datele experimentale este posibilă dacă se admite un efect suplimentar al neuniformităţii debitării, de creştere a ponderii arderii violente.

Concluzii

1. Cercetarea teoretică şi experimentală demonstrează că neuniformitatea debitării combustibilului în cilindrii motorului cu aprindere prin comprimare poate fi o sursă importantă de sporire a concentraţiei de oxid de azot în gazele de evacuare.

2. Efectul neuniformității debitării asupra concentrației de oxid de azot derivă din creșterea pronunțată, neliniară, a concentrației odată cu doza de combustibil injectat, accentuată eventual de intensificarea arderii violente.

3. Programul de calcul dezvoltat se dovedește un instrument eficient de investigație, oferind posibilitatea obținerii unor rezultate foarte apropiate de cele experimentale.

BIBLIOGRAFIE

1. *Vasilescu C. A., Turcoiu T.*, Influența neuniformității injecției asupra performanțelor și comportării motorului cu aprindere prin comprimare. A V-a sesiune de comunicări a Institutului de Marină Constanța, 1978.
2. *Turcoiu T., Boncoi J.*, Rev. Transporturi și Telecom. 1, 1980.
3. *Henein, N. A.*, Engine Emissions. Pollutant Formation and Measurement. Plenum Press, New-York, 1973.
4. *Aramă C., Apostolescu N., Grünwald B.*, Poluarea aerului de către motoarele cu ardere internă. Ed. Tehnică, București, 1975.
5. *Vasilescu C. A.*, Combaterea produșilor poluanți emiși de motoarele autovehiculelor. Ed. Academiei RSR, București, 1975.
6. *Apostolescu N.*, Rev. Roum. Sci. Tech. Electrotechn. et Energ. 19, 4 (1974).
7. *Grünwald B., Apostolescu N.*, Neomogenitatea termică și chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă. Ed. Academiei RSR, București, 1975.
8. *Grünwald B., Apostolescu N., Dodu M.*, Programe pentru calculul arderii din motoarele cu piston. Litografia Inst. politehnic București, 1975.
9. * * * Aparat de injecție a combustibilului. Brevet 64.082, FO2M 41/16, România, 1976.
10. *Manea A., ș.a.*, Rev. Roum. Sci. Tech. — Electrotechn. et Energ. 21, 3 (1976).

Influence of the fuel delivery nonuniformity on nitric oxide emission of the compression-ignition engine

In this work a theoretical and experimental research is done, concerning the influence of the nonuniformity of the amount of fuel injected in the cylinders, upon the NO emission. The theoretical analysis is based on an original model considering the gas nonhomogeneity in the cylinder, a given law of heat release and Zeldovich mechanism of NO genesis.

It is demonstrated that the delivery nonuniformity can be an important source of NO concentration increase, deriving from the nonlinear increase of the concentration with the amount of injected fuel, possibly strengthened by intensification of the stage of ,,premixed flame combustion''.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 621.43 :533

UNELE REZULTATE ALE CALCULULUI PROCESELOR GAZODINAMICE DINTRE PISTON ȘI CILINDRU, LA MOTORUL CU ARDERE INTERNĂ

GHEORGHE ZĂTREANU

Lucrarea prezintă rezultatele unui calcul al variației stării gazelor de-a lungul regiunii portsegmenți și a scăpărilor de gaze în carter. Aplicînd o metodă originală elaborată anterior, calculul ia în considerare cele două componente fundamentale ale proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru: curgerea gazelor și pulsația segmenților.

1. Într-o lucrare anterioară [2], s-a propus o metodă de calcul al proceselor gazodinamice dintre pistonul și cilindrul motorului cu ardere internă, care servește la determinarea pe parcursul ciclului motor a variației stării gazelor de-a lungul regiunii portsegmenți și a scăpărilor de gaze în carter. Metoda ia în considerare cele două componente fundamentale ale proceselor amintite: curgerea gazelor prin treptele de segmenți ** și mișcarea de pulsație a segmenților; implicațiile acesteia din urmă sînt examinate în [4], iar indicații suplimentare pentru aplicarea metodei sînt prezentate în [3].

Pentru valorificarea metodei s-a realizat un program care a fost apicat pentru motorul Dacia 1300 pe un calculator electronic Felix C — 25. Rezultatele obținute sînt analizate în prezenta lucrare.

2. Caracteristicile principale ale motorului Dacia 1300 sînt următoarele:

numărul de cilindri	4, în linie
numărul de timpi	4
procedeul de formare a amestecului	carburație
diametrul cilindrului	73 mm
cursa pistonului	77 mm
cilindreea	1289 cm^3
raportul de compresiune	8,5

Manuscris predat redacției la data de 26 iunie 1979.
Conf. dr. ing. Catedra Motoare cu ardere internă
** Prin treaptă de segment se înțelege spațiul ocupat de gaze între flancurile inferioare a doi segmenți consecutivi.

puterea efectivă . . . . . .54 CP la 5250 rot/min
raza manivelei . . . . . .38,5 mm
avansul la declanşarea scînteii electrice 25 °RAC
avansul la deschiderea supapelor
evacuare . . . . . .60 °RAC
admisiune . . . . . .20 °RAC.

Variaţia presiunii gazelor din cilindru a fost urmărită după o diagramă indicată pentru regimul de sarcină plină şi turaţie nominală.

Metoda presupune că admisiunea şi evacuarea sînt izobare, compresiunea şi destinderea sînt politropice, iar arderea decurge în tranşe, după o lege exponenţială. Conform acestor ipoteze şi diagramei indicate utilizate, s-au precizat mărimile referitoare la ciclul motor prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Mărimea		Valoarea	Unitatea de măsură
Mărimile de stare ale încărcăturii proaspete, în timpul admisiunii	Presiune	0,82	at
	Temperatură	343	K
Exponentul mediu al compresiunii		1,35	—
Coeficientul de exces de aer		1	—
Durata arderii		50	°RAC
Exponentul legii de ardere		3	—
Mărimile de stare ale gazelor arse, în timpul evacuării	Presiune	1,12	at
	Temperatură	1000	K

Fiecare piston al motorului Dacia 1300 este echipat cu doi segmenţi de compresiune, ceea ce înseamnă că există trei trepte de segmenţi în fiecare cilindru (fig. 1) : treapta 0, delimitată de primul segment ; treapta 1, cuprinsă între cei doi segmenţi ; treapta 2, situată sub al doilea segment *. Mărimile geometrice adoptate pentru trepte sînt arătate în tabelul 2. Printre acestea, dimensiunile şi jocurile segmenţilor au fost alese conform valorilor medii ale cîmpurilor de toleranţe.

Mărimile necesare pentru iniţializarea calculelor sînt fixate în tabelul 3. Mărimile p_2 şi T_2, precum şi temperaturile de regim ale pistonului şi segmenţilor, sînt presupuse constante. Presiunea p_1 şi temperatura T_1 au fost stabilite la valorile din tabelul 3 prin rotunjirea rezultatelor de la sfîrşitul unei prime rulări a programului.

Pentru mărimile necesare în calculul schimbului de căldură s-au admis valorile : coeficientul de convecţie cilindru-fluid de răcire - 2000

* Treptele 0 şi 2 se extind şi asupra gazelor din cilindru, respectiv din carte

Tabelul 2

Mărimea		Simbolul	Valoarea, mm
Jocurile radiale, la cald, între piston şi cilindru		ε_0	0,15
		ε_1	0,13
		ε_2	0,11
Dimensiunile segmenţilor	Înălţime	h_1	1,734
		h_2	1,984
	Grosime radială	$a_1 = a_2$	3,2
Jocurile segmenţilor	Axial	$h'_1 = h'_2$	0,044
	Radial	$a_1' = a'_2$	0,42
Rostul segmenţilor		s	0,25
Distanţa dintre canalele portsegmenţi		H_1	3,5

kcal/m²h · grd; coeficientul de convecţie de la gaze la piston şi la segmenţi — 350 kcal/m²h · grd; grosimea peretelui cilindrului şi coeficientul de conducţie respectiv — 5,5 mm şi 40 kcal/m · h · grd. Pentru coeficienţii de debit s-a luat valoarea 0,7 comună tuturor secţiunilor de curgere, considerînd că această valoare sesizează şi diferenţele dintre secţiunile teoretice şi secţiunile nete, diferenţe datorate prezenţei uleiului în trepte. S-au mai adoptat: presiunea elastică medie a segmenţilor — 2 kgf/cm²; coeficientul de frecare segmenţi-cilindru — — 0,15; densitatea materialului segmenţilor — $8 \cdot 10^2$ kgf · s²/m⁴.

3. Pornind de la datele menţionate s-a obţinut în final $p_1 = 1{,}047$ at şi $T_1 = 432{,}88$ K, ceea ce corespunde abaterilor evident neglijabile de +0,29 şi respectiv — 0,67%. Astfel, din punctul de vedere al periodicităţii proceselor, rezultatele sînt corecte. Faptul că ciclul se închide după numai două rulări ale programului conferă operativitate metodei de calcul.

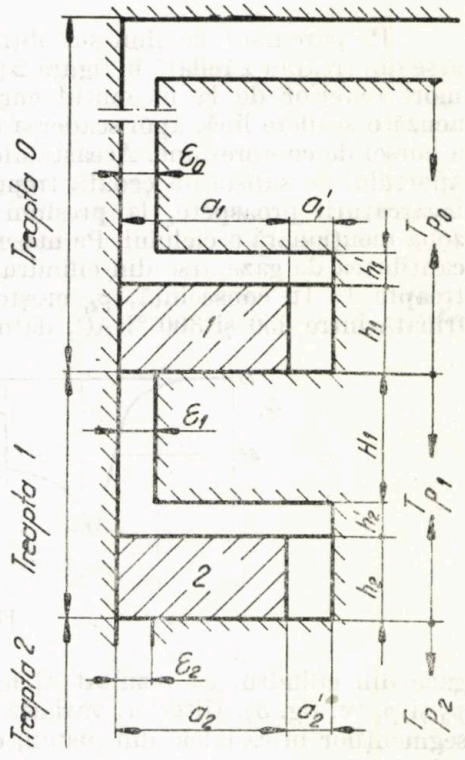


Fig. 1

Tabelul 3

Mărimile de stare inițiale ale gazelor din treptele de segmenți	Presiune		Temperatură	
	Simbolul	Valoarea, at	Simbolul	Valoarea, K
	p_0	0,82	T_0	343
	p_1	1,05	T_1	430
	p_2	1,07	T_2	398
Temperaturile de regim ale pistonului (în zona fiecărei trepte)			T_{p_0}	448
			T_{p_1}	423
			T_{p_2}	403
Temperaturile de regim ale segmenților			T_{s_1}	483
			T_{s_2}	423
Temperatura fluidului de răcire			T_f	353

Pe parcursul ciclului, s-a obținut variația participației ρ_{g_1} a gazelor arse din treapta 1 redată în figura 2 (unghiul θ este măsurat față de punctul mort exterior de la începutul cursei de compresiune). La început, ρ_{g_1} acuză o scădere lină, apoi scăderea devine tot mai rapidă în a doua parte a cursei de compresiune. Această alură se explică prin mărirea continuă a aportului de substanță cedată treptei 1 de către cilindru, unde ponderea încărcăturii proaspete, la presiuni p_0 crescînde, este predominantă în zona menționată a ciclului. Pe măsură ce arderea avansează, se majorează cantitatea de gaze arse din cilindru, deci și din amestecul ce pătrunde în treapta 1. În consecință, ρ_{g_1} crește după $\theta = 185$ °RAC. Creșterea este frînată între 250 și 300 °RAC, datorită, probabil, atenuării scăpărilor de

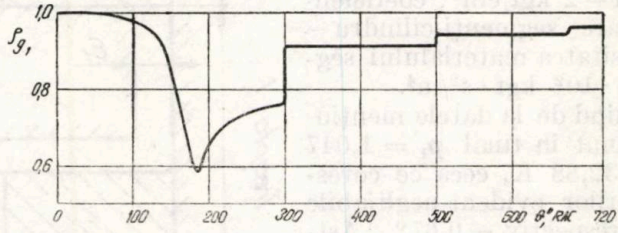


Fig. 2

gaze din cilindru, ca rezultat al micșorării decalajului dintre presiunile p_0 și p_1 (v. fig. 3). Ulterior, variația prezintă salturi în timpul deplasărilor segmenților în canalele din piston, cînd are loc un important transfer de substanță între trepte. Între aceste salturi ρ_{g_1} rămîne aproximativ cons-

tant, deoarece schimburile de gaze dintre trepte sînt reduse în zonele respective, presiunile din cele trei trepte avînd valori apropiate (v. fig. 3).

Astfel concretizată, variația lui ρ_{g_1} atestă aplicabilitatea ipotezelor privind modificarea compoziției gazelor din trepte [3]. Față de valoarea

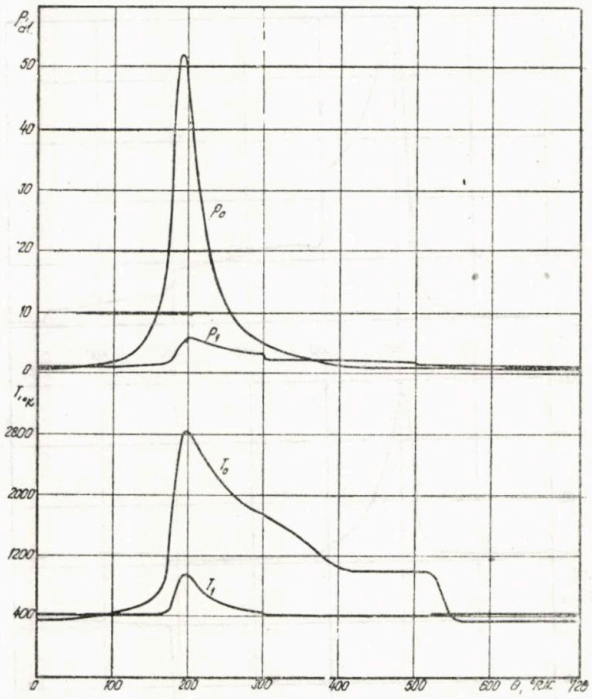


Fig. 3

sa inițială, valoarea finală a lui ρ_{g_1} prezintă o abatere de 3,68%; această abatere este acceptabilă, întrucît este influențată de ipotezele amintite, de schema aplicată pentru transferarea de spații între trepte în timpul pulsației segmenților [2, 3] etc.

4. În figura 3 sînt redate variațiile presiunii și temperaturii din treapta 1 comparativ cu variațiile acelorași mărimi din cilindru. Se constată o importantă cădere între presiunile p_0 și p_1, ca rezultat al laminării puternice a gazelor prin secțiunile de curgere. Datorită rezistențelor mari întîmpinate în curgerea gazelor, acest proces este întîrziat, ceea ce este pus în evidență prin decalarea în urmă a vîrfului presiunii p_1 (obținut la 201 °RAC) față de valoarea maximă a lui p_0 (înregistrată la 192 °RAC).

Aceste constatări sînt în acord cu rezultatele din literatură [1]. Rezultatele din figura 3 dau și informații suplimentare, neîntîlnite de autor în literatură, în ceea ce privește variația temperaturii T_1. Se observă că această variație urmărește în general variația lui p_1. La început, T_1 prezintă o ușoară scădere cauzată de transferul de căldură spre organele care delimitează treapta. Datorită, în parte, acestui proces, creșterea ulterioară a lui T_1 este întrucîtva frînată față de creșterea lui p_1. Intensifi-

carea transferului de căldură amintit prilejuiește inversarea mai rapidă a sensului de variație al temperaturii, nivelul maxim al acesteia devansînd cu 4—5 °RAC vîrful presiunii p_1.

O imagine mai clară asupra modului în care evoluează presiunea și temperatura gazelor din treapta 1 rezultă din figura 4, unde va-

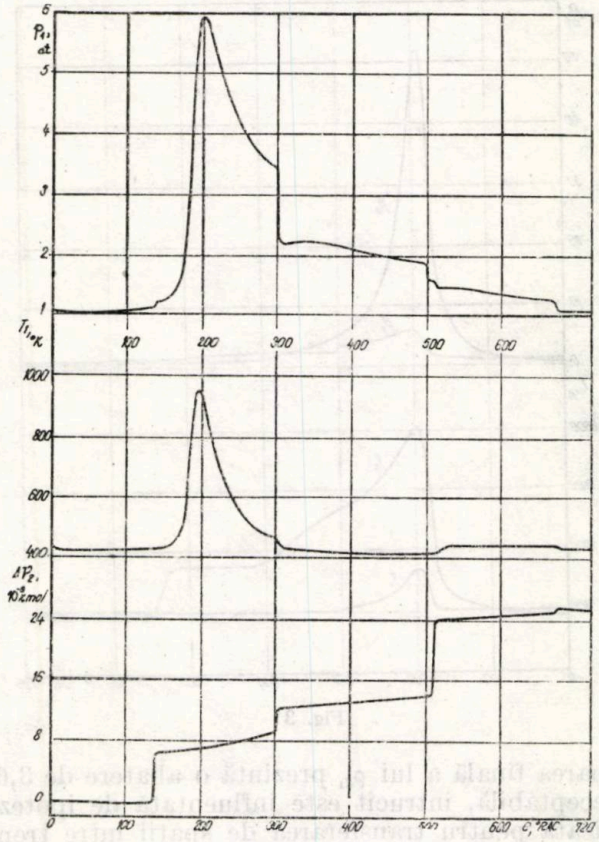


Fig. 4

riațiile respective sînt reprezentate la scări mai mari. În această figură se arată și evoluția cantității de gaze $\Delta\nu_2$ scăpate în carter.

După ce p_1 și T_1 acuză schimbări puțin însemnate în prima jumătate a cursei de compresiune, alurile devin mai rapid crescătoare o dată cu majorarea aportului de substanță primit prin rostul segmentului 1, datorită vitezei de creștere mai mari a presiunii p_0 (v. fig. 3); în zona respectivă se înregistrează (fig. 4) curgere de gaze din treapta 2 în treapta 1 ($\Delta\nu_2 < 0$, crescînd în valoare absolută) cît timp $p_2 > p_1$.

Între 136 și 140 °RAC are loc deplasarea ascendentă a segmentului 2, determinînd o mărire bruscă a presiunii p_1, întrucît peste efectul majorării amintite a cantității de gaze primite din treapta 0 se suprapune efectul predominant al micșorării considerabile (cu cca 200%) a volumului treptei 1. Sub aspect cantitativ creșterea lui p_1 este totuși moderată (7,1%), fiindcă

pe parcursul deplasării segmentului 2 se produce un transport masiv de gaze din treapta 1 în carter, prin secțiunile de curgere cu mult sporite față de secțiunea oferită anterior pe la rostul segmentului 2 situat pe flancul inferior. Prin efect de răcire a gazelor rămase în treapta 1, aceste importante pierderi de substanță contribuie probabil la frînarea mai sus semnalată a creșterii temperaturii T_1.

După stabilizarea segmentului 2 pe flancul superior, creșterea lui p_1 este întîrziată pe 10—15 °RAC, ceea ce se datorește faptului că micșorarea volumului treptei 1 încetează cînd segmentul ajunge în noua poziție. Mai departe, p_1 și T_1 acuză pînă la θ =300 °RAC o variație mai rapidă, însă continuă, punctată de trecerea prin valorile maxime respective. Această variație este determinată mai ales de evoluțiile fluidului motor din cilindru, prin intermediul scăpărilor în creștere și apoi în scădere realizate prin rostul segmentului 1; influența exercitată de scăpările prin rostul segmentului 2 este mai mică, deoarece $\frac{p_0}{p_1} > \frac{p_1}{p_2}$. În această zonă a ciclului, cantitatea $\Delta\nu_2$ crește moderat, cu pantă mai mică după ce p_1 devine descrescătoare.

Între 300 și 303 °RAC segmentul 2 revine pe flancul inferior. Se observă că această deplasare se realizează mai repede decît mișcarea ascendentă anterioară, deși un calcul simplu arată că mărimile cinematice ale pistonului, care exercită o influență importantă asupra deplasărilor segmentului [4], au valori apropiate în domeniile 136...140 °RAC și 300...303 °RAC. Situația se datorește faptului că sensul diferenței dintre presiunile p_1 și p_2, care lucrează pe flancurile superior și respectiv inferior ale segmentului din momentul cînd acțiunea diferențială a acestuia încetează, coincide cu sensul descendent de deplasare și totodată această diferență este mai mare în domeniul 300...303 °RAC.

În timpul revenirii segmentului 2, creșterea puternică a volumului treptei 1 antrenează o cădere violentă a lui p_1, care este cantitativ mare pentru că nivelul lui p_1 este ridicat la desprinderea segmentului de pe flancul superior; în mod similar variază și T_1. Acestor variații li se asociază o frînare a scăpărilor de gaze din treapta 1 (creșterea lui Δ_{ν_2} este mai mică decît cea înregistrată în timpul deplasării ascendente a segmentului), micșorarea presiunii p_1 compensînd în parte efectul secțiunilor de curgere apreciabil mai mari decît înainte de amorsarea mișcării.

Variația ulterioară a mărimilor studiate poate fi explicată prin analiza dependențelor deja reliefate. De exemplu, în domeniul 499...502 °RAC se produce deplasarea ascendentă a segmentului 1, care determină o nouă cădere bruscă a presiunii p_1, datorită creșterii volumului treptei 1 și curgerii prin secțiuni sporite din treapta 1 în treapta 0 (la 499 °RAC $p_1 > p_0$ — v. fig. 3). Fiindcă poziția segmentului 2 este invariabilă în acest domeniu, cantitatea $\Delta\nu_2$ nu este practic influențată. În schimb, la noua deplasare ascendentă a segmentului 2, survenită între 509 și 513 °RAC, $\Delta\nu_2$ înregistrează un nou salt. El este superior celui manifestat în domeniul 136...140 °RAC, întrucît noua deplasare este amorsată la un nivel mai înalt al presiunii p_1 (1,5617 at față de 1,1096 at). În consecință, deplasarea ce începe la 509 °RAC determină chiar o altă schimbare pronunțată în

variația descrescătoare a presiunii p_1, din această cauză fiind întîrziată creșterea temperaturii T_1 antrenată de micșorarea volumului treptei.

5. Este interesant să se confrunte rezultatele obținute cu informațiile existente în literatură. Pentru o verificare globală se alege cantitatea de gaze scăpate în carter, iar în figura 5 se reproduc din [1] rezultatele experimentale privind scăpările înregistrate la un număr mare de motoare.

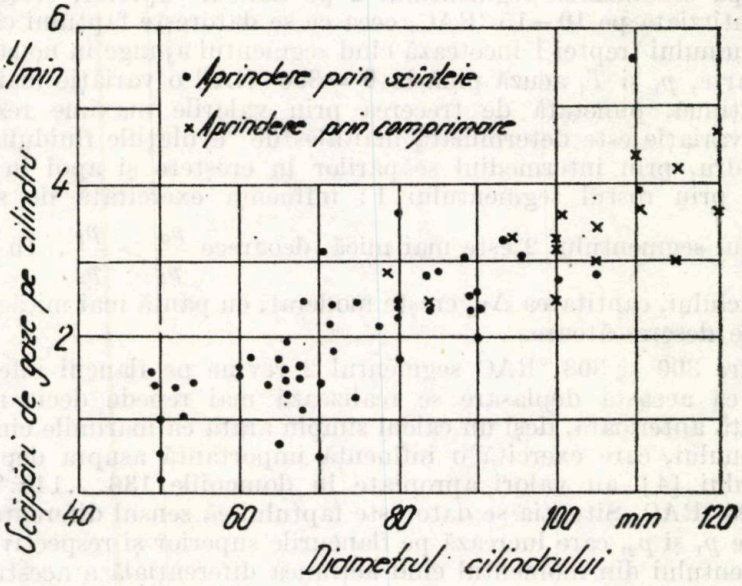


Fig. 5

Aceste rezultate au fost obținute prin măsurători îngrijite efectuate la întreprinderile constructoare.

Din calculul prezentat (fig. 4) s-a obținut cantitatea de gaze scăpate $\Delta\nu_2 = 25{,}57 \cdot 10^{-9}$ kmol/ciclu. Pentru transformarea unităților de măsură, se consideră valoarea medie 1,08 kgf/m^3 a greutății specifice a gazelor, obținută cu ajutorul mărimilor p_1 și T_1 din intervalele de timp în care segmenții s-au deplasat, cînd s-au produs cele mai însemnate scăpări; rezultă astfel $\Delta\nu_2 = 1{,}79$ l/min.

Se constată (fig. 5) că această cantitate se înscrie în plaja punctelor experimentale de la diametre de cilindru în jurul celui al motorului Dacia 1300. Ca atare, rezultatele calculului pot fi considerate corespunzătoare.

6. Rezultatele prezentate arată că metoda aplicată permite investigarea în bune condiții a proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru. Metoda oferă informații detaliate, evidențiind importanța decisivă în desfășurarea proceselor a mișcării de pulsație a segmenților.

Cu ajutorul metodei proiectantul și constructorul de motoare poate stabili influențele exercitate de diverși factori asupra proceselor analizate, în scopul de a asigura un control eficient al acestor procese.

BIBLIOGRAFIE

1. *English, C.*, Kolbenringe, Band I, II, Wien, Springer-Verlag, 1958.
2. *Zătreanu, Gh.*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. et Énerg., 1976, 21, 1.
3. *Zătreanu, Gh.*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. et Énerg., 1976, 21,2.
4. *Zătreanu, Gh.*, Bul. Inst. Polit. Gh. Gheorghiu-Dej, 1976, 2.

Quelques résultats du calcul des processus gazodynamiques dévéloppés entre le piston et le cylindre, au moteur à combustion interne

On présente les resultats d'un calcul de la variation d'état des gaz au long des segments et des fuites de gaz dans le carter. Dans ce calcul on applique une méthode originale élaborée auparavant par l'auteur, qui considère les deux composantes fondamentaux des processus gazodynamiques développés entre le piston et le cylindre : l'écoulement des gaz et le battement des segments.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 521.41
547.421.1

UNELE ASPECTE ALE RECIRCULĂRII DE GAZE CALDE DE EVACUARE ÎN MOTORUL D—115 ÎN CAZUL ALIMENATĂRII CU METANOL

M.G. POPA, L. DRĂGUȚAN, M. IACOMI*

Lucrarea își propune să prezinte unele aspecte experimentale ale folosirii metanolului în motorul cu aprindere prin comprimare D—115 și se trag de aici concluzii în legătură cu efectul recirculării de gaze calde de evacuare asupra performanțelor motorului.

Utilizarea metanolului drept combustibil în motoare, — deși nu nouă — capătă valențe noi în condițiile crizei actuale a petrolului. Arderea lui în motorul cu aprindere prin comprimare ar contribui la economisirea unor importante cantități de motorină și, totodată, la scăderea nivelului noxelor emise în atmosferă de motorul diesel.

Din punct de vedere funcțional folosirea alcoolului metilic în motorul cu aprindere prin comprimare întîmpină unele neajunsuri legate de aprindere și ardere; lucrarea de față își propune să prezinte unele aspecte experimentale ale folosirii metanolului în motorul cu aprindere prin comprimare D—115.

Introducere

Avînd în vedere perioada de întîrziere la aprindere mare /1/ a alcoolului metilic — și din acest motiv, practic, imposibilitatea aprinderii lui în motorul cu aprindere prin comprimare prin metoda clasică a lui Rudolf Diesel — am ales pentru motorul D—115 procedeul de funcționare denumit în continuare diesel-carburator. În cadrul acestui procedeu, metanolul este introdus în aspirația motorului prin intermediul unui carburator elementar, rolul de aprindere avîndu-l pilotul de motorină injectat direct în camera de ardere a motorului (fig. 1), /5/.

Procedeul a fost adoptat atît pentru simplitatea sa constructivă, cît și pentru posibilitatea aplicării sale pe orice motor cu aprindere prin comprimare deja construit, pe de o parte, și pentru că folosirea unei bujii pentru aprindere procedeu-uzat de alți cercetători /2/, /3/ — a condus la

Manuscris predat redacției la data de 5 noiembrie 1979.

* Șef lucrări Catedra de motoare cu ardere internă, studenți anul V Facultatea Mecanică.

un nivel ridicat al emisiei de NO /4/, fapt neremarcat în cazul procedeului propus /5/, /6/, pe de altă parte.

Avînd în vedere căldura latentă de vaporizare mare a metanolului (1100 kJ/kg) față de motorină (251—314 kJ/kg) am procedat la recircularea parțială de gaze de evacuare (fig. 1).

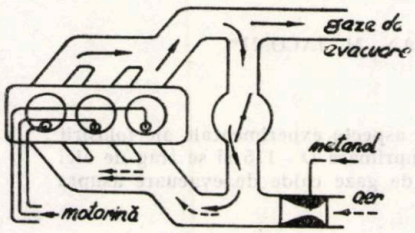


Fig. 1

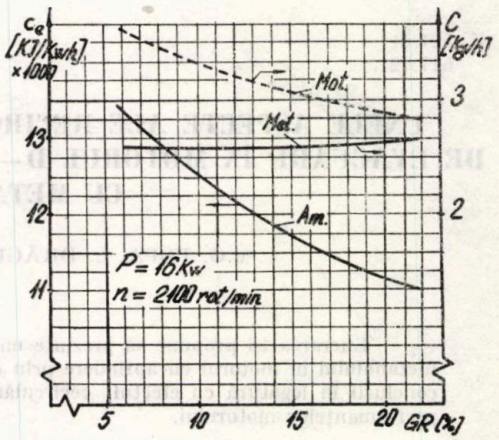


Fig. 2

1. Efectul recirculării de gaze de evacuare calde

1.1. *Efectul recirculării de gaze de evacuare calde asupra performanțelor motorului*

Gazele de evacuare calde, recirculate, pe lîngă faptul că ajută la vaporizarea unei cantități mai mari de alcool metilic fac ca spre sfîrșitul comprimării, cînd are loc injecția de motorină, temperatura în camera de ardere să fie totuși suficient de mare pentru a nu mări perioada de întîrziere la aprindere a motorinei și în acest fel să deplaseze arderea în destindere. Acest efect este prezentat în figura 2 pentru o presiune medie efectivă constantă și o turație constantă, modificîndu-se cantitățile de combustibil introduse în cilindri și poziția robinetului de recirculare. Se constată că la o cantitate de alcool metilic admisă aproape constantă, cantitatea de motorină a putut fi micșorată cu un efect deosebit de favorabil asupra randamentului termic (indicat prin consumul specific de energie). Se poate trage deci o primă concluzie și anume că recircularea unei cantități cît mai mari din gazele de evacuare este deosebit de avantajoasă.

Explicînd însă variația consumului specific de energie în funcție de gradul de recirculare * pentru două poziții diferite ale robinetului de

* Se adoptă pentru gradul de recirculare următoarea definiție

$$GR = \frac{Q_{aer}^{FR} - Q_{aer}^{R}}{Q_{aer}^{FR}},$$

unde Q_{aer}^{R} este cantitatea de aer proaspăt admisă în motor în cazul recirculării de gaze calde de evacuare, iar Q_{aer}^{FR} — cantitatea de aer admisă în cilindru în lipsa recirculării.

recirculare în condițiile unei sarcini variabile se constată (figura 3) că la creșterea gradului de recirculare acesta acuză o ușoară creștere însă la un nivel apropiat de cel din fig. 2 și în același timp o puternică îngustare a plajei de valori minime; totodată puterea obținută este mai mică cu circa 15%, fapt explicabil prin micșorarea cantității de combustibil ce

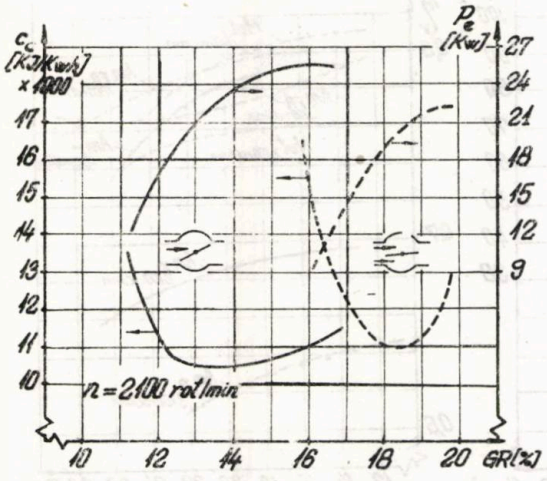


Fig. 3

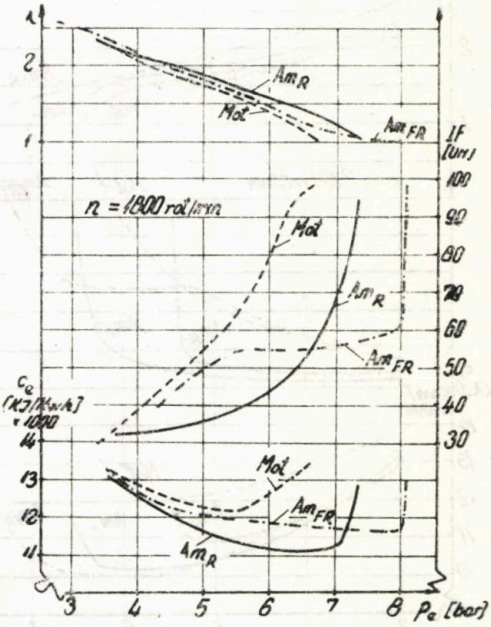


Fig. 4

arde în cilindru, o parte din aerul necesar arderii fiind înlocuit de gaze arse, inactive. Îngustarea plajei consumului specific minim se datorește tocmai puterii mai mici rezultate.

Inspectînd variația consumului specific de energie în funcție de sarcină la două turații diferite — 1800 rot/min (fig. 4) și 2100 rot/min (fig. 5) — se constată următoarele:

— totdeauna acesta se situează sub valoarea corespunzătoare a motorinei (deci randamentul termic îmbunătățit); aceasta se explică prin arderea unei cantități sporite de combustibil în jurul punctului mort interior, viteza de propagare a flăcării peste amestecul aer-metanol avînd valori mari (0,48 m/s față de 0,33 m/s în cazul benzinei);

— recircularea s-a dovedit favorabilă la toate sarcinile numai la turația de 1800 rot/min față de cazul fără recirculare, influența vaporizării fiind hotărîtoare; la 2100 rot/min însă recircularea intensă este nefavorabilă la sarcini mijlocii și mari, cauza constituind-o puterea mult mai mică livrată de motor pentru o aceeași cantitate de energie introdusă;

— puterea obținută în cazul recirculării este mult mai mică decît atunci cînd aceasta lipsește (circa 9% la 1800 rot/min și 12 — 26%, în

funcție de gradul de recirculare, la 2100 rot/min); aici efectul hotărîtor îl are coeficientul de umplere puternic afectat de recircularea de gaze calde (fig. 6).

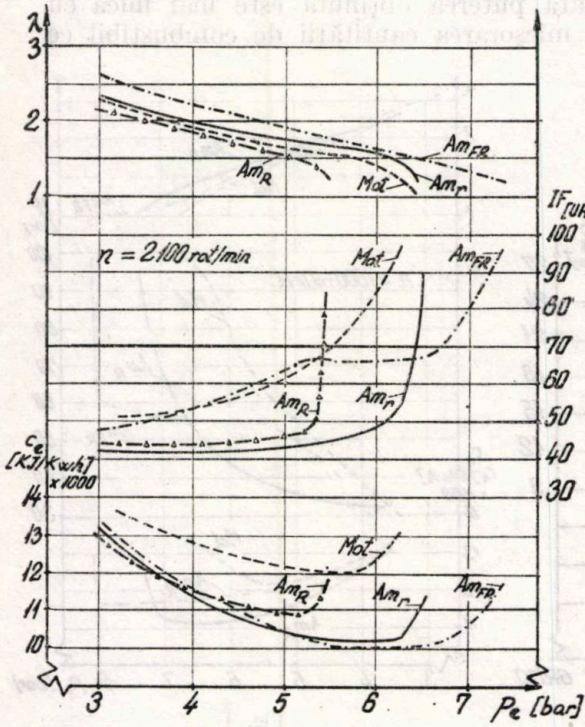


Fig. 5

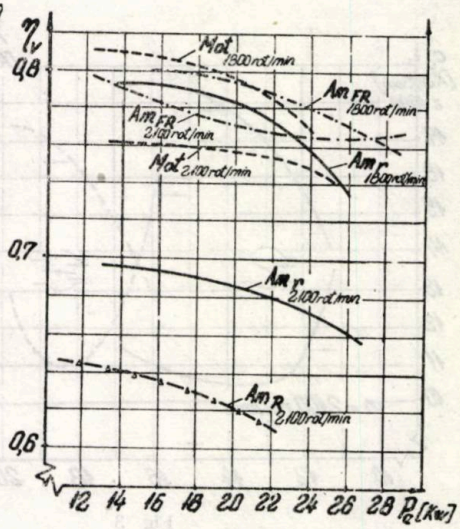


Fig. 6

1.2 *Efectul recirculării gazelor de evacuare calde asupra indicelui de fum*

Se știe /7/, /8/ că la creșterea temperaturii aerului aspirat crește indicele de fum pentru că sporește cantitatea de combustibil care arde difuziv, se reduce excesul de aer, se mărește temperatura flăcării difuzive. La introducerea metanolului în conducta de aspirație se diminuează în primul rînd cantitatea de motorină injectată și, în al doilea rînd, prin vaporizare, va scădea mult temperatura amestecului din cilindru, micșorînd temperatura flăcării difuzive; rezultă un indice de fum scăzut, fapt confirmat și de figurile 4, și 5. Totodată se constată și o ușoară mărire a excesului de aer, fapt favorabil pentru scăderea indicelui de fum.

Recirculînd gaze de evacuare calde, prin vaporizarea unei cantități mai mari de metanol, temperatura în camera de ardere rămîne în continuare relativ scăzută cu urmarea directă — scăderea indicelui de fum. Se observă însă că la creșterea sarcinii, în funcție de gradul de recirculare indicele de fum acuză o creștere vertiginoasă ca urmare în special a sporirii cantității de combustibil care arde difuziv, a măririi temperaturii flăcări difuzive și chiar a micșorării excesului de aer (la grade de recirculare mai mari) (figurile 4, 5).

Concluzii

Prin prisma rezultatelor experimentale obținute și a constatărilor prezentate în paragrafele precedente se pot trage următoarele concluzii:

— Randamentul termic, în cazul metanolului utilizînd recircularea este mai bun decît în cazul combustibilului clasic, pe toată gama sarcinilor motorului; la creșterea turației și a gradului de recirculare, însă, apare mai avantajoasă soluția „fără recirculare", fapt cu atît mai evident cu cît sarcina este mai mare.

— Dacă gradul de recirculare este prea mare puterea efectivă maximă a motorului poate să scadă sub valoarea celei obținute cu combustibil clasic; ea este însă întotdeauna inferioară aceleia rezultată din funcționarea motorului cu metanol fără recirculare.

— Din punct de vedere al indicelui de fum, recircularea este favorabilă pînă la sarcinile medii (grad de recirculare mare) către mari (grad de recirculare mai mic), dar total nefavorabilă la sarcinile mari și foarte mari, cînd se dovedește mai adecvată funcționarea fără recirculare de gaze de evacuare calde.

Îmbinînd deci o funcționare cu recirculare de gaze calde de evacuare la sarcini mici și medii și turații nu prea ridicate și o funcționare fără recirculare la sarcinile mari și foarte mari, se poate aprecia că se realizează, în ansamblu, trei deziderate față de funcționarea motorului cu aprindere prin comprimare cu combustibil clasic: putere mai mare, randament termic mai bun, indice de fum scăzut.

Index de notații întrebuințate în figuri

Mot	— motorină
Met	— metanol
Am	— amestec motorină metanol
Am_R	— amestec și recirculare; amestec și recirculare mare
Am_{FR}	— amestec fără recirculare
Am_r	— amestec și recirculare mică
C	— consum orar de combustibil
c_e	— consum specific de energie
GR	— grad de recirculare
P_e	— putere efectivă
p_e	— presiune medie efectivă
n	— turație
η_v	— coeficient de umplere
λ	— coeficient de exces de aer
IF	— indice de fum

BIBLIOGRAFIE

1. *Erhard Mühlberg*, MAN-M-Vielstoffmotor mit partieller Abgasrückführung für Alkoholbetrieb ATZ, 65, 1963, nr. 1, 3
2. *Wilhelm Polach*, Der Kraftstoffeinfluss auf die Schadstoffemission von Motoren mit unterschiedlichen Verbrennungsverfahren — MTZ, 36, 1975, nr. 10.
3. *F. Chmela*, Methanol als Kraftstoff für Fahrzeugantriebe.
4. * * * , MTZ, 1976, nr. 3.

5. *Marcel-Ginu Popa*, Posibilitatea înlocuirii parțiale a motorinei cu metanol la un motor cu aprindere prin comprimare și injecție directă, rapid — lucrare prezentată la a V-a sesiune de comunicări a cadrelor didactice din Institutul de Marină „Mircea cel Bătrîn" — Constanța, 19—21 mai 1978.
6. *K. D. Barnes, D. B. Kittelson, T. E. Murphy*, Effect of Alcohols as Supplemental Fuel for Turbocharged Diesel Engines — SAE preprint 750469.
7. *C A. Vasilescu*, Combaterea produșilor poluanți emiși de motoarele autovehiculelor, Ed. Academiei RSR, 1975.
8. *C. Aramă, N. Apostolescu, B. Grünwald*, Poluarea aerului de către motoarele cu ardere internă, Ed. Tehnică, 1975.

Quelques aspects sur la récirculation des gas chauds d'évacuation dans le moteur D—115 alimenté avec methanol

L'article présente quelques aspects expérimentaux de l'utilisation du methanol dans le moteur diesel D—115 et y tire des conclusions en ce qui concerne l'éffet de la récirculation des gas chauds d'évacuation sur les performances du moteur.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z.: 621.434
629.113
665.521.2

CERCETĂRI PRIVIND POSIBILITĂȚILE UTILIZĂRII BENZINEI DE CIFRĂ OCTANICĂ SCĂZUTĂ LA AUTOTURISMUL DACIA

N. NEGURESCU, C. PANĂ, D. CUCIUC*

În lucrare se prezintă cîteva posibilități de utilizare a benzinei de cifră octanică scăzută la autoturismul DACIA, fără afectarea performanțelor acestuia.

Creșterea continuă a traficului rutier impune găsirea unor soluții de motoare cu ardere internă cu performanțe ridicate în ceea ce privește economicitatea, puterea, siguranța în exploatare, nivelul scăzut al emisiilor poluante.

De circa 10 ani constructorii de motoare de autovehicule sînt nevoiți să țină seama înafară de obiective importante ca: preț scăzut, putere specifică ridicată, consum scăzut de combustibil, de un nou obiectiv — reducerea emisiilor poluante.

Datorita răspîndirii sale, motorul cu aprindere prin scînteie de automobil este reprezentatnl cel mai caracteristic din punctul de vedere al poluării mediului ambiant, mai ales în aglomerările urbane.

Poluanții principali produși de motorul cu aprindere prin scînteie sînt CO, NO, NO_x, CmHn; principala sursă de emisie fiind gazele de evacuare (circa 60%).

Una din posibilitățile de reducere a emisiilor poluante o oferă combustibilul.

Posibilitatea de a reduce poluarea acționîndu-se asupra combustibilor folosiți are în vedere conținutul de carbon legat și temperatura ridicată la care se desfășoară arderea, caracteristici ce pot fi controlate prin proprietățile combustibililor.

Combustibilii lichizi la motoarele cu aprindere prin scînteie reprezintă un amestec variat de hidrocarburi, în care (la benzinele moderne) predomină componenți cu rezistență mare la detonație, care trebuie să satisfacă anumiți indici de calitate, astăzi standardizați, încît să permită funcționarea motorului la cele mai variate regimuri. Proprietățile combus-

Manuscris predat redacției la data de 6 decembrie 1979.

* Șef lucrări, ing. Șef lucrări ing. Catedra de Motoare cu ardere internă; Student, anul IV Facultatea Mecanică.

tibilului care influenţează poluarea sînt volatilitatea şi conţinutul de Pb (proprietăţi standardizate), compoziţia chimică elementară şi compoziţia pe clase de hidrocarburi (proprietăţi nestandardizate). Benzinele moderne sînt aditivate. Aditivul principal al benzinelor moderne este tetraetilul de plumb, datorită calităţilor sale antidetonate. Prezenţa acestuia în benzine are un efect poluant care se manifestă prin emisia de plumb în atmosferă, prin mărirea grosimii cantităţii de substanţă depusă pe pereţii camerei de ardere şi prin dezactivarea reactorilor catalitici folosiţi pentru neutralizarea emisiilor poluante.

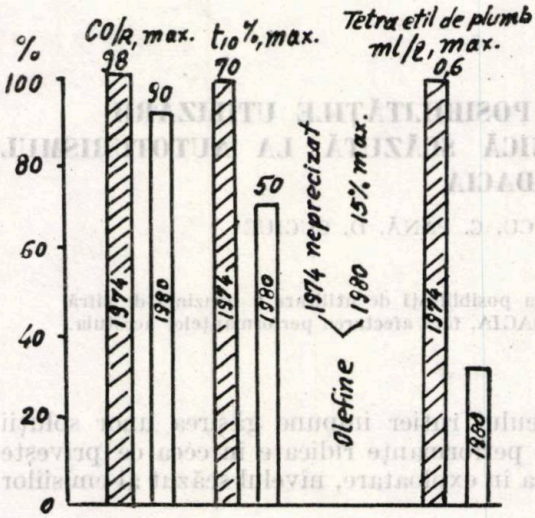


Fig. 1 Propuneri pentru modificarea standardului de benzină

Este deci necesară limitarea plumbului în benzine (în 1979 la 0,13 g/l faţă de 0,45 g/l în 1975/4/; ca urmare se constată o scădere a cifrei octanice a acestora şi tendinţa de a reconsidera formula de realizare a benzinelor în sensul utilizării unor componenţi mai stabili la detonaţie.

Pretenţia în cifra octanică a motoarelor va putea să scadă ca urmare, în special, a realizării unei repartiţii uniforme a amestecului combustibil între cilindri — se va putea găsi o benzină cu cifra octanică 90—91, fără adaos de tetraetil de plumb.

În vederea combaterii poluării mediului de către motoarele cu aprindere prin scînteie, combustibilii lichizi vor prezenta în perspectivă o serie de modificări ale proprietăţilor lor fizice şi chimice.

O imagine ale principalelor modificări posibile ale standardului de benzină pentru anul 1980 este redată în figura 1/3/.

Lucrarea de cercetare de faţă are ca scop găsirea unor posibilităţi de utilizare a benzinei cu cifră octanică scăzută la motorul autoturismului DACIA, fără diminuarea performanţelor acestuia.

Posibilităţile de utilizare a benzinei cu cifră octanică scăzută sînt :

1. reducerea raportului de comprimare
2. preîncălzirea mai scăzută a încărcăturii proaspete
3. îmbogăţirea amestecului
4. reducerea avansului la producerea scînteii electrice
5. realizarea unei repartiţii uniforme a amestecului între cilindri.

Din aceste posibilităţi aplicate, primele patru implică scăderea performanţelor de putere sau economicitate ale motorului.

Pentru a nu afecta performanţele automobilului se are în vedere utilizarea unui motor cu cilindree sporită.

În acest scop, a fost utilizat motorul de 1500 cm³ derivat din motorul 810—99.

Pentru încercări s-au utilizat trei tipuri de benzine : CO 75, CO 90, CO 98.

S-au folosit următoarele posibilităţi de eliminare a detonaţiei :

a) scăderea raportului de comprimare

b) utilizarea unor colectoare de admisie, a căror arhitectură să asigure în afară de o umplere uniformă a cilindrilor o alură de variaţie a coeficientului de umplere convenabilă eliminării detonaţiei în regimurile de turaţie joasă şi să favorizeze umplerea la turaţii ridicate, unde detonaţia dispare.

c) utilizarea unui raport de comprimare ridicat şi limitarea deschiderii obturatorului carburatorului la sarcina la care apare detonaţia în regimurile de turaţie scăzută.

În acest scop motorul de 1500 cm³ a fost montat pe un stand echipat cu o frînă hidraulică VEB Diesel motorenwerk Schönebeck tip B4, cu o instalaţie de măsurare a consumului de combustibil prin metoda gravimetrică, o instalaţie pentru măsurarea debitului de aer la admisie prin metoda diferenţială, utilizînd în acest scop o diafragmă.

Măsurătorile de temperaturi a apei de răcire şi a uleiului din sistemul de ungere au fost efectuate cu ajutorul unor termometre tip IMF Bucureşti.

Pentru măsurarea temperaturii aerului la admisie s-a utilizat un termometru cu mercur.

Turaţia motorului a fost măsurată cu ajutorul unui stroboscop tip N 2601.

Sistemele auxiliare ale motorului au fost identice cu ale motorului de bază (810—99) cu excepţia colectorului de admisie şi a carburaţiei.

Pentru urmărirea funcţionării motorului şi depistarea regimurilor detonante s-a folosit diagrama indicată vizualizată pe cadranul unui osciloscop tip Zwonitz şi înregistrată prin fotografiere.

După efectuarea încercărilor, s-a constatat :

a) pentru scăderea raportului de comprimare s-au folosit chiulase cu diferite înălţimi, care asigură următoarele rapoarte de comprimare : 9,5 ; 9 ; 8,5 ; 8.

Rezultatele încercărilor sînt prezentate în tabelul 1 şi figurile 2, 3, 4, 5 (lungimea colectorului de admisie folosit a fost de 400 mm).

Tabelul 1

n rot/min	Raport de comprimare	Benzina utilizată CO	Observaţii	Diagrama indicată (Figura)
3000	9,5	98	fără detonaţie	
		90	detonaţie	Fig. 2
		75	detonaţie puternică	Fig. 3
	9	90	detonaţie	
		75	detonaţie puternică	
	8,5	90	detonaţie	
		75		
	8	90	nu este detonaţie	Fig. 4
		75	detonaţie	Fig. 5

Din analiza datelor prezentate se constată posibilitatea utilizării benzinei de CO 90, la un raport de comprimare 8, la care momentul motor maxim are o valoare mai ridicată decît la motorul 810—99 (Me max = = 10,1 kg m față de 9,4 kg m)

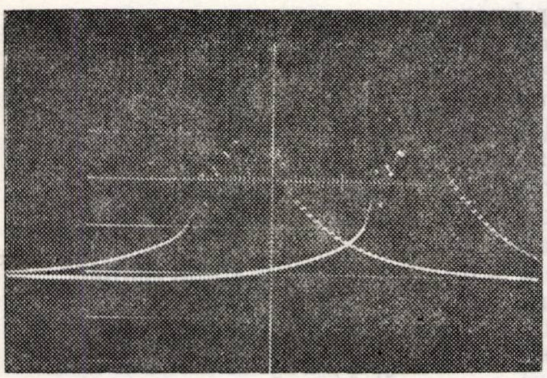


Fig. 2 Diagrama indicată ridicată la motorul de 1500 cm³, ε = 9,5 ; n = 3000 rot/min ; CO 90

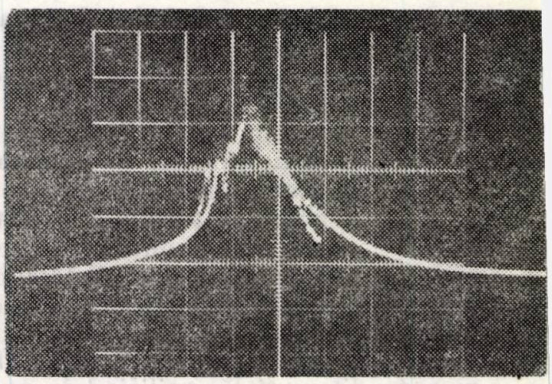


Fig. 3 Diagrama indicată ridicată la motorul de 1500 cm³, ε = 9,5 ; n=3000 rot/min ; CO 75

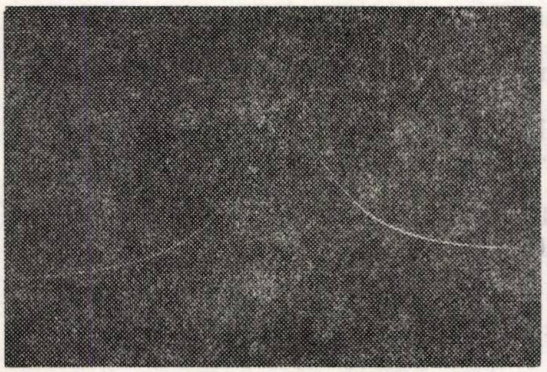


Fig. 4 Diagrama indicată ridicată la motorul de 1500 cm³, ε= 8 ; n = 3000 rot/min ; CO 90

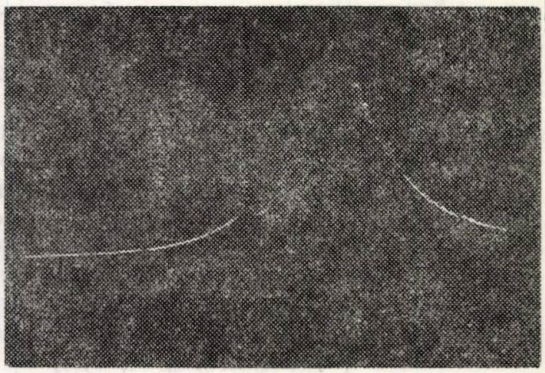


Fig. 5 Diagrama indicată ridicată la motorul de 1500 cm³, ε = 8 ; n=3000 rot/min ; CO 75

b) s-au construit colectoare de admisie cu lungime modulată, din care au rezultat cinci variante : L = 400, 430, 460, 490, 510 mm.

Alura de variație a coeficientului de umplere este prezentată în fig. 6/6.

Se constată că, prin utilizarea colectorului de admisie cu lungimea de 510 mm și prin folosirea benzinei cu CO 90, motorul poate funcționa fără detonație cu un raport de comprimare egal cu 9.

c) Este cunoscut, că prin creșterea raportului de comprimare, consumul specific de combustibil se reduce. Valoarea maximă a raportului de comprimare este limitată de apariția fenomenului de detonație, la care se adaugă și creșterea proporției de oxizi de azot în gazele de evacuare.

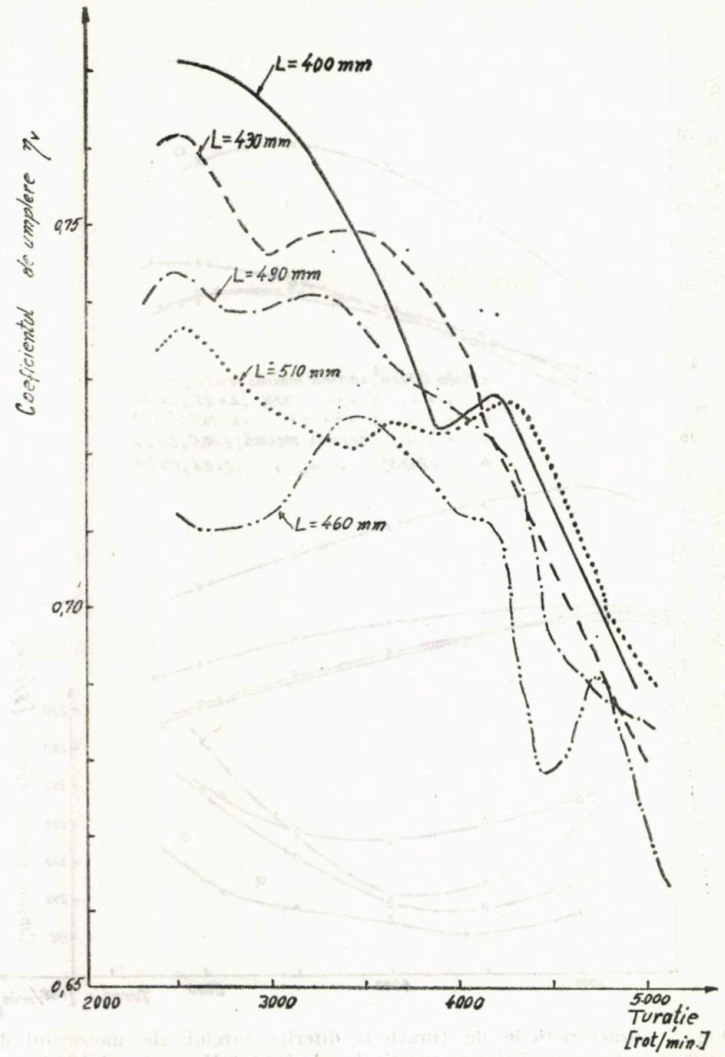


Fig. 6 Variația coeficientului de umplere cu turația pentru diferite lungimi ale colectorului de admisie la motorul de 1500 cm³

Pentru a răspunde cerințelor impuse de reducerea emisiilor poluante din gazele de evacuare (în special conținutul de Pb și oxizi de azot) cu păstrarea unei bune economicități, ar fi avantajoasă folosirea unor benzine neetilate (dar care, de regulă au cifră octanică redusă) în motoare cu raport de comprimare ridicat, luînd unele măsuri pentru înlăturarea detonației.

Condițiile apariției detonației sînt influențate de valoarea sarcinii și turației motorului. Intensitatea detonației crește cu creșterea sarcinii și, aceasta cu atît mai mult cu cît turația este mai redusă. Regimul cel mai favorizat apariției detonației este sarcina totală la turația de moment motor maxim.

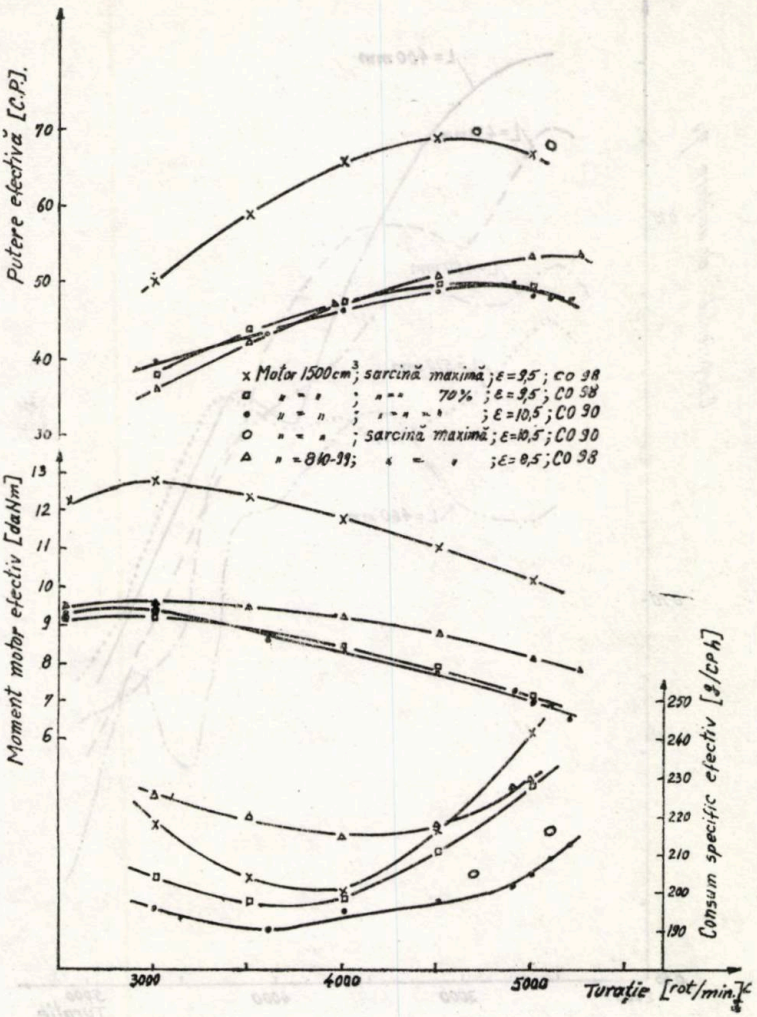


Fig. 7 Caracteristicile de turație la diferite sarcini ale motorului de 1500 cm³ și caracteristica de turație la sarcină totală a motorului 810—99.

Pentru evitarea regimurilor detonate, la turații reduse, se limitează deschiderea obturatorului. Odată cu creșterea turației, cînd condițiile producerii detonației dispar, obturatorul poate fi deschis pînă la valoarea maximă, putînd fi astfel exploatat regimul de putere maximă a motorului.

Încercările efectuate pe motorul de 1500 cm³, cu un raport de comprimare $\varepsilon = 10{,}5$ și benzină de CO 90, au arătat posibilitatea funcționării la turații joase (3000—4000 rot/min), în zona momentului motor maxim, cu o deschidere a obturatorului carburatorului corespunzătoare unei sarcini de circa 70% din sarcina totală, fără apariția detonației (fig. 7).

Utilizarea unui raport de comprimare ridicat a permis scăderea consumului specific cu circa 5%.

La turații mai mari de 4500 rot/min, deschiderea obturatorului poate fi mărită peste valoarea corespunzătoare sarcinii de 70%, permițînd funcționarea motorului fără detonație, cu un consum specific de combustibil mai redus cu circa 8% (fig. 7).

Concluzii

Utilizarea uneia dintre cele trei soluții cercetate permite utilizarea benzinei cu CO 90, obținîndu-se o reducere importantă a nivelului de noxe și o reducere a consumului de combustibil (prin aplicarea ultimelor două soluții).

Continuarea cercetărilor permite o optimizare a soluțiilor propuse.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Aramă, B. Grünwald,* Motoare cu ardere internă, procese și caracteristici, Ed. tehnică 1966.
2. *C. Aramă, N. Apostolescu, B. Grünwald,* Poluarea aerului de către motoarele cu ardere internă, Ed. tehnică, 1975.
3. *C. A. Vasilescu,* Combaterea produșilor poluanți emiși de motoarele autovehiculelor, Ed. Academiei RSR, 1975.
4. *Curtis Anthony,* Austery with hope? Motor (Gr. Brit.), 1974, 146, Nr. 3760, 32—63, în Ecspres — informația, nr. 3, 1975.
5. *C. Aramă, A. Șerbănescu,* Economia de combustibil la automobile, Ed. tehnică, 1974.
6. *N. Negurescu, C-tin Pană,* Buletinul IPB nr, 4/1979.

Untersuchungen betreffs Möglichkeiten für Benützung von Benzin mit niedriger Oktanzahl bei dem PKW „Dacia"

In der Arbeit werden einige Möglichkeiten vorgestellt für Benützung von Benzin mit niedriger Oktanzahl, bei dem PKW „Dacia" ohne Beeinträchtigung dessen Parameter.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

AERONAVE

C.Z.: 532.1/.5

O METODĂ PENTRU DETERMINAREA PROFILELOR ȘI TEMPERATURA ÎN CURGEREA JETULUI LIBER INCOMPRESIBIL

PAUL V. MARINESCU*

În lucrarea de față se prezintă o metodă unitară pentru determinarea cîmpului de viteze și temperaturi format ca urmare a curgerii unui jet liber incompresibil în mediul ambiant. Pornind de la ecuațiile care caracterizează diferitele tipuri de curgeri ale jeturilor libere, se obțin ecuații generale, care pot fi apoi particularizate în funcție de natura acestor curgeri. Metoda poate fi extinsă și asupra zonei din apropierea secțiunii de ieșire a jetului sau utilizată în studiul altor tipuri de curgeri libere sau semimărginite.

Introducere

Există o serie de aplicații practice în care temperatura în interiorul unui jet liber diferă de cea a mediului ambiant. Se poate calcula transferul de căldură dintre mediul ambiant și jet (și invers) dacă se cunoaște distribuția de temperatură în lungul jetului și în secțiunile transversale. În studiul de față vom considera temperatura mediului ambiant T_∞ diferită de temperatura T_0 a jetului la ieșire.

Așa după cum au arătat experiențele efectuate, după ieșirea jetului din orificiu, cîmpul de viteze se modifică păstrînd o porțiune centrală în interiorul căreia viteza este constantă (denumită nucleu potențial) și o porțiune în care valoarea vitezei scade spre periferie. Zona din imediata apropiere a secțiunii de ieșire a jetului limitată de lungimea nucleului potențial este cunoscută sub denumirea de regiune inițială (fig. 1). În continuare urmează regiunea principală în care are loc o lărgire continuă a secțiunii transversale a jetului și o aplatizare a profilelor de viteză. Experimental s-a constatat că distribuția de temperatură este similară cu cea a vitezelor. În regiunea în care viteza este constantă, temperatura este de asemenea constantă și egală cu cea din secțiunea de ieșire a jetului. În regiunea principală, distribuția de temperatură pe axa jetului scade cu creșterea distanței față de secțiunea de ieșire. Distribuția de temperatură de-a lungul axei în regiunea principală poate fi stabilită în același mod ca și distribuția de viteze.

Manuscris predat redacției la data de 27 iulie 1979.

*Șef lucrări dr. ing. Catedra Aeronave.

În cele ce urmează se prezintă o metodă care conduce la o tratare unitară a problemei determinării profilelor de temperatură în lungul jetului liber incompresibil plan și axial simetric, laminar și turbulent în zona principală.

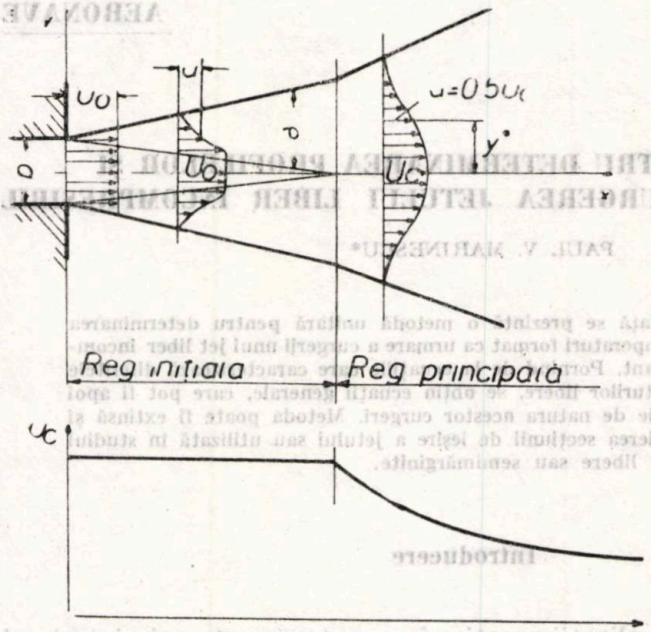


Fig. 1

1. Ecuațiile de bază ale problemei

Curgerea jetului liber având un caracter de strat limită, pot fi scrise următoarele ecuații simplificate [1], [2]:

— de mișcare;

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{m}{y^i}\frac{\partial}{\partial y}\left(y^i\frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (1)$$

— energiei;

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{m_T}{y^i}\frac{y}{\partial y}\left(y^i\frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (2)$$

— de continuitate;

$$\frac{\partial}{\partial x}(uy^i)+\frac{\partial}{\partial y}(vy^i)=0 \quad (3)$$

în care indicele $i=0$ pentru curgerea plană și $i=1$ pentru curgerea axial simetrică, iar

$$\left.\begin{aligned} m &= \nu \\ m_T &= \nu/Pr \end{aligned}\right\} \text{pentru curgerea laminară}$$

$$\left.\begin{aligned} m &= \varepsilon(x) \\ m_T &= \varepsilon_T(x) \end{aligned}\right\} \text{pentru curgerea turbulentă}$$

În cazul curgerii turbulente, viscozitatea aparentă $\varepsilon(x)$ are o expresie dedusă conform ipotezei lui L. Prandtl asupra turbulenței libere /3/, iar factorul ε_T are o expresie similară viscozității aparente.

Integrînd primele două ecuații între $y=0$ și $y=\infty$ și înlocuind viteza v din ec. (3) se obțin următoarele expresii constante în lungul je-

tului

$$I = 2\pi^i \rho \int_0^\infty y^i u^2 \, dy, \quad K = I/\rho \tag{4}$$

$$H = 2\int_0^\infty y^i u(T - T_\infty) \, dy \tag{5}$$

Ecuația (4) arată că impulsul este constant în lungul jetului.

Ecuațiile (1) și (2) pot fi transformate în ecuații diferențiale ordinare introducînd schimbarea de variabile [4]:

$$\eta = \frac{\int_0^y uy^i \, dy}{\int_0^{\delta(x)} uy^i \, dy} = \frac{\int_o^y uy^i \, dy}{\psi_\delta} \tag{6}$$

$$x = x$$

și punînd

$$u = U_c f(\eta) \tag{7—a}$$

$$T - T_\infty = (T_c - T_\infty)F(\eta) \tag{7—b}$$

Introducînd noua variabilă η împreună cu funcțiile $f(\eta)$ și $F(\eta)$ ecuațiile (1) și (2) devin

$$(ff'' + f'^2)\left[\int_0^\eta \frac{d\eta}{f}\right]^i + C_2\eta f' + C_1 f + if' = 0 \tag{8}$$

unde:

$$C_1 = -\frac{\psi_\delta^{2-i}}{2^i m U_c^{2-i}} \frac{dU_c}{dx}, \quad C_2 = \frac{1}{2m U_c^{1-i}} \frac{d\psi_\delta^{2-i}}{dx} \tag{9}$$

și

$$(F'f' + F''f)\left[\int_0^\eta \frac{d\eta}{f}\right]^i + \frac{m}{m_T} C_2\eta F' + \frac{m}{m_T} C_3 F + iF' = 0 \tag{10}$$

unde

$$C_3 = -\frac{\psi_\delta^{2-i}}{2m^i U_c^{1-i}(T_c - T_\infty)} \frac{d(T_c - T_\infty)}{dx} \tag{11}$$

Constantele C_1, C_2, C_3 nu trebuie să depindă de coordonata x, deoarece, numai în acest caz ecuațiile (8) și (10) sînt ecuații diferențiale ordinare de variabilă η.

Ecuaţiile (8), (10) împreună cu (9) şi (11) rezolvă problema determinării distribuţiei de viteze şi temperatură în lungul jetului. Vom aplica ecuaţiile obţinute pentru diferite tipuri de curgere a jetului.

2. Jet plan laminar

Ecuaţiile (8), (10), (9) şi (11) pentru $i = 0$, $m = \nu$ şi $m/m_T = Pr$ iau forma

$$ff'' + f'^2 + C_2\eta f' + C_1 f = 0 \tag{12}$$

$$F'f' + F''f + PrC_2\eta F' + PrC_3 F = 0 \tag{13}$$

$$C_1 = -\frac{\psi_\delta^2}{\nu U_c^2}\frac{\mathrm{d}U_c}{\mathrm{d}x} \tag{14—a}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\nu U_c}\frac{\mathrm{d}\psi_\delta^2}{\mathrm{d}x} \tag{14—b}$$

$$C_3 = -\frac{\psi_\delta^2}{\nu U_c(T_c - T_\infty)}\frac{\mathrm{d}(T_c - T_\infty)}{\mathrm{d}x} \tag{14—c}$$

Integrînd ecuaţiile (12) şi (13) cu condiţiile la limită;

$$\begin{aligned} &\eta = 0, \quad f(0) = 1, \quad F(0) = 1, \quad f'(0) = 0, \quad v = 0 \\ &\eta = 1 \quad f(1) = 0, \quad F(1) = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

se obţin pentru funcţiile $f(\eta)$ şi $F(\eta)$ expresiile

$$f = 1 - \eta^2 \tag{16}$$

$$F = (1 - \eta^2)^{Pr} \tag{17}$$

şi $C_1 = C_2 = C_3 = 2$.

Pentru a determina profilele de viteză vom scrie cu ajutorul ecuaţiei (6)

$$y = \frac{\psi_\delta}{U_c}\int_0^\eta \frac{\mathrm{d}\eta}{1 - \eta^2} = \frac{\psi_\delta}{U_c}\operatorname{arg\,th}\ \eta \tag{18}$$

sau

$$\eta = \operatorname{th}\frac{U_c}{\psi_\delta}y = \operatorname{th}\xi \tag{19}$$

și deci

$$u = U_c(1 - \text{th}^2\zeta) \tag{20—a}$$

$$T - T_\infty = (T_c - T_\infty)(1 - \text{th}^2\zeta)^{Pr} \tag{20—b}$$

Utilizînd schimbarea de variabilă (6) împreună cu expresiile funcțiilor f și F date de relațiile (16) și (17), ecuațiile (4) și (5) devin

$$K = 2\int_0^\delta u^2\,dy = 2U_c\psi_\delta\int_0^1 f\,d\eta = \frac{4}{3}U_c\psi_\delta \tag{21—a}$$

$$H = 2\int_0^\delta u(T - T_\infty)dy = 2\psi_\delta(T_c - T_\infty)\int_0^1 f^{Pr}\,d\eta \tag{21—b}$$

Ecuația (14—b) se scrie acum sub forma

$$\frac{1}{2\nu}\frac{\psi_\delta}{U\psi_\delta}\frac{d\psi_\delta^2}{dx} = 2,\quad U_c\psi_\delta = \frac{3}{4}K$$

de unde rezultă

$$\psi_\delta = \left(\frac{9}{2}K\nu x\right)^{1/3} \tag{22}$$

Ecuația (14—a) se scrie sub forma

$$\frac{\psi_\delta^2 U_c^2}{\nu U_c^4}\frac{dU_c}{dx} = -2,\quad U_c^2\psi_\delta^2 = \frac{9}{16}K^2$$

de unde rezultă

$$U_c = \left(\frac{3}{32}\frac{K^2}{\nu x}\right)^{1/3} \tag{23}$$

Ecuația (14—c) se poate scrie de asemenea sub forma

$$\frac{\psi_\delta^3}{\nu U_c}\frac{1}{\psi_\infty(T_c - T_\infty)} = -2,\quad \psi_\delta(T_c - T_\infty) = \frac{H}{2a}$$

de unde rezultă

$$T_c - T_\infty = \left(\frac{1}{36}\frac{1}{K\nu x}\right)^{1/3}\frac{H}{a} = \gamma H\left(\frac{1}{K\nu x}\right)^{1/3} \tag{24}$$

unde

$$a = \int_0^1 f^{Pr}\,\mathrm{d}\eta\,; \quad Pr = 1, \quad a = \frac{2}{3}$$

$$\gamma = \left(\frac{1}{36}\right)^{1/3} \frac{1}{a}\,; \quad Pr = 1, \quad \gamma = 0{,}4543$$

La același rezultat se poate ajunge utilizînd direct ecuațiile (21—a) și (21—b) pentru determinarea lui U_c și $T_c - T_\infty$.

3. Jet plan turbulent

Utilizînd aceleași ecuații de bază (8) și (10) în care viscozitatea aparentă are expresia $m = \varepsilon = xU_c/4\sigma^2$ și $m_T = \varepsilon_T = xU_c/4\sigma_T^2$ [1]. vom avea

$$ff'' + f'^2 + C_2\eta f' + C_1 f = 0 \tag{25}$$

$$F'f' + F''f + \bar{\sigma}C_2\eta F' + \bar{\sigma}C_3 F = 0 \tag{26}$$

în care

$$C_1 = -\frac{4\sigma^2\psi_\delta^2}{xU_c^3}\frac{dU_c}{\mathrm{d}x} \tag{27—a}$$

$$C_2 = \frac{2\sigma^2}{xU_c^2}\frac{\mathrm{d}\psi_\delta^2}{\mathrm{d}x} \tag{27—b}$$

$$C_3 = -\frac{4\sigma^2\psi_\delta^2}{xU_c^2(T_c - T_\infty)}\frac{\mathrm{d}(T_c - T_\infty)}{\mathrm{d}x} \tag{27—c}$$

și $\bar{\sigma} = m/m_T = \sigma_T^2/\sigma^2$.

Ca și în cazul mișcării plane ecuațiile (25) și (26) integrate cu condițiile la limită (15) conduc la soluțiile

$$f = 1 - \eta^2 \tag{28}$$

$$F = (1 - \eta^2)^{\bar{\sigma}}. \tag{29}$$

și $C_1 = C_2 = C_3 = 2$.

Urmînd aceeași cale ca în cazul precedent se găsește

$$\psi_\delta = \left(\frac{3}{4}\frac{Kx}{\sigma}\right)^{1/2} \tag{30}$$

$$U_c = \left(\frac{3}{4}\frac{K\sigma}{x}\right)^{1/2} \tag{31}$$

Cu ajutorul relaţiei (21—b) se obţine

$$T_c - T_\infty = \frac{H}{2a\psi_\delta} = \left(\frac{1}{3}\frac{\sigma}{Kx}\right)^{1/2}\frac{H}{a} = \gamma H\left(\frac{\sigma}{Kx}\right)^{1/2} \tag{32}$$

unde

$$\gamma = \left(\frac{1}{3}\right)^{1/2}\frac{1}{a}; \quad \bar{\varepsilon} = 1, \; a = \frac{2}{3}, \quad \gamma = 0{,}866$$

4. Jet axial simetric laminar

Ecuaţiile diferenţiale utilizate în acest caz se obţin pentru $i = 1$ $m = \nu$, şi $m/m_T = Pr$ cu ajutorul ecuaţiilor (8) şi (10)

$$(ff'' + f'^2)\int_0^\eta \frac{\mathrm{d}\eta}{f} + C_2\eta f' + C_1 f + f' = 0 \tag{33}$$

$$(F'f' + F''f)\int_0^\eta \frac{\mathrm{d}\eta}{f} + PrC_2\eta F' + PrC_3 F + F' = 0 \tag{34}$$

în care

$$C_1 = -\frac{\psi_\delta}{2\nu U_c}\frac{\mathrm{d}U_c}{\mathrm{d}x} \tag{35—a}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\nu}\frac{\mathrm{d}\psi_\delta}{\mathrm{d}x} \tag{35—b}$$

$$C_3 = -\frac{\psi_\delta}{2\nu(T_c - T_\infty)}\frac{\mathrm{d}(T_c - T_\infty)}{\mathrm{d}x} \tag{35—c}$$

Ecuaţiile (33) şi (34) integrate cu condiţiile la limită (15) conduc la funcţiile

$$f(\eta) = (1 - \eta)^2 \tag{36}$$

$$F(\eta) = (1 - \eta)^{2Pr} \tag{37}$$

pentru $C_1 = C_2 = C_3 = 2$.

Pentru a determina profilele de viteză şi temperatură în funcţie de variabila iniţială η vom scrie referindu-ne la ecuaţia (6)

$$y^2 = \frac{2\psi_\delta}{U_c}\int_0^\eta \frac{\mathrm{d}\eta}{(1-\eta)^2} = \frac{2\psi_\delta}{U_c}\frac{\eta}{1-\eta} \tag{38}$$

sau

$$1 - \eta = \frac{1}{1 + \frac{\zeta^2}{4}} \tag{39}$$

unde

$$\zeta = \left(\frac{2U_c}{\psi_\delta}\right)^{1/2} y \tag{40}$$

Utilizînd relaţiile precedente se găseşte

$$u = U_c(1 - \eta)^2 = \frac{U_c}{\left(1 + \frac{\tau^2}{4}\right)^2} \tag{41—a}$$

$$T - T_\infty = (T_c - T_\infty)(1 - \eta)^{2Pr} = \frac{T_c - T_\infty}{\left(1 + \frac{\zeta^2}{4}\right)^{2Pr}} \tag{41—b}$$

Ecuaţiile (4) şi (5) pentru curgerea axial simetrică au forma

$$K = 2\pi \int_0^\delta u^2 y \, dy = 2\pi U_c \psi_\delta \int_0^1 f \, d\eta = \frac{2}{3} \pi U_c \psi_\delta \tag{42—a}$$

$$H = 2 \int_0^\delta uy(T - T_\infty) dy = 2\psi_\delta (T_c - T_\infty) \int_0^1 f^{Pr} \, d\eta \tag{42—b}$$

Din ecuaţia (35—b) se găseşte

$$\psi_\delta = 4\nu x \tag{43}$$

şi mai departe cu ajutorul ecuaţiei (42—a) se obţine

$$U_c = \frac{3}{8} \frac{K}{K\nu x} \tag{44}$$

Variaţia temperaturii în lungul jetului pe axa centrală se obţine cu ajutorul ecuaţiei (42—b) sub forma

$$T_c - T_\infty = \frac{1}{8\nu x} \frac{H}{a} = \gamma H \frac{1}{\nu x} \tag{45}$$

unde

$$\gamma = \frac{1}{8a} \; ; \quad P = 1, \; a = \frac{1}{3}, \; \gamma = 0{,}375$$

5. Jet axial simetric turbulent

Ecuaţiile care se utilizează pentru studiul jetului axial simetric turbulent se obţin pentru $i = 1$ considerînd viscozitatea aparentă de forma $m = \varepsilon = xU_c/4\sigma^2$ ca şi în cazul jetului plan turbulent şi $m_T = \varepsilon_T =$

$= xU_c/4\sigma_T^2$. Vom avea așadar

$$(ff'' + f'^2)\int_0^\eta \frac{d\eta}{f} + C_2\eta f' + C_1 f + f' = 0 \tag{46}$$

$$(F'f' + F''f)\int_0^\eta \frac{d\eta}{f} + \bar{\sigma}C_2\eta F' + \bar{\sigma}C_3 F + F' = 0 \tag{47}$$

Condițiile la limită rămînînd aceleași vom avea

$$f(\eta) = (1 - \eta)^2 \tag{48}$$

$$F(\eta) = (1 - \eta)^{\overline{2\sigma}} \tag{49}$$

și $C_1 = C_2 = C_3 = 2$.

Să observăm că cea de-a doua ecuație (9) scrisă sub forma

$$\frac{2\sigma^2\psi_\delta}{xU_c\psi_\delta}\frac{d\psi_\delta}{dx} = 2, \quad U_c\psi_\delta = \frac{3}{2}\frac{K}{\pi}$$

dă $\psi_{\delta\sim x}$ și deci produsul $xU_c = \text{const}$. Prin urmare viscozitatea aparentă este constantă și putem scrie $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const}$.

Tabelul 1

JET PLAN

Mărimile	Laminar	Turbulent
U_c	$\left(\frac{3}{32}\frac{K^2}{\nu x}\right)^{1/3}$	$\left(\frac{3}{4}\frac{K\sigma}{x}\right)^{1/2}$
ψ_δ	$\left(\frac{9}{2}K\nu x\right)^{1/3}$	$\left(\frac{3}{4}\frac{Kx}{\sigma}\right)^{1/2}$
$T_c - T_\infty$	$\left(\frac{1}{36}\frac{1}{K\nu x}\right)^{1/3}\frac{H}{a}$	$\left(\frac{1}{3}\frac{\sigma}{Kx}\right)^{1/2}\frac{H}{a}$
V_e	$-\left(\frac{1}{6}\frac{K\nu}{x^2}\right)^{1/3}$	$-\left(\frac{3}{16}\cdot\frac{K}{\sigma x}\right)^{1/2}$
ζ	$\left(\frac{1}{48}\frac{K}{\nu^2x^2}\right)^{1/3}y$	$\sigma\frac{y}{x}$
$\frac{u}{U_c}$	$1 - \text{th}^2\zeta$	$1 - \text{th}^2\zeta$
$\frac{T - T_\infty}{T_c - T_\infty}$	$(1 - \text{th}^2\zeta)^{Pr}$	$(1 - \text{th}^2\zeta)^{\overline{\sigma}}$
$\frac{v}{V_e}$	$2\zeta\ \text{sech}^2\zeta - \text{th}\zeta$	$2\zeta\ \text{sech}^2\zeta - \text{th}\zeta$
$f(\eta)$	$1 - \eta^2$	$1 - \eta^2$
$F(\eta)$	$(1 - \eta^2)^{Pr}$	$(1 - \eta^2)^{\overline{\sigma}}$
a	$\int_0^1 (1 - \eta^2)^{Pr}\, d\eta$	$\int_0^1 (1 - \eta^2)^{\overline{\sigma}}\, d\eta$

Tabelul 2

JET AXIAL SIMETRIC

Mărimile	Laminar	Turbulent
U_c	$\frac{3}{8\pi}\frac{K}{\nu x}$	$\frac{3}{8\pi}\frac{K}{\varepsilon_0 x}$
ψ_δ	$4\nu x$	$4\varepsilon_0 x$
$T_c - T_\infty$	$\frac{1}{8\nu x}\frac{H}{a}$	$\frac{1}{8\varepsilon_0 x}\frac{H}{a}$
V_e	$-\frac{1}{4}\left(\frac{3K}{\pi}\right)^{1/2}\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{4}\left(\frac{3K}{\pi}\right)^{1/2}\frac{1}{x}$
ζ	$\frac{1}{4\nu}\left(\frac{3K}{\pi}\right)^{1/2}\frac{y}{x}$	$\zeta\frac{1}{4\varepsilon_0}\left(\frac{3K}{\pi}\right)^{1/2}\frac{y}{x}$
$\frac{u}{U_c}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{1}{4}\zeta^2\right)^2}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{1}{4}\zeta^2\right)^2}$
$\frac{v}{V_e}$	$\frac{\zeta-\frac{1}{4}\zeta^3}{\left(1+\frac{1}{4}\zeta^2\right)^2}$	$\frac{\zeta-\frac{1}{4}\zeta^3}{\left(1+\frac{1}{4}\zeta^2\right)^2}$
$\frac{T-T_\infty}{T_c-T_\infty}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{1}{4}\zeta^2\right)^{2Pr}}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{1}{4}\zeta^2\right)^{\overline{2\sigma}}}$
$f(\eta)$	$(1-\eta)^2$	$(1-\eta)^2$
$F(\eta)$	$(1-\eta)^{2Pr}$	$(1-\eta)^{\overline{2\sigma}}$
a	$\int_0^1 (1-\eta)^{2Pr}\,d\eta$	$\int_0^1 (1-\eta)^{\overline{2\sigma}}\,d\eta$

Rezultă că variația lui U_c, ψ_δ, $T_c - T_\infty$ determinată pentru jetul axial-simetric laminar rămîne valabilă și pentru jetul axial simetric turbulent dacă se înlocuiește ν prin ε_0.

6. Rezultate

În tabelul 1 și 2 sînt prezentate sintetic rezultatele obținute pentru diferiți parametri care caracterizează curgerea jeturilor studiate. Rezultatele nu diferă de acelea obținute de alți autori prin alte metode [1], [2]. Metoda utilizată în cazul de față are însă un caracter unitar, reușindu-se, ca pornind de la aceleași ecuații de bază să se studieze prin particularizările necesare : jetul plan, axial simetric, laminar sau turbulent.

x, y — coordonate în lungul și perpendicular pe direcția de curgere a jetului;
x, η — coordonate transformate (ec. 6);
$u(x, y)$, $v(x, y)$ viteza în lungul și perpendicular pe direcția de curgere a jetului;
$U_c(x)$ — viteza în lungul axei centrale a jetului;
$V_e(x)$ — viteza transversală la periferia jetului;
$\psi_\delta(x)$ — funcția de debit;
$T(x, y)$ — temperatura;
T_∞ — temperatura mediului ambiant;
$T_c(x)$ — temperatura în lungul axei centrale a jetului;
K — impulsul;
H — fluxul de căldură;
$\sigma(x)$ — constantă liberă (profile de viteze);
$\sigma_T(x)$ — constantă liberă (profile de temperatură);
$\varepsilon(x)$ — coeficient de viscozitate cinematică aparentă;
$\varepsilon_T(x)$ — coeficient similar viscozității cinematice aparente;
Pr — numărul Prandtl.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. N. Abramovich*, The theory of turbulent jets. The M.I.T. Press, 1963.
2. *H. Schlichting*, Boundary-Layer Theory, 1968.
3. *T. Oroveanu*, Mecanica Fluidelor viscoase, Ed. Academiei R.S.R. 1967.
4. *St. N. Săvulescu*, Tranziția de la curgerea laminară la cea turbulentă. Ed. Academiei R.S.R.,

A Method for Determining the Velocity and Temperature Distribution in Incompressible Jet Flow

A unitary method for determining velocity and temperature field in free jets flow is presented. Using the basic equations which are specific for the free jets flow, general equations are obtained to be used in particular types of these flows. The method can be extended for the study of the jets near the exit section, or for another types of free jets flow.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

AERONAVE

C.Z. 621.51 :629.13
536.7 :626.13

CORELAȚIA DINTRE DISTRIBUȚIA DE VITEZE AXIALE ȘI PROFILUL CANALULUI DE LUCRU AL UNUI COMPRESOR AXIAL SUBSONIC

VIRGIL STANCIU*

Lucrarea își propune să stabilească o metodă de corelare a profilului canalului de lucru al unui compresor axial și variația vitezei axiale în lungul lui.

Se elaborează o metodă generală de calcul care este aplicată în cîteva situații concrete, larg utilizate în construcțiile actuale.

Metoda permite atît studierea problemei directe (determinarea distribuției de viteze cînd se cunoaște forma canalului), cît și a celei indirecte (determinarea formei canalului de lucru pentru o distribuție cunoscută).

Introducere

Utilizarea pe scară tot mai largă a compresoarelor axiale în construcția motoarelor aeroreactoare, impune stabilirea celor mai adecvate soluții de profilare a canalului de lucru al acestora, precum și cunoașterea mai exactă a parametrilor termodinamici și cinematici de-a lungul canalului.

Lucrarea de față își propune, ca plecînd de la posibilitățile actuale ale compresoarelor axiale subsonice și de la experiența acumulată de-a lungul anilor în construcția acestora, să aprofundeze cîteva din problemele legate de influența geometriei canalului de lucru asupra mărimii și distribuției parametrilor cinematici și termodinamici în lungul compresorului.

Creșterea presiunii și a temperaturii, ca urmare a frînării curentului de aer ce străbate interstițiile divergente ale rețelelor de rotor și stator, în condițiile în care debitul a rămas constant, face ca în plan axial, canalul de lucru al compresoarelor să fie convergent.

Parametrii ce definesc geometria acestui canal sînt :

r^v — raza exterioară a canalului.

r^b — raza interioară a canalului.

r^m — raza medie a canalului.

Manuscris predat redacției la data de 18 mai 1979
* Asist. ing. Catedra Aeronave

l — înălțimea canalului; b — lățimea unei trepte;

și L — lungimea canalului pe direcție axială.

Afectăm cu indicii I, n, toate mărimile ce definesc, respectiv, intrarea și ieșirea din canalul de lucru al compresorului.

Canalul fiind axial simetric, se alege ca sistem de referință, cel din fig. 1.

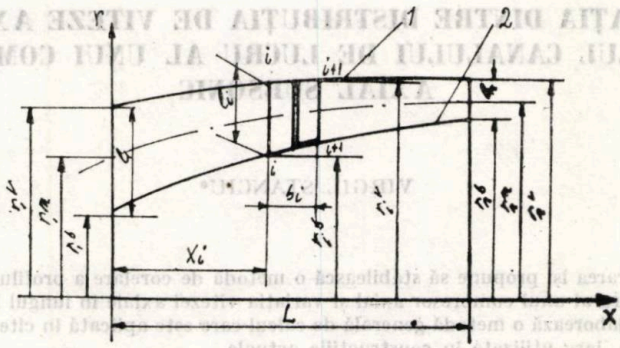


Fig. 1. — Canalul de lucru al compresorului axial.
1. carcasa compresorului;
2. butucul rotorului.

Profilul canalului este dat de relațiile:

$$r^v = f_v\left(\frac{X}{L}\right), \text{ și respectiv: } r^b = f_b\left(\frac{X}{L}\right)$$

Deci, la o distanță oarecare X, față de secțiunea de intrare în compresor înălțimea canalului va fi: $l = r^v - r^b$, iar secțiunea corespunzătoare, inelară va avea suprafața $A = \pi(r^{2v} - r^{2b})$

Pentru ușurința scrierii, vom nota cu: $\bar{d} = \frac{r^b}{r^v}$, coeficientul de alungire al treptei, și: $\varepsilon = \frac{b}{l}$, gradul de trapezoidalitate al treptei.

1. Legile de profilare ale canalului de lucru și dimensionarea acestuia

Analiza efectuată pe o serie întreagă de compresoare existente [1], [2], [3], a condus la concluzia că legile de variație ale exteriorului și interiorului canalului sînt dictate de aspecte tehnologice de execuție a carcasei compresorului, respectiv a butucului rotorului. Așa se explică de ce vom întîlni foarte des legi simple de variație ale lui r^v și r^b. Dintre acestea cea mai utilizată este profilarea canalului cu r^v = ct. și r^b, liniar

eliptic sau parabolic, [5], [4]. În soluția de compresor birotor întîlnim și alte variante de profilare ca $r^b = \text{ct.}$, $r^m = \text{ct.}$ Ele sînt prezentate în fig. 2.

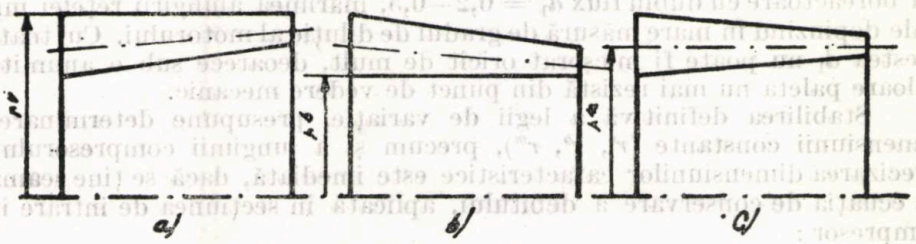


Fig. 2. — Variante de profilare a canalului de lucru al compresorului.
$a - r^v = \text{ct.}$; $b - r^b = \text{ct.}$; $c - r^m = \text{ct.}$

Prezentăm în continuare un tabel în care sînt cuprinse variantele de profilare arătate, împreună cu relațiile de calcul ale peretelui necunoscut al canalului.

Tabelul nr. 1

Nr. crt.		Legea de profilare	Relația:
I	a	$D^v = \text{ct.}$ D^b, liniar	$r^b = r^v \cdot \left[\bar{d}_1 + \frac{X}{L}(\bar{d}_n - \bar{d}_1) \right]$
	b	$D^v = \text{ct.}$ D^b, parabolic	$r^b = r^v \cdot \sqrt{\bar{d}_1^2 + \frac{X}{L}(\bar{d}_n^2 - \bar{d}_1^2)}$
	c	$D^v = \text{ct.}$ D^b eliptic	$r^b = r^v \left[\bar{d}_1 + \bar{d}_2 \cdot \sqrt{1 - \left\{ \frac{X}{L} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{d}_1}{a_n} - 1 \right)^2} \right] - 1 \right\}^2} \right]$
II		$D^b = \text{ct.}$ D^v, liniar	$r^v = r^b \cdot \left[\frac{1}{\bar{d}_1} - \frac{X}{L} \left(\frac{1}{\bar{d}_1} - \frac{1}{\bar{d}_n} \right) \right]$
III		$D^m = \text{ct.}$	$r^v = 2 \cdot r^m \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\bar{d}_1}} \left[1 + \frac{X}{L} \left(\frac{1 + \frac{1}{\bar{d}_1}}{1 + \frac{1}{\bar{d}_n}} - 1 \right) \right] \right\}$
			$r^b = 2 \cdot r^m \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1}{\bar{d}_1}} \cdot \left[1 + \frac{X}{L} \left(\frac{1 + \frac{1}{\bar{d}_1}}{1 + \frac{1}{\bar{d}_n}} - 1 \right) \right] \right\}.$

În general, compresoarele actuale au alungirile $\bar{d}_1$, $\bar{d}_n$ cunoscute. Astfel $\bar{d}_1 = 0{,}4 - 0{,}6$; $\bar{d}_n = 0{,}8 - 0{,}9$. pentru compresoare ce echipează motoare turboreactoare cu simplu flux și turbopropulsoare. Pentru motoare tur boreactoare cu dublu flux $\bar{d}_1 = 0{,}2 - 0{,}5$, mărimea alungirii rețelei inițiale depinzînd în mare măsură de gradul de diluție al motorului. Cu toate acestea $\bar{d}_1$ nu poate fi micșorat oricît de mult, deoarece sub o anumită valoare paleta nu mai rezistă din punct de vedere mecanic.

Stabilirea definitivă a legii de variație, presupune determinarea dimensiunii constante (r^v, r^b, r^m), precum și a lungimii compresorului. Precizarea dimensiunilor caracteristice este imediată, dacă se ține seama de ecuația de conservare a debitului, aplicată în secțiunea de intrare în compresor :

$$M_a = 0{,}04 \cdot \frac{P_1^*}{\sqrt{T_1^*}} \cdot q(\lambda_1) \cdot A_1 \cdot \sin \alpha_1 \tag{1}$$

în care $q(\lambda_1)$ este funcția gazodinamică a debitului de fluid iar $\alpha_1 = 90°$.

Rezultă : $$A_1 = \dot{M}_a \cdot \frac{\sqrt{T_1^*}}{P_1^*} \cdot \frac{25}{q(\lambda_1)} \tag{2}$$

în care $\dot{M}_a$, este cunoscut din calculul performanțelor motorului, $T_1^* = T_0 = 288° K$; $P_1^* = P_0 \cdot \sigma_{da}^*$, unde $P_0 = 1{,}013$ bari, iar σ_{da}^*, este coeficientul de pierdere de presiune totală în dispozitivul de admisie al motorului, de asemenea cunoscut.
De obicei, $q(\lambda) = 0{,}75 - 0{,}9$. Atunci se pot calcula r^v, r^b r^m.
Evident, lungimea compresorului va fi rezultatul însumării tuturor lățimilor treptelor ce intră în componența lui, adică

$$L = \sum_{i=1}^{n} b_i \tag{3}$$

Rezultă că, problema principală va fi stabilirea lățimii unei trepte de compresor.

Pe cale statistică, prin analiza efectuată pe o gamă de compresoare existente, s-a constatat că lățimea unei trepte depinde de poziția și numărul treptei în canalul compresorului, după o lege de forma :

$$b_i = b_1 - \frac{i-1}{n-1} \cdot (b_1 - b_n) \tag{4}$$

Explicitînd relația pentru, $i \div 1 - n$, și însumînd se obține :

$$L = \frac{n}{2}(b_1 + b_n) \tag{5}$$

Totodată se poate exprima gradul de trapezoidalitate ε_i prin relația :

$$\varepsilon_i = 0{,}7 + 1{,}1 \cdot \frac{i-1}{n-1}, \text{ unde } i = 1 \div n.$$

Rezultă deci : $b_1 \simeq 0{,}7 \cdot l_1$; $b_n = 1{,}8\, l_n$; unde : $l_1 = r_1^v(1 - \bar{d}_1)$ și $l_n = r_n^v(1 - \bar{d}_n)$.

În funcție de calculul ce se efectuează $b_1 = (0{,}6 - 0{,}8)\, l_1$, $b_n = (1{,}6 - 1{,}8)\, l_n$. Ținînd seama de legile de profilare se pot explicita l_1 și l_n astfel:

$$\left.\begin{aligned} l_1 &= r^v(1 - \bar{d}_1) \\ l_n &= r^v(1 - \bar{d}_n) \end{aligned}\right\} \quad \text{la} : r^v = \text{ct.} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} l_1 &= r^b\left(\frac{1}{\bar{d}_1} - 1\right) \\ l_n &= r^b\left(\frac{1}{\bar{d}_n} - 1\right) \end{aligned}\right\} \quad \text{la} : r^b = \text{ct.} \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} l_1 &= 2 \cdot r^m \cdot \frac{1 - \bar{d}_1}{1 + \bar{d}_1} \\ l_n &= 2 \cdot r^m \cdot \frac{1 - \bar{d}_n}{1 + \bar{d}_n} \end{aligned}\right\} \quad \text{la} : r^m = \text{ct.} \tag{8}$$

Prezența stratului limită pe carcasă și pe butucul rotorului, face ca înălțimea paletelor în secțiunea de ieșire să nu fie mai mică de 30 mm. Această condiție va trebui să fie satisfăcută indiferent de legea de profilare a canalului.

2. Determinarea vitezei aerului într-o secțiune oarecare a compresorului

Viteza aerului într-o secțiune oarecare i, depinde de două elemente fundamentale.

a) — forma canalului compresorului.

b) — gradul de încărcare al treptelor compresorului.

Ecuația de continuitate aplicată în două secțiuni, cea de intrare în compresor și o secțiune oarecare permit să stabilim anumite legături între parametrii geometrici, cinematici și termodinamici ai curgerii. În ipoteza că după fiecare treaptă, viteza de ieșire este axială, atunci

$$q(\lambda_1) \cdot A_1 = q(\lambda_i) \cdot A_i \cdot \frac{P_i^*}{P_1^*} \cdot \sqrt{\frac{T_1^*}{T_i^*}} \tag{9}$$

unde am notat prin T^* și p^*, temperatura, respectiv presiunea frînată. Notăm cu:

$$\pi_i^* = \frac{p_i^*}{p_1^*},$$

rezultă:

$$\frac{T_i^*}{T_1^*} \simeq 1 + \frac{\pi_i^{*\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_i^*}.$$

Atunci relația (9) devine :

$$q(\lambda_1) \cdot A_1 = q(\lambda_i) \cdot A_i \cdot \frac{\pi_i^*}{\sqrt{1 + \frac{\pi_i^{*\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_i^*}}} \cdot \tag{10}$$

În această relație :

π_i^* reprezintă gradul de creștere al presiunii totale pînă în secțiunea i, adică :

$$\pi_i^* = \prod_{p=1}^{i} \pi_{tr_p}^*, \tag{11}$$

unde: $\pi_{tr_p}^*$ este gradul de comprimare al treptei p,
iar η_i^* reprezintă randamentul adiabatic al comprimării aerului în cele i trepte, adică :

$$\eta_i^* = \frac{\pi_i^{*\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\sqrt[i]{\pi_i^{*\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{tr}^*} + 1\right)^i - 1}, \text{ [5]} \tag{12}$$

De altfel, notînd cu :

$$f(\pi_i^*) = \frac{\pi_i^*}{\sqrt{1 + \frac{\pi_i^{*\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_i^*}}},$$

funcția devine după înlocuire :

$$f(\pi_i^*) = \frac{\pi_i^*}{\left(1 + \frac{\pi_i^{*\frac{k-1}{k} \cdot \frac{1}{i}} - 1}{\eta_{tr}^*}\right)^{\frac{i}{2}}} \tag{13}$$

unde randamentul treptei, η_{tr}^*, este de obicei cuprins între 0,88 și 0,91. Deci relația (10) se poate scrie :

$$q(\lambda_1) \cdot A_1 = q(\lambda_i) \cdot A_i \cdot f(\pi_i^*) \tag{14}$$

Gradul de comprimare este prin definiție dat de relația (11), în care gradul de comprimare al treptei p este :

$$\pi_{tr_p}^* = \left[1 + \frac{\eta_{tr}^*}{p - 1 + \frac{i_i^*}{l_{tr_p}^*}}\right]^{\frac{k}{k-1}} \tag{15}$$

iar $l^*_{tr_p}$, lucru mecanic pe care poate să-l efectueze o treaptă de compresor axial subsonic este în medie cuprins între 25 și 35 $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right]$. Se stabilește astfel π^*_i.

Aria suprafeței inelare a canalului de ieșire din treapta i este în general,

$$A_i = \pi(r_i^{2v} - r_i^{2b}), \quad \text{sau} \quad A_i = 2 \cdot \pi \cdot r_i^m \cdot l_i$$

unde :

$$l_i = r_i^v - r_i^b, \qquad \text{și} \qquad r_i^m = \frac{r_i^v + r_i^b}{2}.$$

Pentru calculul acestor două mărimi va trebui să determinăm, pe X_i cunoscînd lungimea totală a compresorului.

Calculul poziției X_i, a secțiunii de ieșire din treapta i se face cunoscînd că :

$$X_i = b_1 + b_2 + \ldots + b_i = \sum_{k=1}^{i} b_k. \tag{16}$$

Atunci ținînd seama de cele stabilite anterior, prin relațiile (4) rezultă :

$$X_i = \frac{i}{n-1}\left[n - \frac{1+i}{2}\right] \cdot b_1 + \frac{i}{n-1} \cdot \frac{i-1}{2} \cdot b_n \tag{17}$$

Calculul lui l_i se face ținînd seama de legea de profilare.
Cunoscînd toate elementele se calculează : $q(\lambda_i)$ și din tabele, λ_i.

Determinarea vitezei aerului în secțiunea i, se face ținînd seama că viteza aerului c_i, este dată de relația :

$$C_i = \lambda_i \cdot \sqrt{2\frac{k-1}{k+1} i_i^*}$$

unde i_i^* este entalpia totală a aerului la ieșirea din treapta i, $i_i^* = i_0 + i \cdot l^*_{tr_p}$ sau înlocuind $k = 1{,}4$, constanta adiabatică a aerului :

$$C_i = 18{,}25 \cdot \lambda_i \cdot \sqrt{i_0 + i\, l^*_{tr_p}}. \tag{18}$$

3. Determinarea parametrilor statici, p_i, T_i, ρ_i.

Ne propunem, în continuare, să determinăm distribuția presiunii statice în lungul compresorului. Acest lucru rezultă imediat, dacă, cu ajutorul lui λ_i, calculăm $\pi(\lambda_i)$, funcția gazodinamică a presiunii. Atunci :

$$p_i = p_i^* \cdot \pi(\lambda_i),$$

unde :

$$p_i^* = p_1^* \cdot \pi_i^*.$$

Asemănător, funcția, $\tau(\lambda_i)$, funcția gazodinamică a temperaturii, din care

$$T_i = T_i^* \cdot \tau(\lambda_i),$$

unde :

$$T_i^* \simeq T_1^* + i \cdot l^*_{tr_p}$$

Imediat rezultă densitatea aerului :

$$\rho_i = \frac{P_i}{R \cdot T_i},$$

unde R este constanta aerului.

4. Aplicație

Utilizînd metoda expusă pînă acum să încercăm să stabilim printr-un exemplu de calcul corelația dintre viteză și profilul canalului unui compresor axial știind că el are 9 trepte.

De asemenea se cunoaște :

$\bar{d}_1 = 0{,}5$, $\bar{d}_n = 0{,}85$ și $r_1^v = 0{,}4$ m, $r_1^b = 0{,}2$ m, evident $r_1^m = 0{,}3$ m.

Admitem că

$$l_{tr}^* = 30 \text{ kJ/kg} \quad \text{și} \quad q(\lambda_1) = 0{,}8,$$

rezultă :

$$A_1 = 0{,}377 \text{ m}^2. \qquad \text{și} \qquad q(\lambda_1) \cdot A_1 = 0{,}3.$$

Deoarece :

$$P_1^* \approx 1 \text{ bar.} \qquad \text{și} \qquad T_1^* = 288°\text{K},$$

și alegînd :

$\eta_{tr}^* = 0{,}9$ rezultă din calcul $\pi_{tr_p}^*$, π_i^*, $f(\pi_i^*)$ și, evident $q(\lambda_i) \cdot A_i$.

Rezultatele sînt cuprinse în tabelul nr. 2.

Tabelul nr. 2

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
π_{trp}^*	0	1,363	1,33	1,299	1,273	1,251	1,233	1,217	1,2	1,19
π_i^*	0	1,368	1,82	2,363	3	3,763	4,64	5,65	6,78	8,07
$f(\pi_i^*)$	0	0,77	0,6	0,485	0,396	0,328	0,274	0,233	0,2	0,171
$q(\lambda_i)\, A_i$	0,3	0,231	0,18	0,1455	0,119	0,098	0,082	0,07	0,06	0,051

Din modul cum variază gradul de comprimare al treptelor compresorului, fig. 3, se constată că acesta scade din aval către amonte, bineînțeles în ipoteza că lucrul mecanic al treptelor este constant.

Ținînd seama că $b_1 = 0{,}14$ m, atunci $l_1 = 0{,}2$ m, indiferent de soluția de profilare.

Deoarece :

$$b_n \simeq 1{,}8\, l_n \,; \quad l_n^v = 0{,}06 \text{ m}, \quad l_n^b = 0{,}035 \text{ m}, \quad \text{și} \quad l_n^m = 0{,}0486 \text{ m},$$

atunci :

$$b_n^v = 0{,}108 \text{ m}, \quad b_n^b = 0{,}063 \text{ m} \quad \text{și} \quad b_n^m = 0{,}087 \text{ m}.$$

Calculăm lungimea compresorului în cele trei situații, ținînd seama că :

$$L = \frac{9}{2}(b_1 + b_n)$$

Rezultă :

$$L^v = 1{,}116 \text{ m}, \quad L^b = 0{,}91 \text{ m}, \quad \text{și} \quad L^m = 1{,}02 \text{ m}.$$

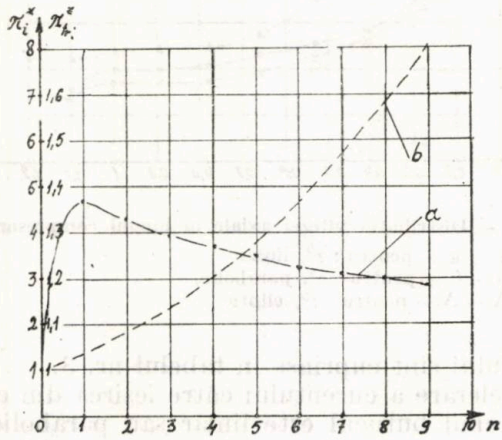


Fig. 3. — Variația gradului de comprimare al aerului în compresor.
a — pe treaptă ; b — în compresor.

Din cele trei variante de profilare să admitem pe cea mai utilizată : $r^v = $ = ct. În această situație, se calculează X_i cu relația (17). Vom determina raza butucului rotorului de compresor, în cele trei situații distincte, liniar, parabolic, eliptic.
Alura canalului obținut este arătată în fig. 4.

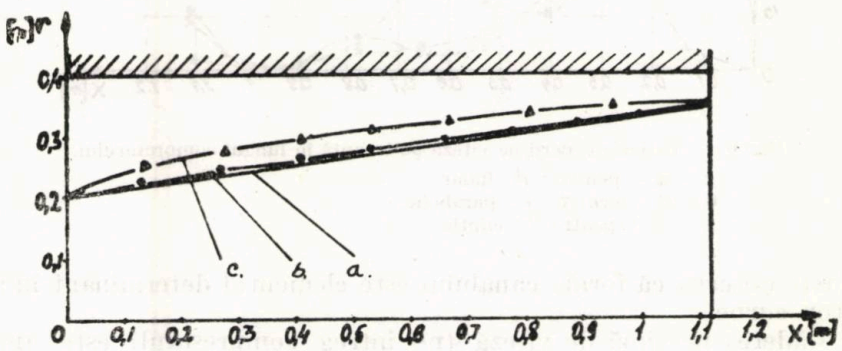


Fig. 4. — Forma canalului de lucru în cazul r^v = ct, a — r^b, liniar, b — r^b, — parabolic, c — r^b, eliptic.

Se stabilește în continuare mărimea ariilor corespunzătoare, A_i apoi $q(\lambda_i)$ și λ_i, din tabele de funcții gazodinamice. Imediat, rezultă viteza axială C_{ai}, fig. 5.

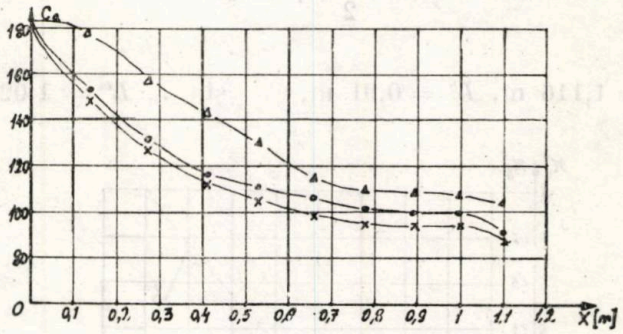


Fig. 5. — Distribuția vitezei axiale în lungul compresorului.
$x - x$ — pentru : r^b, liniar.
$0 - 0$ — pentru : r^b, parabolic.
$\Delta - \Delta$ — pentru : r^b, eliptic.

Rezultatele calculului sînt cuprinse în tabelul nr. 3.
Se constată o accelerare a curentului către ieșirea din canalul compresorului, în situația cînd butucul este liniar sau parabolic. Evident, acest lucru va trebui să fie evitat printr-o corecție a canalului, astfel încît ieșirea să se facă după o tangentă paralelă cu axa compresorului. Este interesant de urmărit și variația căderii de viteză pe trepte, fig. 6.

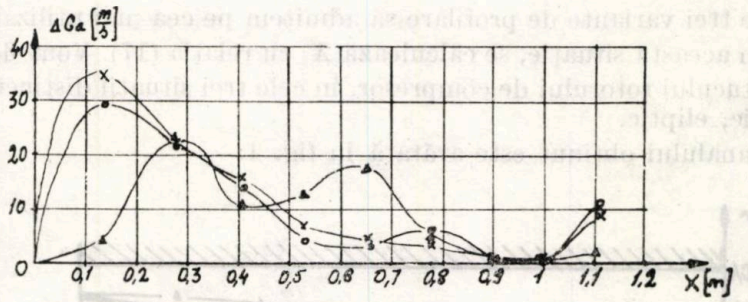


Fig. 6. — Variația căderii de viteză pe treaptă în lungul compresorului.
$x - x$ — pentru : r^b, liniar.
$0 - 0$ —)pentru : r^b, parabolic.
$\Delta - \Delta$ — pentru r^b' eliptic.

Se poate observa că forma canalului este elementul determinant în alura acestor curbe.

Căderea maximă de viteză (pe întreg compresorul) este aproape jumătate din viteza axială la intrare în compresor.

Metoda poate fi aplicată cu succes tuturor legilor de variație a profilului canalului de lucru al compresorului.

Tabelul nr. 3

	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	X_i [m]	0	0,14	0,276	0,408	0,536	0,66	0,78	0,896	1,008	1,116
	T_i^*,[°K]	288	318	348	378	408	438	468	498	528	558
Liniar	r_i^b [m]	0,2	0,217	0,234	0,251	0,267	0,283	0,298	0,312	0,326	0,34
	A_i^b, [m²]	0,374	0,352	0,328	0,302	0,276	0,248	0,221	0,194	0,166	0,166
	$q(\lambda_i)$	0,8	0,66	0,55	0,48	0,43	0,395	0,371	0,361	0,36	0,372
	λ_i	0,59	0,455	0,37	0,315	0,285	0,26	0,243	0,235	0,228	0,2
	$C_{ai}\left[\frac{m}{s}\right]$	182,7	148	126	111,8	105	99,3	95,93	95,8	95,4	86,2
	$\Delta C_{ai}\left[\frac{m}{s}\right]$	—	34,7	22	15,8	6,8	4,7	3,4	0,2	0,1	9,4
Parabolic	r_i^b [m]	0,2	0,2225	0,2423	0,26	0,276	0,291	0,3047	0,317	0,3b	0,34
	A_i^b [m²]	0,374	0,345	0,316	0,288	0,26	0,234	0,208	0,184	0,158	0,137
	$q(\lambda_i)$	0,8	0,67	0,57	0,5	0,46	0,42	0,394	0,38	0,379	0,372
	λ_i	0,59	0,47	0,385	0,33	0,305	0,285	0,26	0,25	0,245	0,21
	$C_{ai}\left[\frac{m}{s}\right]$	182,7	152,9	131,1	117,1	112,4	108,86	102,7	101,9	101,7	90,6
	$\Delta C_{ai}\left[\frac{m}{s}\right]$	1	29,8	21,8	14	4,73	3,42	6,25	0,4	0,1	11,15
Eliptic	r_i^b [m]	0,2	0,25	0,27	0,286	0,298	0,301	0,315	0,326	0,334	0,34
	A_i^b [m²]	0,374	0,304	0,271	0,243	0,221	0,215	0, 8	0,166	0,149	0,137
	$q(\lambda_i)$	0,8	0,76	0,664	0,599	0,538	0,456	0,452	0,42	0,4	0,372
	λ_i	0,59	0,55	0,46	0,41	0,36	0,3	0,285	0,275	0,2	0,245
	$C_{ai}\left[\frac{m}{s}\right]$	182,7	178,9	156,6	145,5	132,7	114,6	110,6	10q	107,9	105 6
	$\Delta C_{ai}\left[\frac{m}{s}\right]$	—	3,8	22,3	11,1	12,8	18,1	4,1	1,5	1,1	2,3

Concluzii

Din studiul efectuat se desprinde faptul că între geometria canalului de lucru al compresorului şi variaţia axială a vitezelor aerului există o strînsă legătură. Astfel, la o încărcare cunoscută a treptelor compresorului şi o lege de profilare a canalului, distribuţia de viteze axiale este perfect determinată.

Prin această metodă se constată că în lungul compresorului există o pierdere de viteză axială apreciabilă, care creşte pe măsură ce aerul înaintează în compresor.

Mărimea acestei pierderi, depinde de :

— profilul canalului

— gradul de încărcare al treptelor

Metoda arătată permite şi o soluţionare a problemei inverse, adică determinarea profilului canalului cînd se impune o lege de variaţie a vitezei axiale.

Această distribuţie a vitezei poate fi rezultatul unei încărcări de aşa natură a treptelor compresorului, încît să fie maximă. Lucrul acesta este realizabil în măsura în care se analizează mai atent fiecare treaptă din punct de vedere aerodinamic şi termodinamic.

BIBLIOGRAFIE

1. *Pimsner, Victor ş.a.* —)Energetica turbomotoarelor cu ardere internă, Editura Academiei R.S-R., Bucureşti, 1967.
2. *Irving, A. ş.a.* — Aerodynamic Design of Axial-Flow Compressors, Cleveland, Ohio, 1965.
3. *Manole, I.* — Soluţii constructive de turbomotoare de aviaţie, Vol. I, II. Editura A.M-G., Bucureşti, 1977.
4. *Ciobotea, V.* — Teoria maşinilor cu palete, Editura A.M.G., Bucureşti, 1970.
5. *Stecikin, B.s.* — Teoria reactivnîh dvigatelei, Oborogiz, Moskova 1956.

The Correlation between Axial Velocity Distribution of a Work Channel of a Subsonic Axial Compresor.

The paper intends to establish a method of correlation of a work channel profile of a axial compressor and along the axial velocity variation.

He is elaborated as general method of calculation which is applied in several concrete situations, largely used in actual constructions.

The method permits both direct study of the problem (by determining the velocity distribution when the form of the channel is known) and an indirect ce (by determining the form of the work channel for a known distribution).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621.92

O METODĂ RAPIDĂ DE DETERMINARE A VITEZEI DE AȘCHIERE LA GĂURIREA OȚELURILOR INOXIDABILE

A. VLASE, M. MINCA, GH. AMZA*

În lucrare se prezintă o metodă modernă și rapidă de determinare a vitezei de așchiere la găurirea oțelului inoxidabil 20Cl30. Metoda propusă se impune a fi utilizată mai ales la așchierea oțelurilor deficitare sau prea scumpe, deoarece se apreciază un consum de materiale și scule de aproximativ 40 ori mai mic decît în cazul metodelor clasice.

Introducere

Analizînd problema prelucrabilității din punct de vedere al capacității materialului prelucrat de a uza scula așchietoare, se poate afirma că, încălzirea suprafeței uzate a sculei, sub acțiunea căldurii degajate (în zona de contact cu materialul de prelucrat), constituie unul din factorii principali care determină intensitatea uzurii [1].

Este cunoscut faptul că, datorită proprietăților fizico-mecanice specifice, prelucrarea prin așchiere a oțelurilor inoxidabile ridică probleme deosebit de dificile în producție. Pe de altă parte, datorită prețului de cost ridicat al acestor oțeluri, studiul prelucrabilității trebuie făcut folosind metode rapide de așchiere, care să conducă la consum minim de scule și materiale [2, 3]. În acest sens, scopul principal al lucrării constă în prezentarea unei metode de determinare rapidă a vitezei de așchiere la găurirea oțelului inoxidabil 20Cl30.

1. Condițiile de așchiere

Condițiile de așchiere folosite în timpul experimentărilor au fost următoarele:

— mașină unealtă: mașină de găurit G 32;

— scula așchietoare: burghiu elicoidal cu coadă conică STAS 575—67 din oțel rapid Rp_3 cu duritatea HRC = 62;

Manuscris predat redacției la data de 12 octombrie 1979.

* Șef lucrări dr. ing. Catedra Tehnologia construcției de mașini; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări dr. ing. Catedra Tehnologia metalelor și a sudurii.

— parametrii geometrici ai sculei aşchietoare conform STAS R 1370/2—69, ascuţire tip A 1, diametrul burghiului D = 12 ; 20 ; 26 mm ;

— fluidul de răcire ungere : emulsie 20% ;

— ascuţirea burghiului s-a făcut pe maşina UAS—200 cu o piatră disc 150 × 20 ×20 E_N 40M7C ;

— măsurarea uzurii s-a făcut pe faţa de aşezare a părţii aşchietoare, la microscopul de atelier cu diviziunea de 1 μm ;

— caracteristicile chimice şi mecanice ale oţelului prelucrat sînt prezentate în tabelele 1 şi 2.

Tabelul 1

Oţelul	C%	Mn%	Si%	Cr%	Ni%	P%	S%	Cu%
20Cl30	0,18	0,60	0,41	12,72	0,36	0,016	0,015	0,13

Tabelul 2

Oţelul	Rezistenţa la rupere σ_r, daN/mm²	Limita de curgere σ_c, daN/mm²	Alungirea relativă δ%	Gîtuirea ψ%	Rezilienţa KCU 2 kgm/cm²	Duritatea HB
20Cl30	66	48	15	50	7,5	174

2. Metoda de cercetare şi rezultatele experimentale

În vederea determinării mărimii uzurii pe faţa de aşezare a părţii aşchietoare a sculei, s-a plecat de la relaţia generală, dată de literatura de specialitate [4] :

$$h_\alpha = C_\alpha \cdot t^x \cdot s^y \cdot v^z \cdot T^m \qquad (1)$$

în care :

C_α este constanta care depinde în principal de cuplul semifabricat-sculă ;

t — adîncimea de aşchiere, în mm ;

s — avansul sculei, în mm/rot ;

v — viteza de aşchiere, în m/min ;

T — durata de aşchiere, în min ;

x, y, z, m — exponenţi care depind de condiţiile de aşchiere.

Metoda clasică de determinare a relaţiei uzurii constă în determinarea funcţiilor $h_\alpha = f(t)$; $h_\alpha = f(s)$; $h_\alpha = f(v)$; $h_\alpha = f(T)$ şi prin prelucrarea acestor funcţii se obţine relaţia (1).

Recomandările I.S.O./TC 29/WG 22 prevăd că, pentru ridicarea unei singure curbe, trebuiesc minimum 5 puncte, deci tot atîtead eterminări experimentale.

Ţinînd cont că determinările se cer repetate de cel puţin 5 ori, se apreciază că, pentru obţinerea celor patru funcţii, trebuie să se lucreze aproximativ 15 zile, pentru un singur cuplu de semifabricat-sculă.

În cazul folosirii metodei propuse, experimentările, aşa cum se prezintă în tabelul 3, cuprind 5 determinări caracteristice, pentru care se consumă maximum o zi de lucru (ţinînd cont şi de ascuţirea repetată a aceleiaşi scule).

Tabelul 3

Nr. det.	D, mm	t, mm	s, mm/rot	v, m/min	T, min	h_α, mm
1	26	13	0,12	22,86	54	0,705
2	12	6	0,12	26,75	6	0,384
3	26	13	0,22	22,86	42	0,525
4	26	13	0,12	45,72	4	0,425
5	20	10	0,12	35,17	7	0,545

Prin logaritmarea relaţiei (1) s-a obţinut :

$$\lg h_\alpha = \lg C_\alpha + x \cdot \lg t + y \lg s + z \lg v + m \lg T \qquad (2)$$

Introducînd notaţiile :

$$\lg h_\alpha = h_1 ; \ \lg C_\alpha = C ; \ \lg t = t_1 ; \ \lg s = s_1 ; \ \lg v = v_1 ; \ \lg T = T_1,$$

se obţine relaţia :

$$h_1 = C + t_1 \cdot x + s_1 y + v_1 \cdot z + T_1 \cdot m \qquad (3)$$

Utilizînd metoda celor mai mici pătrate [5], se pune condiţia :

$$\sum_{i=1}^{5} (h_{1_i} - C - t_{1_i} \cdot x - s_{1_i} \cdot y - v_{1_i} \cdot z - T_{1_i} \cdot m)^2 = \text{minim} \qquad (4)$$

Pentru simplificare nu se vor mai scrie indicii i, iar funcţia $\sum_{i=1}^{5}$ se va înlocui simplificat cu Σ.

În vederea respectării condiţiei (4) este necesar ca :

$$\frac{d\Sigma}{dC} = 0 ; \quad \frac{d\Sigma}{dx} = 0 ; \quad \frac{d\Sigma}{dy} = 0 ; \quad \frac{d\Sigma}{dz} = 0 ; \quad \frac{d\Sigma}{dm} = 0.$$

Efectuînd derivatele parţiale se obţine un sistem liniar neomogen şi determinat de cinci ecuaţii cu cinci necunoscute :

$$\left.\begin{aligned}
&\Sigma h_1 - \Sigma C - x\Sigma t_1 - y\Sigma s_1 - z\Sigma v_1 - m\Sigma T_1 = 0\\
&\Sigma h_1 \cdot t_1 - C\Sigma t_1 - x\Sigma t_1^2 - y\Sigma s_1 t_1 - z\Sigma v_1 t_1 - m\Sigma T_1 t_1 = 0\\
&\Sigma h_1 \cdot s_1 - C\Sigma s_1 - x\Sigma t_1 \cdot s_1 - y\Sigma s_1^2 - z\Sigma v_1 s_1 - m\Sigma T_1 s_1 = 0\\
&\Sigma h_1 v_1 - C\Sigma v_1 - x\Sigma t_1 \cdot v_1 - y\Sigma s_1 \cdot v_1 - z\Sigma v_1^2 - m\Sigma T_1 \cdot v_1 = 0\\
&\Sigma h_1 T_1 - C\Sigma T_1 - x\Sigma t_1 \cdot T_1 - y\Sigma s_1 \cdot T_1 - z\Sigma v_1 T_1 - m\Sigma T_1^2 = 0
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Valorile coeficienţilor au fost obţinute cu ajutorul unui program special întocmit şi rulat pe calculatorul electronic I.B.M. 1130, trecîndu-se în cartela de date valorile experimentale din tabelul 3.

Criteriul folosit pentru determinarea vitezelor de aşchiere a fost mărimea uzurii pe faţa de aşezare. În literatura de specialitate [1, 4] se recomandă următoarele uzuri admisibile şi durabilităţi economice în funcţie de diametrul sculei :

— $h_\alpha = 0{,}3$ mm şi $T_{ec} = 10$ min. pentru $D = 1 \div 10$ mm;

— $h_\alpha = 0{,}5$ mm şi $T_{ec} = 15$ min. pentru $D = 10 \div 20$ mm;

— $h_\alpha = 0{,}8$ mm şi $T_{ec} = 25$ min. pentru $D > 20$ mm.

După rezolvarea sistemului de ecuaţii (5) s-a obţinut expresia relaţiei de variaţie a uzurii sculei (1). Punîndu-se condiţiile de mai sus, pentru valorile maxime admise ale uzurii h_α, s-au obţinut pe calculator următoarele expresii ale vitezelor de aşchiere :

$$\text{— pentru } D = 1 \div 10 \text{ mm}, \; v = \frac{3{,}31 \cdot t^{0{,}794}}{T^{0{,}096} \cdot s^{0{,}541}} \text{ m/min} \quad (6)$$

$$\text{— pentru } D = 10 \div 20 \text{ mm}, \; v = \frac{1{,}99 \cdot t^{0{,}794}}{T^{0{,}096} \cdot s^{0{,}541}} \text{ m/min} \quad (7)$$

$$\text{— pentru } D > 20 \text{ mm}, \; v = \frac{1{,}247 \cdot t^{0{,}794}}{T^{0{,}096} \cdot s^{0{,}541}} \text{ m/min} \quad (8)$$

în care $t = \frac{D}{2}$ şi reprezintă adîncimea de aşchiere, în mm.

În vederea simplificării calculelor s-a făcut un program complet pe calculatorul electronic I.B.M. 1130 care a permis atît rezolvarea sistemului de ecuaţii (5) cît şi tabelarea vitezelor de aşchiere sub formă de normativ pentru diferite condiţii de lucru.

Concluzii

Metoda propusă pentru determinarea vitezei de aşchiere prezintă avantajul că reduce timpul experimentărilor de aproximativ 15 ori şi consumul de materiale şi scule de circa 40 ori.

În prelucrarea datelor experimentale s-au folosit mijloace moderne şi rapide de calcul.

Cu acelaşi program de calculator se pot determina vitezele de aşchiere şi la alte cupluri de semifabricat-sculă înlocuindu-se doar cartela de date.

Metoda permite şi obţinerea relaţiilor de variaţie a uzurii sculei în timp, de forma prezentată (1).

BIBLIOGRAFIE

1. *Taşliţkii, N. I.* — Vlianie mehaniceskih svoitsv i teploprovodnosti stalei na ih obrabatîvaemosti. Maşghiz, 1962.
2. *Vlase, A.* — Contribuţii privind studiul prelucrabilităţii prin aşchiere a oţelurilor inoxidabile de producţie indigenă. Teză de doctorat, 1977, I. P. Bucureşti.
3. *Romagnolo, G.* — L'usinage des aciers inoxydables. Machine Moderne, Juillet, 1973.
4. *Lăzărescu, I.* — Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor. Editura didactică şi pedagogică, 1964, Bucureşti.
5. *Tiron, M.* — Teoria erorilor de măsurare şi metoda celor mai mici pătrate. Editura tehnică Bucureşti, 1972.

Быстрый метод определения скорости резания при сверлении нержавеющих сталей

В работе излагается современный быстрый метод определения скорости резания при сверлении нержавеющей стали 2ОС130. Необходимо применять предложенный метод преимущественно при резании дефицитных либо весьма дорогостоящих сталей, так как расчитывается на расход инструментов и материалов примерно в 40 раз меньший, чем в случае классических методов.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z.: 621. 774
534. 321. 9

PROIECTAREA TEHNOLOGIEI DE TRAGERE A ȚEVILOR CU ULTRASUNETE, ASISTATĂ DE CALCULATOR NUMERIC.

N. ATANASIU, ECATERINA CIOARĂ*

În lucrare se descrie o teorie a tragerii țevilor cu ultrasunete bazată pe un model reologic de tip Bingham. De asemenea, se prezintă relații care descriu efectul ultrasunetelor asupra limitei de plasticitate, frecării de contact și a coeficientului de viscozitate.

Pe baza relațiilor de calcul stabilite s-a elaborat programul Fortran pentru calculatorul Felix C—256, destinat optimizării parametrilor tehnologici și acustici care intervin în procesul tragerii țevilor.

Pentru studiul comportării materialelor metalice în focarul deformației se adoptă un model viscoplastic de tip Bingham, care poate fi descris cu o ecuație constitutivă de formă /1/, /2/:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP} = \frac{1}{2\eta}\left\langle 1 - \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}\sqrt{\Pi_{T'}}}\right\rangle T'_{ij} \qquad (1)$$

În relația (1), η reprezintă coeficientul de viscozitate σ_y — limita „medie" de plasticitate a materialului deformat; $T'_{ij} = T_{ij} - T_{kk}\pi_{ij}$ este deviatorul tensorului tensiunilor tip Cauchy; $\Pi_{T'} = \frac{1}{2} T'_{ij}T'_{ij}$ este al doilea invariant a lui T'.

Geometria focarului deformației la tragerea țevilor cu ultrasunete, prin oscilarea ultrasonică a dornului, s-a reprezentat în fig. 1. Se admite că materialul se deformează numai în zona II unde se comportă viscoplastic. În afara zonei II, materialul metalic se presupune rigid, adică atît în zona I, înainte de intrare în filieră cît și în zona III la ieșire din filieră. Zona de deformare este separată de celelalte două zone prin suprafețele conice Γ_1 și Γ_2 pe care cîmpul de viteze admite discontinuități de primul ordin /3/:

Din condițiile de continuitate ale componentelor normale a cîmpului de viteze $\bar{V}$ pe suprafața de discontinuitate Γ_1 și Γ_2 cît și din condiția de

Manuscris predat redacției la data de 23 iulie 1979.

* Conf. dr. ing. Catedra Tehnologia metalelor; As. dr. Catedra Matematici, I.

incompresibilitate a materialului în zona de deformaţie rezultă :

$$v(R) = R_{of} v_f \frac{\sin \beta_f}{\sin(\alpha + \beta_f)} \frac{1}{R} \tag{2}$$

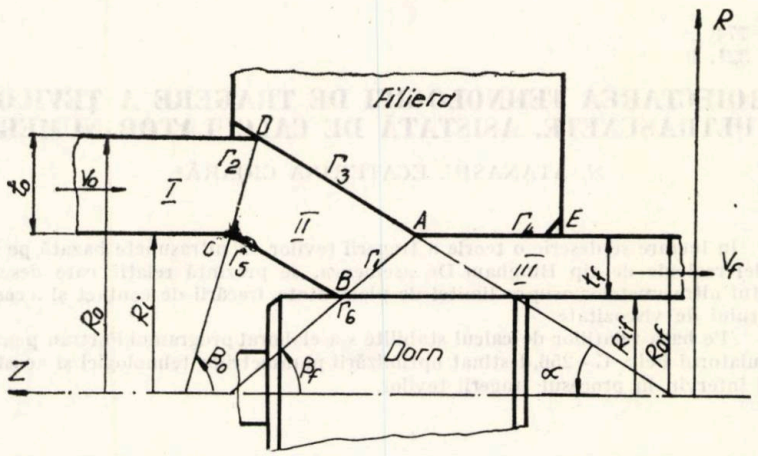


Fig. 1. Geometria focarului deformaţiei : R_0 şi R_i raza iniţială exterioară şi respectiv interioară ; R_{0f} şi R_{if} raza finală exterioară şi respectiv interioară ; t_0 şi t_f grosimea de perete iniţială şi respectiv finală ; v_0 — viteza de intrare a ţevii în filieră ; v_f — viteza de tragere ; β_0 şi β_f — semiunghiul conului iniţial şi respectiv final cu discontinuităţi ale vitezei.

Componentele vitezelor de deformare vor fi :

$$\dot{\varepsilon}_{RR} = \frac{1}{4\eta}\left(1 - \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}\sqrt{\Pi_{T'}}}\right)(\sigma_{RR} - \sigma_{\theta\theta})$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = -\varepsilon_{RR} \tag{3}$$

$$\dot{\varepsilon}_{RZ} = \frac{1}{2\eta}\left(1 - \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}\sqrt{\Pi_{T'}}}\right)\sigma_{RZ}$$

Iar :

$$\sqrt{\Pi_{T'}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} + 2\eta\frac{A}{R^2} \tag{4}$$

$$\sqrt{\Pi_{\dot{\varepsilon}}} = \frac{A^2}{R^2}\,; \quad A = R_{0f} v_f \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha + (1/4)}}{\operatorname{tg}\ \alpha \operatorname{ctg}\ \beta_f + 1} \tag{5}$$

Pentru calculul forţei de tragere s-a folosit teorema asupra puterii totale consumate, forţa de tragere fiind dată de expresia :

$$F = \Pi(R_{0f}^2 - R_{if}^2)\sigma_{xf} \tag{6}$$

în care : σ_{xf} este tensiunea de tragere.

Puterea totală consumată în procesul de deformare a unei porțiuni de material metalic $\Omega > \Omega_2$, cu frontiera S este :

$$\iiint_{\Omega} \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}\,d\omega + \iint_{\Gamma_1} \bar{\sigma}_i[\bar{v}_i]\,dS + \iint_{\Gamma_2} \bar{\sigma}_i[\bar{v}_i]\,dS - \iint_{S} \bar{\sigma}_i\bar{v}_i\,dS = 0 \quad (7)$$

Efectuînd calculele pentru integralele din expresia (7) și operînd înlocuirile necesare se obține formula pentru tensiunea de tragere σ_{xf} sub forma :

$$\frac{\sigma_{xf}}{\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_y} = \frac{\sigma_{xb}}{\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_y} + \sqrt{\varepsilon_{RR}^2 + \varepsilon_{RR}\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\theta\theta}^2} +$$

$$+ \frac{\operatorname{ctg}\beta_0 - \operatorname{ctg}(\alpha+\beta_0) + \operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}(\alpha+\beta_f)}{1 + \frac{R_i}{R_0}} + \frac{m}{\left[1 - \left(\frac{R_i}{R_0}\right)^2\gamma\right.} \times$$

$$\times \left[\frac{L}{R_{0f}} + \frac{\sin\beta_f}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta_f)}\left(\frac{R_0}{R_{0f}} - 1\right)\right] + \frac{v_f\eta}{\sigma_y R_{0f}} + \mathrm{M} \quad (8)$$

În formula (8), M reprezintă un majorant al soluției problemei în cazul modelului reologic de tip Bingham.

În vederea determinării influenței ultrasunetelor asupra tensiunii de tragere, autorul a folosit următoarele concluzii teoretice și experimentale :

1. Ultrasunetele reduc limita de plasticitate a materialelor metalice în timpul deformării în cîmp ultrasonic. Pentru a descrie acest efect s-a stabilit o funcție exponențială de formă /4/, /5/ :

$$\sigma_y(I) = \sigma_{y0}\exp\left[a(I_0 - I)\right] \quad (9)$$

unde : a este o constantă de material ; I — intensitatea ultrasunetelor.

2. Introducerea ultrasunetelor în focarul deformației determină o micșorare a coeficientului de frecare la interfața sculă-metal. Valoarea factorului de frecare m în cîmp ultrasonic este dată de expresia :

$$m = 0{,}1\,(m_0) \quad (10)$$

în care : m_0 este factorul de frecare constant fără ultrasunete.

3. Ultrasunetele influențează coeficientul de vîscozitate a materialelor metalice în sensul scăderii lui. Această scădere se produce dacă viteza de tragere este mai mică decît viteza particulelor materiale determinate de oscilațiile ultrasonice. Pentru a descrie influența ultrasunetelor asupra coeficientului de viscozitate s-a stabilit o expresie de formă :

$$\eta(I) = \eta_0[1 + b(I - I_0)^c]\exp\left[a\,(I_0 - I)\right] \quad (11)$$

în care : η_0 este coeficientul de viscozitate fără ultrasunete ; b și c — constante de material.

Pentru calculul forței de tragere cu ultrasunete, funcție de ceilalți parametri tehnologici s-a folosit formula (8) în care s-au introdus expresiile (9), (10) și (11).

Folosirea acestor relații de calcul permite determinarea principalilor parametri tehnologici și acustici care intervin în procesul de tragere a țevilor cu ultrasunete și anume : tensiunea de tragere σ_{xf} și eventual tensiunea inversă de tragere σ_{xb}, viteza de tragere v_f, semiunghiul conului filierei α, coeficientul de frecare m, reducerea procentuală a secțiunii țevii pe trecere, lungimea de contact metal-sculă L, și intensitatea ultrasunetelor I. De asemenea se ține seama de deformabilitatea materialelor prin limita de plasticitate σ_y.

Pentru optimizarea parametrilor tehnologici și acustici care intervin în procesul tragerii țevilor s-a elaborat un program Fortran destinat calculatorului Felix C—256 (fig. 2).

Programul este general, permițînd efectuarea unor analize complete asupra procesului tragerii țevilor astfel încît realizarea produselor tubulare să aibă loc în condițiile unui consum energetic minim.

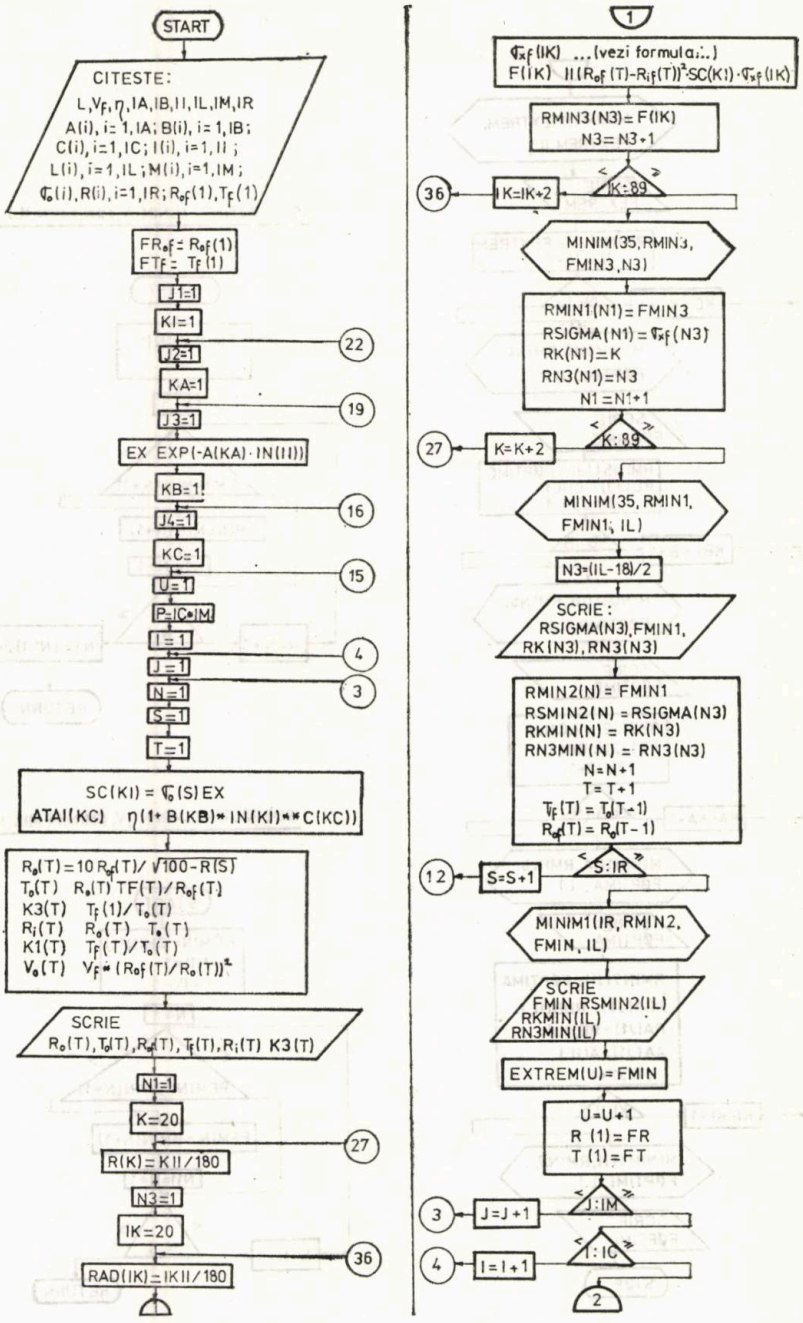
Din numărul mare de variante obținute pe calculator se vor reda în continuare numai unele rezultate pentru evidențierea efectului favorabil al ultrasunetelor asupra procesului tragerii. Astfel în fig. 3 s-a reprezentat variația tensiunii relative de tragere în funcție de semiunghiul conului filierei și de intensitatea ultrasonică din focarul de deformație ($I = 5$ și $I = 20$ Wcm^{-2}) și pentru două reduceri de secțiune ($r = 15{,}4\%$ și $r = 20{,}6\%$) în cazul aliajului AlCu4Mgl. Alte date folosite în calcule sînt : factorul de frecare $m = 0{,}03$; coeficientul de viscozitate $\eta = 0{,}234$ $MNs \cdot m^2$ limita de plasticitate $\sigma_y = 245$ N/mm^2 ; raportul razelor $R_i/R_0 = 0{,}8$ și viteza de tragere 45m/min.

Pentru a ilustra efectul vitezei de tragere, pe figură s-au trasat și curbele corespunzătoare vitezei mici de tragere $v = 0$.

Analizînd graficul din fig. 3 se constată următoarele : a) limita de plasticitate σ_y a materialului se reduce cu sporirea intensității ultrasonice I și implicit scade forța de tragere ; b) la viteze mari de tragere, cînd viteza de deformație atinge sau depășește viteza amplitudinii de oscilație, atunci ultrasunetele nu mai determină reducerea forței de tragere.

Efectul ultrasunetelor asupra coeficientului de viscozitate s-a ilustrat calculîndu-se tensiunea relativă de tragere pentru diverse valori ale constantelor b și c. În fig. 4 s-au trasat, pentru aliajul AlCu4Mgl, grafice pe baza următoarelor date : $a = 0{,}026$; $m = 0{,}04$; $v_f = 45$ m/min ; $I = 5$ și 20 Wcm^{-2} ; $r = 20{,}6\%$, iar constantele $b = 0{,}01$ și $0{,}08$ și $c = 1{,}0$ și $1{,}8$. Din graficele prezentate rezultă următoarele : a) sporirea valorilor constantelor b și c determină o creștere a tensiunii relative de tragere mai semnificativă pentru unghiuri α mai mari și reduceri de secțiune mai importante ; b) creșterea tensiunii este cu atît mai mică cu cît intensitatea ultrasonică din focarul deformației este mai mare, fapt ce ilustrează că ultrasunetele de puteri mari influențează simțitor coeficientul de viscozitate a materialelor metalice.

Cunoscînd că reducerea maximă posibilă se poate obține din condiția $\sigma_{xf}/_y\sigma \leqslant 1{,}15$ unde egalitatea corespunde satisfacerii condiției de


START
CITESTE:
L, Vf, η, IA, IB, II, IL, IM, IR
A(i), i=1, IA; B(i), i=1, IB;
C(i), i=1, IC; I(i), i=1, II;
L(i), i=1, IL; M(i), i=1, IM;
σ0(i), R(i), i=1, IR; Rof(1), Tf(1)
FRof = Rof(1)
FTf = Tf(1)
J1=1
KI=1
J2=1
KA=1
J3=1
EX EXP(-A(KA)·IN(II))
KB=1
J4=1
KC=1
U=1
P=IC*IM
I=1
J=1
N=1
S=1
T=1
SC(KI) = σ0(S) EX
ATAI(KC) η(1+B(KB)*IN(KI)**C(KC))
Ro(T)=10 Rof(T)/√100-R(S)
To(T) Ro(T) TF(T)/Rof(T)
K3(T) Tf(1)/To(T)
Ri(T) Ro(T) To(T)
K1(T) Tf(T)/To(T)
Vo(T) Vf*(Rof(T)/Ro(T))
SCRIE
Ro(T), To(T), Rof(T), Tf(T), Ri(T) K3(T)
N1=1
K=20
R(K)=KII/180
N3=1
IK=20
RAD(IK)=IKII/180
22
19
16
15
4
3
27
36
1
σsf(IK) ...(vezi formula...)
F(IK) II(Rof(T)-Ri(T))²·SC(K!)·σsf(IK)
RMIN3(N3)=F(IK)
N3=N3+1
IK=IK+2
IK:89
MINIM(35, RMIN3, FMIN3, N3)
RMIN1(N1)=FMIN3
RSIGMA(N1)=σsf(N3)
RK(N1)=K
RN3(N1)=N3
N1=N1+1
K=K+2
K:89
MINIM(35, RMIN1, FMIN1, IL)
N3=(IL-18)/2
SCRIE:
RSIGMA(N3), FMIN1, RK(N3), RN3(N3)
RMIN2(N)=FMIN1
RSMIN2(N)=RSIGMA(N3)
RKMIN(N)=RK(N3)
RN3MIN(N)=RN3(N3)
N=N+1
T=T+1
Tf(T)=To(T-1)
Rof(T)=Ro(T-1)
S=S+1
S:IR
MINIM1(IR, RMIN2, FMIN, IL)
SCRIE
FMIN RSMIN2(IL)
RKMIN(IL)
RN3MIN(IL)
EXTREM(U)=FMIN
U=U+1
R(1)=FR
T(1)=FT
J=J+1
J:IM
I=I+1
I:IC
2

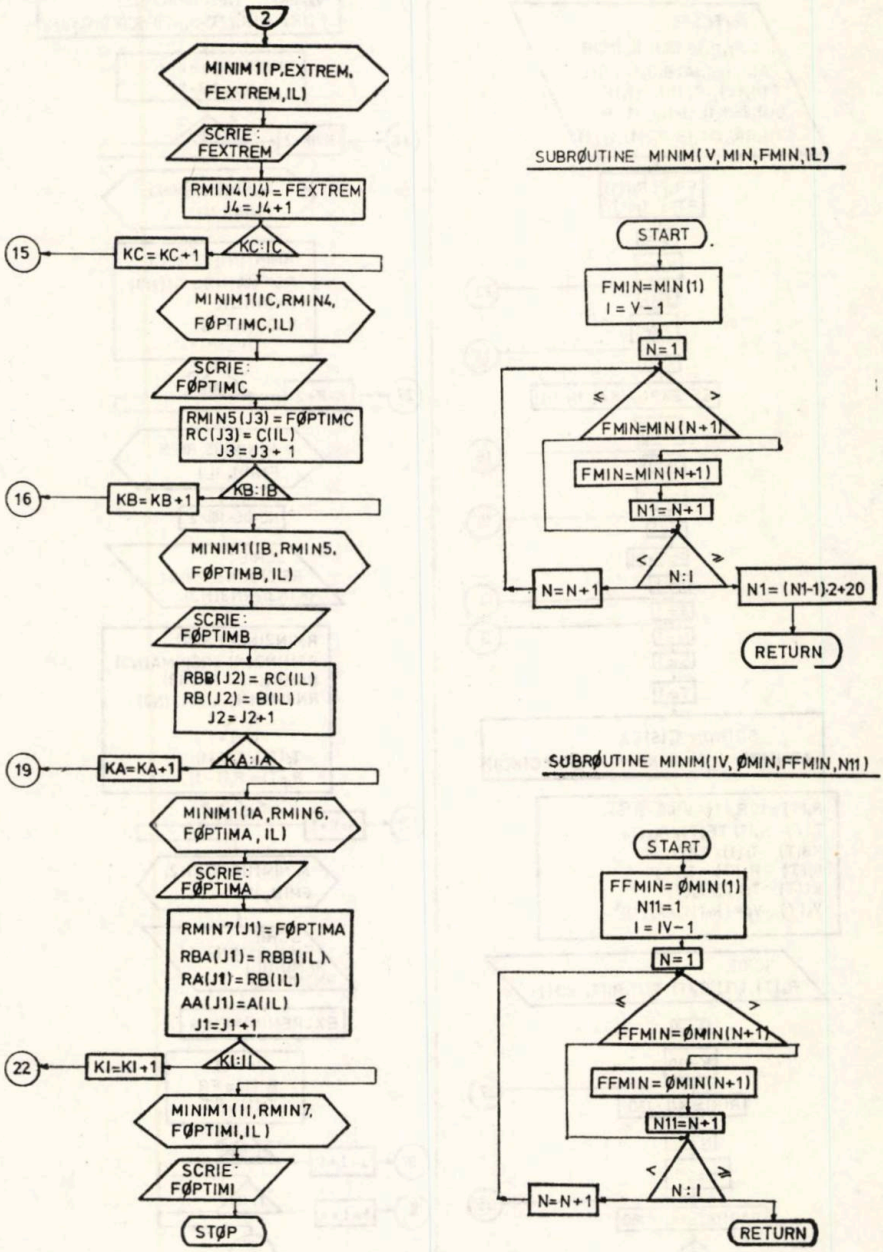


Fig. 2. Schema logică a programului de calcul numeric.

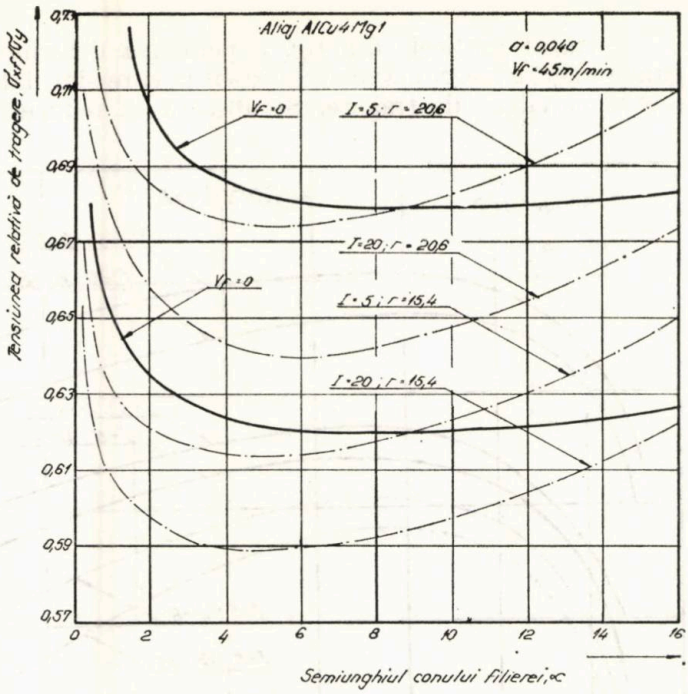


Fig. 3. Variația tensiunii relative de tragere în funcție de semiunghiul conului filierei.

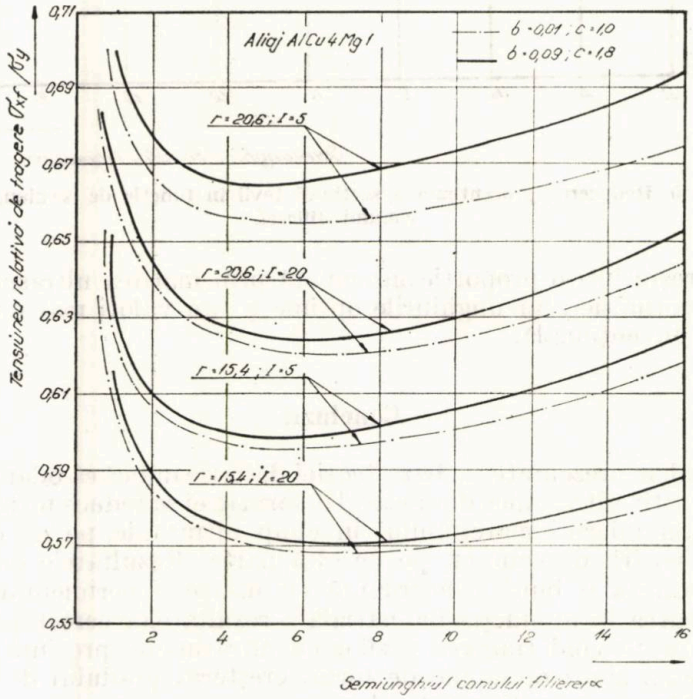


Fig. 4. Dependența tensiunii relative de tragere de valorile constantelor „b" și „c".

plasticitate s-au trasat graficele din fig. 5 pentru a determina unghiul α ce corespunde unei reduceri maxime, în cazul în care sînt date grosimea de perete a ţevii şi viteza de tragere. Se observă că reducerea maximă

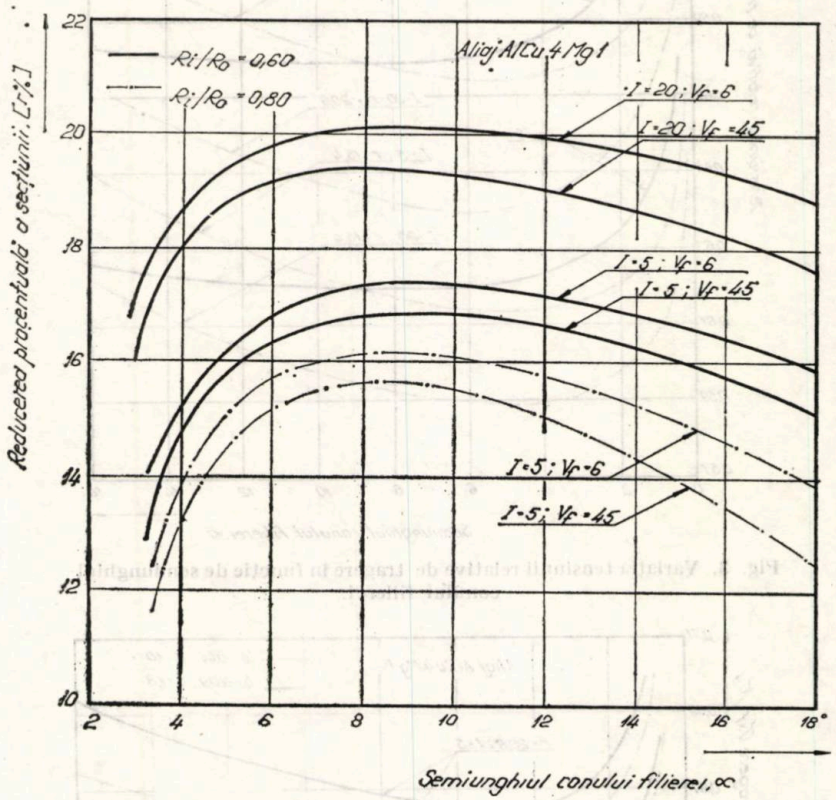


Fig. 5. Reducerea procentuală a secţiunii ţevii în funcţie de semiunghiul conului filierei.

posibilă creşte într-o proporţie însemnată prin mărirea ultrasunetelor din focarul deformaţiei, iar unghiurile optime α au valori mai mici decît la tragerea convenţională.

Concluzii

Calculele prezentate pe baza teoriei descrise indică că odată cu creşterea intensităţii ultrasonice din focarul deformaţiei se reduce forţa de tragere datorită „înmuierii" materialului în cîmp ultrasonic, pe de o parte, şi reducerii frecării de contact, pe de altă parte. Rezultatele obţinute din calcule prezintă o bună concordanţă cu datele experimentale.

Aplicarea în producţia industrială a rezultatelor cercetărilor prezentate mai sus privind tragerea ţevilor cu ultrasunete, prezintă o serie de avantaje cum sînt: economie de forţă, creşterea gradului de deformare şi îmbunătăţirea calităţii produselor.

BIBLIOGRAFIE

1. *Atanasiu N.*, Buletinul I.P.B., Tomul XXXIX-numărul 1, 1977 pag. 92—98.
2. *Atanasiu N., Drăgan I.*, Neue Hütte (R. D. Germană), Nr. 8, 1977, pag. 431—437.
3. *Atanasiu N., Cioară E.*, Cercetări metalurgice, Nr. 19, 1978.
4. *Atanasiu N. și alții*, Kaltziehen von Rohren, Bänder, Bleche, Rohre (R. F. Germania), Nr. 3, 1979, pag. 90—94.
5. *Atanasiu N.*, Metalurgia Nr. 5, 1979.

On the Technology of the Drawing of the Tubs with Ultrasound

The paper describes a theory of drawing of the tubes with ultrasound using a rheologic model so called Bingham. Also, are described the relations concerning the effect of ultrasound on the yield limit, contact friction and on the coefficient of viscosity.

On the basis of theoretical relations it was worked out a Fortran program for the Felix C—256 computer for optimizing the technological and acustical parameters which are used in the drawing of the tubes.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Instituului politehnic „Gheorghe Gheorghiu—Dej" Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределахво возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Pysique pures et appliquées", "Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1980 DEC 1 3

Lei 20

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 2 ANUL 1980
APRILIE—IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct), Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu*. Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 14.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

Elena Deciu

On the Cardinal Number and on the Structure of the Set of All Subrings of the Rational Numbers Field 3

P. Balea

Studiul proceselor de aşteptare folosind conceptul de populaţie aleatoare 9

MECANICĂ

I. Roşca

Studiu comparativ şi algoritm de calcul al deplasărilor într-un cilindru de lungime infinită solicitat de un cîmp de temperaturi axial simetric 17

S. Staicu

Etude du choc par des methodes énergétiques 25

V. I. Komendant, V. V. Ajder

Contribuţii la studiul coeficientului de frecare la mişcarea rectilinie alternativă 33

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

N. Apostolescu

Un model de calcul al formării amestecului în motorul cu aprindere prin comprimare şi injecţie directă 39

M. Şoiman, B. Grünwald

Cercetarea epxerimentală a schimbului de gaze la motoarele cu ardere internă 51

D. Taraza, G. Grama

Unele aspecte privind aparatura de investigaţie a proceselor de lucru din cilindrii motoarelor cu ardere internă 65

AERONAVE

D. Rugescu

Determinarea presiunii în motoare rachetă pentru obţinerea unui plafon maxim 73

V. Stanciu

Studiu calitativ şi cantitativ al amorsării culegerii supersonice prin reţele de palete 81

MAŞINI UNELTE ŞI SCULE

Al. C. Dorin, I. Marinescu

Stabilirea caracteristicilor maşinilor de rectificat plan cu discuri diamantate 87

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C. Dumitraș, C. Militaru

Contribuții privind stabilirea ecuației pentru calculul secțiunii transversale reale a așchiei 97

HIDRAULICĂ

D. Robescu

Influența prerotației asupra performanțelor energetice și hidraulice ale pompelor centrifuge 107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 511
519.5

ON THE CARDINAL NUMBER AND ON THE STUCTURE OF THE SET OF ALL SUBRINGS OF THE RATIONAL NUMBERS FIELD

ELENA DECIU *

The problem of the cardinal number of the set of all subrings of the rational numbers field is in the connexion with the structure of these subrings.

We constructed all subrings of the field Q.

We treated apart the class of nonunitary rings and the class of unitary rings.

We proved that these two classes have to some power, namely, the power of the continuum.

Thus, the set of all subrings of the field Q has, also, the power of the continuum.

1. Any subring I of of the ring Q, different from the null subring, has at least two elements which are different from zero. Let r and $-r$ be these elements. We have two cases :

A. The elements r and $-r$ are, respectively, the numbers 1 and -1;

B. The elements r and $-r$ are, respectively, the rational numbers $r = \frac{p}{q} > 0$ and $-r = -\frac{p}{q} < 0$, where p and q are natural numbers, primes between them.

We worked in the quotient ring $Q/_{\sim}$ of the ring Q by the equivalence relation „$\sim$" which puts in the same equivalence class two rational numbers obtained one from other by simplifcation or amplification with an integer.

This formal restriction have no influence on the cardinality, because the set Z of integers is a denumerable set.

In the cas B, we distinguished two subcases : B.I. $p < q$ and B.II. $p > q$.

Let the case B.I. We have $p < q$. Then, the subring I contains the subring $I(r)$ generated by the rational number $r = \frac{p}{q} > 0$.

The subring $I(r)$ is formed by the numbers of form $m\left(\frac{p}{q}\right)^n$ where m belongs to the set Z of the integers and n belongs to the set N of natural numbers.

Manuscript received 28 November 1979.

* Lecturer Chair of Mathematics.

It is evident that the subring $I(r)$ does not contain the unit 1 of the ring Q.

We distinguished the cases :

B.I.1. The subring $I(r)$ is all ring I ;

B.I.2. The subring $I(r)$ is a proper subring of the ring I.

Let the case B.I.1.

Let us count the subrings of the type $I(r)$, when the number $r=\frac{p}{q}>0$ goes over the set of the rational numbers, for which p and q are natural numbers prime between them and $p<q$.

Let a number q. The set of natural numbers prime with the number q and smaller than this number is finite. It results that if the number q goes over the set of natural numbers $q \geqq 2$ (because we assumed that in the case B. the number $r=\frac{p}{q}>0$ is a non-integer), the set of the rational numbers $r=\frac{p}{q}>0$ of the specified type is, therefore, a denumerable set as denumerable union of finite sets. Consequently, there is a denumerable set of subrings of specified type $I(r)$, of the ring Q.

Let now the case B.I.2.

If the subring I is not equal to its subring $I(r)$, denoted again by $I(r_1)$, there is in I another rational number $r_2 \neq 1$ (if $r_2=1$, we shall transfer this case to the case A.), with $r_2=\frac{p_2}{q_2}>0$, where p_2 and q_2 are natural numbers prime between them, such that $p_2<q_2$ (the case $p_2>q_2$ is a similar case, as the case B. II is similar to the case B.I). Then, the subring I contains also the subring $I(r_2)$, generated by the number r_2 and moreover the subring $I(r_1, r_2)$ generated by the set of the numbers r_1 and r_2.

We distinguished two cases :

B.I.2.a) The subring $I(r_1, r_2)$ is all ring I ;

B.I.2.b) The subring $I(r_1,r_2)$ is a proper subring of the ring I.

Let the case B.I.2.a.

In our hypothesis, the numbers r_1 and r_2 goes each over denumerable sets (in fact subsets of the denumerable set Q). Therefore, the pair (r_1, r_2) goes over a denumerable union of denumerable sets, which is, also [1] a denumerable set.

Consequently, there is a denumerable set of subrings $I=I(r_1, r_2)$ of the ring Q, of specified type.

Let now the case B.I.2. b. The distinction between the subcases of the type B.I.2. a and B.I.2.b of the case B.I.2 may be made iteratively,

B.I.2. (i) either by a finite number of times and we obtain the subring I as a subring $I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$ generated by a finite number of rational numbers $r_1, r_2, \ldots, r_k$ of specified type and then the set of the subrings $I=I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$ of the ring Q, with fixed index k is (by an inductive argument on the index $1 \leqq j \leqq k$, like to the argument from the case B.I.2 a), also, a denumerable set ;

B.I.2. (ii) or by an infinite number of times, but denumerable times (because the succesive choice of the numbers $r_1, r_2, \ldots, r_k$ is made from the denumerable set of rational numbers Q) and we obtain the ring I as a subring $I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$ generated by an denumerable infinite set $r_1, r_2, \ldots, r_k, r_{k+1}, \ldots$ (a denumerable set, as a part of the denumerable set Q) of rational numbers $r_k = \frac{p_k}{q_k} > 0$, where p_k and q_k are natural numbers prime between them, $p_k < q_k$, and r_{k+1} does not belong, for any natural index k, to the subring $I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$, generated by the rational numbers $r_1, r_2, \ldots, r_k$.

The elements of the subring $I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$ are finite sums of finite products of factors from the subrings $I(r_k)$ with $k \in N$, and because each subring $I(r_k)$ is a denumerable set (as a part of Q), these elements form a denumerable set, but we knew that the subring $I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$ is a subset of denumerable set Q.

Thus, it may happen that the distinction between the cases of the the type B.I.2.a and B.I.2.b to [do iteratively, by an infinite number (denumerable, as we saw) of times.

The set of the rings of the form $I = I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$ is a nonvoid set. It contains at least the ring

$$I_1 = I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{17}, \ldots\right)$$

i.e., for which $r_k = \frac{1}{q_k}$, with $p_k = 1$ and $q_k \geqq 2$ foes over the denumerable set of prime natural numbers.

But also $I_2 = I\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \ldots\right)$, or $I_3 = I\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \ldots\right)$ etc. are rings of the type $I = I(r_1, r_2, r_3, \ldots, r_k, \ldots)$.

Therefore, we placed for r_1, successively, the numbers

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \ldots;$$

for r_2, successively, the numbers

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \ldots;$$

for r_3, successively, the numbers

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \ldots \text{ etc.}$$

Thus, we have concrete examples such that r_1 goes over a denumerable set; r_2 also goes over a denumerable set, etc. But always r_k goes over a denumerable set, because $r_k \in Q$, $k \in N$.

On the other hand, we see that the set of the subrings of the form $I = I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$ is also a nonvoid set. Let us consider the examples

$$I\left(\frac{1}{2}\right), I\left(\frac{1}{3}\right), I\left(\frac{1}{5}\right), I\left(\frac{1}{7}\right), \ldots,$$

$$I\left(\frac{2}{3}\right), I\left(\frac{3}{5}\right), I\left(\frac{5}{7}\right), I\left(\frac{7}{11}\right), \ldots, \text{ or}$$

$$I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right), I\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right), I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right), \ldots \text{ etc.}$$

With this occasion, let us remark that there are nonunitary subrings of the ring Q. For instance, $I = I\left(\frac{2}{3}\right)$, because $1 \notin I$. Indeed, the elements of $I\left(\frac{2}{3}\right)$ have the form $m\left(\frac{2}{3}\right)^n$, with $m \in Z$ and $n \in N$. If we assume that $1 = m\left(\frac{2}{3}\right)^n$, we have $m \neq 0$ and $\left(\frac{2}{3}\right)^n > 0$ consequently, we have $m > 0$.

Therefore, it must that $\frac{1}{m} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$. Thus, $3^n = m \cdot 2^n$. But the number 3 does not divide the number 2. It must that 3^n divide m. Therefore, let $m = 3^n s$, with $s \in N$. Thus, we have $1 = s\,2^n$. But $n \in N$ and $s \in N$. Therefore, the relation $1 = s\,2^n$ is impossible. Consequently, $1 \notin I\left(\frac{2}{3}\right)$.

Our arguments proved that every nonunitary subring I of the ring Q, different from the zero subring, (in fact, it is a subring of the ring $Q/\sim$, but this restriction is, as we saw at the beginning, only a formal restriction) is (as a part of the set Q) a denumerable set, either of the form $I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$ or of the form $I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$.

But the set of the subrings of the specified form $I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$ is of the power of the continuum, because the set of infinite sequences $(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$, where each term r_k of the sequence goes (as we proved in the case B.I.1) over a denumerable set of rational numbers (therefore, with the same power as the set of natural numbers), is of the power of the continuum, because the set of inifinite sequences of natural numbers is of the power of the continuum (see [1], IV, § 7, pp. 63, Th. 1. "The set of all infinite sequences of natural numbers is effectively of the power of the continuum").

On the other hand, as we saw in the case B.I.2.b) (i), the set of the subrings of the form $I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$ is, for each natural number k, a denu-

merable set; therefore, the union of these sets of subrings when the index k goes over the denumerable set of natural numbers is aslo a denumerable set.

Let now the case B.II. We have $p > q$.

This case is similar to the case B.I., but when we counted the subrings of the type $I(r)$, with $r = \frac{p}{q}$, we fixed the number p instead of the number q.

We distinguished, as in the case B.I. the subcases B.II.1) and B.II.2) with similar contents to the contents of the case B.I. We obtained for the case B.II.1) just the result obtained for the case B.I.1).

The case B.II.2) is also similar to the case B.I.2). Thus, we added at the denumerable set of the subrings of the form $I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$ of the case B.I.2) (i), the denumerable set of subrings due to the analogy between the cases B.I. ($p < q$) and B.II ($p > q$), (a frequently used analogy which lead us to the denumerable union of two denumerable sets corresponding to the marks "$<$" and "$>$") and the denumerable set of subrings due to the nonrestrictive change of the ring Q by the ring $Q/\sim$, but these sets do not influence the cardinality, because a finite union of denumerable sets is also a denumerable set.

We added for similar reasons a denumerable set to the set of the power of the continuum of subrings of the specified form $I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$ and the cardinality is not influenced because the union of a set of the power of the continuum with a finite or denumerable set is also a set of the power of the continuum [1].

Thus, we may say nonrestrictively that the set of the nonunitary non-zero subrings of the field Q may be partitioned in two subsets:

1. The denumerable subset of subrings of the specified type $I(r_1, r_2, \ldots, r_k)$, with $k \in N$ and

2. The subset of the power of the continuum of subrings of the specified type $I(r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots)$.

But the union of the subsets 1. and 2. is a set of the power of the continuum [1].

Therefore, the set of the nonunitary non-zero subrings of the ring Q is of the power of the continuum.

Thus, we finished the case B.

Let now the case A: $r = 1$,

We distinguished the subcases:

A. α) The subring I is all subring Z of integers;

A. β) The subring I contains a rational number $r_2 \notin Z$, $r_2 = \frac{p_2}{q_2} > 0$, where p_2 and q_2 are natural numbers prime between them and we repeated the argument of the case B, but for the subrings of the type

$$I(1, r_2, r_3, \ldots, r_k)$$

and of the type $I(1, r_2, r_3, \ldots, r_k, \ldots)$,
with appropriate notations.

Thus, we may say nonrestrictively that the set of the unitary non-zero subrings of the field Q may be partitioned in three subsets:

0. The subset formed by the subring Z of integers;

1. The denumerable subset of the subrings of the specified type

$$I(1, r_2, r_3, \ldots, r_k), \qquad k \in N$$

and

2. The subsets of the power of the continuum of the subrings of the specified type $I(1, r_2, r_3, \ldots, r_k, r_{k+1}, \ldots)$.

Therefore, the set of the unitary non-zero subrings of the field Q is also of the power of the continuum.

We remarked that the ring Q itself is a subring of the type $I(1, r_2, r_3, \ldots, r_k, r_{k+1}, \ldots,)$, namely :

$$Q = I\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \ldots\right),$$

where $r_1 = 1, r_k = \frac{1}{q_k}, (p_k = 1)$ and q_k goes over the set of the prime natural numbers.

Thus, the case A is finished.

Consequently, the set of all subrings of the field Q may be partitioned in three subsets :

0. The finite subsets formed by zero subring;

1. The subsets of the power of the continuum formed by all unitary non-zero subrings of Q;

2. The subset of the power of the continuum formed by all nonunitary non-zero subrings of Q.

Because the disjoint union of two sets of the power of the continuum is a set of the power of the continuum [1], and the union of a set of the power of the continuum with a finite set is a set also of the power of the continuum [1], it follows that the set of all subrings of the field Q is of the power of the continuum and has the structure remarked in our arguments.

REFERENCES

[1] *W. Sierpinski*, Cardinal and ordinal numbers, Warszawa, 1965.
[2] *Z. S. Borevici, I.R. Shafarevici*, The number theory, Moscow, 1972, (In Russian).
[3] *D. Barbilian*. The arithmetic theory of ideals, Bucharest, 1965, (In Rumanian).
[4] *A. Weil*, Basic number theory, New York, 1967.
[5] *K. Kuratowski, A. Mostowski*, Set theory, Warszawa, 1967.

Asupra numărului cardinal şi asupra structurii mulţimii subinelelor corpului numerelor raţionale

Problema găsirii numărului cardinal al mulţimii subinelelor corpului numerelor raţionale este în conexiune cu structura acestor subinele.

Am construit toate subinelele corpului Q.

Am tratat separat clasa inelelor neunitare şi clasa inelelor unitare.

Am demonstrat că aceste două clase au aceeaşi putere, anume, puterea continuului.

Astfel, clasa subinelelor corpului Q are, de asemenea, puterea continuului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 519.2:330
519.214

STUDIUL PROCESELOR DE AȘTEPTARE FOLOSIND CONCEPTUL DE POPULAȚIE ALEATOARE

PARASCHIV BALEA *

În această lucrare se studiază proprietățile locale ale unui sistem de așteptare, folosindu-se conceptul de populație aleatoare introdus în [1]. Se prezintă: populații aleatoare în procesul de intrare, populații aleatoare în procesul de servire pentru sisteme de așteptare cu o stație de servire, populații aleatoare în procesul de servire pentru sisteme de așteptare cu mai multe stații de servire și populații aleatoare în procesul refuzului.

Un proces de așteptare în intervalul de timp $[0, T]$ este un proces tridimensional, discret și separabil:

$$U(t) = \{(X(t), Y(t), Z(t);\ 0 \leqslant t \leqslant T\},$$

$$X(t) \geqslant 0,\ Y(t) \geqslant 0,\ Z(t) \geqslant 0,$$

unde:

$X(t)$ reprezintă numărul de clienți (indivizi) care au intrat în sistem pînă în momentul t,

$Y(t)$ reprezintă numărul de clienți serviți de sistem pînă în momentul t,

$Z(t)$ reprezintă numărul clienților refuzați pînă în momentul t.

Observație. În numărul de indivizi care au proprietatea P (de exemplu intră în sistem) pînă în momentul t vom include de fiecare dată și pe cei care au această proprietate la momentul t.

Componentele $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ au proprietatea:

$$W(t) = X(t) - Y(t) - Z(t) \geqslant 0,$$

unde $W(t)$ reprezintă șirul de așteptare sau gradul de ocupare al sistemului.

A. A. Borovkov ([2]) arată că principalele caracteristici ale sistemului de așteptare pot fi considerate ca funcționale măsurabile de $U(t)$. Dintre cele mai importante caracteristici amintim:

$(W(t))_{t\in[0,T]}$ — procesul cozii,

$(\tau(t))_{t\in[0,T]}$ — procesul timpului de așteptare.

Manuscris predat redacției la data de 26 noiembrie 1979
* Lector Catedra Matematici III

În sistemele de așteptare concrete, distribuția componentelor $X(t)$, $Y(t)$ și $Z(t)$ se dă, de regulă, prin indicarea proprietăților lor locale. În această lucrare se prezintă acest mod de abordare a problemei, folosindu-se conceptul de populație aleatoare introdus în [1].

Populații aleatoare în procesul de intrare. Considerăm că sistemul de așteptare își începe activitatea la momentul $t_0 \geqslant 0$ și că intrarea în sistem are loc la momentele $t_1, t_2, \ldots, t_j, \ldots$ în grupuri :

$$A_j = \left\{ \xi_i^{(j)} \middle| x_i \in A_j, i = 1, 2, \ldots, n; \xi_i^{(j)} \in N_0 \right\}$$

care conțin n tipuri diferite de clienți ; sînt considerați identici toți cei $\xi_i^{(j)}$ indivizi de tipul i $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Aceste grupuri A_j $(j \in N)$ sînt populații neomogene aleatoare ([1]) pe care le vom numi *populații de intrare*.

Procesul de intrare $[X(t), t \geqslant 0]$, unde $X(t)$ reprezintă numărul total de indivizi care au intrat în sistem pînă în momentul t, este determinat, în majoritatea cazurilor concrete, de procesul timpului $(T_j)_{j \in N}$ și de procesul $(\xi_i^{(j)})_{j \in N}$ care descrie structura populațiilor de intrare.

Procesul timpului $(T_j)_{j \in N}$ descrie momentele intrării populațiilor de intrare A_j și se obține luînd :

$$T_j = t_j - t_{j-1}$$

intervalul de timp dintre două intrări consecutive, respectiv a populațiilor A_{j-1} și A_j. T_j este o variabilă aleatoare cu funcția de repartiție :

$$F(y) = P(T_j \leqslant y), \ 0 \leqslant y < \infty,$$

$$F(0+) = 0.$$

Structura populației de intrare A_j este dată prin indicarea repartiției vectorului aleator :

$$\xi^{(j)} = (\xi_1^{(j)}, \xi_2^{(j)}, \ldots, \xi_n^{(j)})$$

care se face cu ajutorul funcției de repartiție :

$$F_1(y_1, \ldots, y_n) = P(\xi_1^{(j)} \leqslant y_1, \ldots, \xi_n^{(j)} \leqslant y_n), \ 0 \leqslant y_i < \infty (i = 1, \ldots, n),$$

și a probabilităților :

$$p_{\xi_i}^{(j)} = P(x_i \in A_j), \ (i = 1, 2, \ldots, n).$$

În general, probabilitățile $p_{\xi_i}^{(j)}$ depind de timp. În regim staționar rezultă :

$$\lim_{t_j \to \infty} \frac{\mathrm{d}p_{\xi_i}^{(j)}}{\mathrm{d}t_j} = 0$$

și deci :

$$\lim_{t_i \to \infty} p_{\xi_i}^{(j)} = p_{\xi_i},$$

$$p_{\xi_i} = P(x_i \in A_j) \text{ pentru orice } j \in N.$$

Exemplu : Dacă repartiția numărului de indivizi din fiecare tip i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ în populația de intrare A_j este multinomială, atunci vectorului $\xi^{(j)}$ i se atribuie probabilitatea ([3]) următoare :

$$P_{m_1}(t_j) = \frac{m_1 !}{\xi_1^{(j)} ! \ldots \xi_n^{(j)} !} (p_1^{(j)})^{\xi_1^{(j)}} \ldots (p_n^{(j)})^{\xi_n^{(j)}},$$

unde :

$$\sum_{i=1}^{n} \xi_i^{(j)} = m_1 \text{ (constant) pentru orice } j \in N,$$

$$p_i^{(j)} = P(x_i \in A_j), \ (i = 1, 2, \ldots, n),$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{(j)} = 1 \text{ pentru orice } j \in N.$$

Valoarea medie a variabilei aleatoare $\xi_i^{(j)}$ este :

$$M(\xi_i^{(j)}) = m_1 p_i^{(j)}, \ (i = 1, 2, \ldots, n)$$

și reprezintă numărul mediu de indivizi de tipul i din populația de intrare A_j.

Teoremă. Dacă repartiția vectorului aleator $\xi_i^{(j)}$ este descrisă de o lege multinomială, atunci populația neomogenă de intrare A_j într-un sistem de așteptare are cel puțin un individ din fiecare tip i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, fără ca indivizii vreunui tip să fie în număr covîrșitor.

Demonstrație. Dispersia variabilei aleatoare $\xi_i^{(j)}$ este :

$$D^2(\xi_i^{(j)}) = m_1 p_i^{(j)} (1 - p_i^{(j)}),$$

deoarece :

$$D^2(\xi_i^{(j)}) = M(\xi_i^{(j)^2}) - M^2(\xi_i^{(j)}) = m_1^2 p_i^{(j)^2} + m_1 p_i^{(j)}(1 - p_i^{(j)}) -$$

$$- m_1^2 p_i^{(j)} = m_1 p_i^{(j)} (1 - p_i^{(j)}).$$

Analizînd variația dispersiei variabilei aleatoare $\xi_i^{(j)}$ ca funcție de probabilitatea ei $p_i^{(j)}$ se observă că :

$p_i^{(j)}$	0		$\frac{1}{2}$		1
$\frac{dD^2(\xi_i^{(j)})}{dp_i^{(j)}}$	$+$	$+$	$+0$	$-$	$-$ $-$
$D^2(\xi_i^{(j)})$	0	$\nearrow$	$\frac{m_1}{4}$	$\searrow$	0

Deci împrăștierea valorilor pe care le ia variabila aleatoare $\xi_i^{(j)}$ față de valoarea ei medie va fi minimă într-unul dintre următoarele cazuri :

1°) $p_i^{(j)} = 0$; în acest caz $M(\xi_i^{(j)}) = 0$ adică practic $\xi_i^{(j)} = 0$ și deci în populația de intrare A_j nu există nici un individ de tip i

2°) $p_i^{(j)} = 1$; în acest caz $M(\xi_i^{(j)}) = m_1$ adică de fapt $\xi_i^{(j)} = m_1$ și deci în populația de intrare A_j sînt numai indivizi de tip i. În ambele cazuri ar rezulta însă că $P_{m_1}(t_j) = 0$. Deci, dacă repartiția vectorului aleator $\xi^{(j)}$ urmează o lege multinomială, atunci probabilitatea de a nu intra în sistem nici un individ de tip i sau ca toți indivizii unei populații de intrare să fie de un singur tip este zero.

Populații aleatoare în procesul de servire pentru sisteme de așteptare cu o stație de servire. Considerăm un sistem de așteptare cu o singură stație de servire S (universală) care își începe activitatea la momentul $t_0 = 0$. Intrarea la servire se face în ordinea sosirii. La momentele $t'_1, t'_2, \ldots, t'_j, \ldots$ intră la servire grupurile de clienți :

$$B_j = \{x_i \in B_j / i = 1, 2, \ldots \eta_i^{(j)} \in N_0\}$$

Grupurile $B_j (j \in N)$ sînt populații aleatoare neomogene pe care le vom numi *populații de servire.*

Procesul de servire $\{Y(t), t \geqslant 0\}$, unde $Y(t)$ reprezintă numărul total de indivizi care au intrat la servire pînă în momentul t, este determinat de procesul timpului $(T'_j)_{j \in N}$ și de procesul $(\eta^{(j)})_{j \in N}$ care descrie structura populațiilor de servire.

Notăm cu :

$$T'_j = t'_{j+1} - t'_j$$

timpul de blocare al stației S de către populația de servire B_j, timp care include, pe lîngă timpul necesar servirii efective a populației B_j și perioada de timp dintre momentul în care servirea populației B'_j s-a terminat și momentul în care începe servirea populației următoare. Variabila aleatoare T'_j are funcția de repartiție :

$$G(y) = P(T'_j \leqslant y),\ 0 \leqslant y < \infty,$$

$$G(0+) = 0.$$

Structura populațiilor de servire B_j este dată prin indicarea repartiției vectorului aleator :

$$\eta^{(j)} = (\eta_1^{(j)}, \eta_2^{(j)}, \ldots, \eta_n^{(j)}),$$

care se face cu ajutorul funcției de repartiție :

$$G_1(y_1, \ldots, y_n) = P(\eta_1^{(j)} \leqslant y_1, \ldots, \eta_n^{(j)} \leqslant y_n)$$

și a probabilităților :

$$p_{\eta_i}^{(j)} = P(x_i \in B_j), \ (i=1, 2, \ldots, n).$$

Populații aleatoare în procesul de servire pentru sisteme de așteptare cu mai multe stații de servire. Considerăm un sistem de așteptare care are n stații de servire specializate care lucrează în paralel. Stația S_i servește numai clienți de tipul i ($i = 1, 2, \ldots, n$). Presupunem că intrarea la servire se face în ordinea sosirii. Stația S_i își începe activitatea la momentul $t_0^{(i)}$, iar la momentele $t_1^{(i)}, t_2^{(i)}, \ldots, t_j^{(i)}, \ldots$ intră la servire populațiile de servire omogene ([1]).

$$B_j^{(i)} = \{x_i \in B_j^{(i)} / \eta_i^{(j)} \in N_0\}$$

Procesul de servire al acestui sistem de așteptare este procesul stochastic $\{Y(t), t \geqslant 0\}$ unde : $Y(t) = \sum_{i=1}^{n} Y_i(t)$, $Y_i(t)$ reprezentînd numărul de indivizi de tipul i intrați în stația S_i pînă în momentul $t \cdot Y(t)$ reprezintă deci numărul total de clienți intrați la servire pînă în momentul t.

Populații aleatoare în procesul refuzului. Grupurile de indivizi :

$$C_j = \{x_i \in C_j / i = 1, 2, \ldots, n ; \zeta_i^{(j)} \in N_0\}$$

care sînt refuzați de sistemul de așteptare la momentele $t_1'', t_2'', \ldots$ $\ldots, t_j'', \ldots$ ($t_0'' \geqslant 0$ fiind momentul inițial) se numesc *populații de refuz.*

Procesul refuzului este procesul $\{Z(t), t \geqslant 0\}$ unde $Z(t)$ reprezintă numărul total de indivizi refuzați de sisemul de așteptare pînă în momentul t. Procesul $\{Z(t), t \geqslant 0\}$ este determinat de procesul timpului $(T_j'')_{j \in N}$ și de procesul $(\zeta^{(j)})_{j \in N}$ care descrie structura populațiilor de refuz.

Procesul $(T_j'')_{j \in N}$ se obține notînd :

$$T_j'' = t_j'' - t_{j-1}''$$

intervalul de timp dintre două refuzuri consecutive (respectiv al populațiilor C_{j-1} și C_j).

T_j'' este o variabilă aleatoare cu funcţia de repartiţie :

$$H(y) = P(T_j'' \leqslant y),\ 0 \leqslant y < \infty,$$

$$H(0+) = 0.$$

Structura populaţiei de refuz C_j este dată prin indicarea repartiţiei vectorului aleator :

$$\zeta^{(j)} = (\zeta_1^{(j)},\ \zeta_2^{(j)} \ldots \zeta_n^{(j)}),$$

care se face cu ajutorul funcţiei de repartiţie :

$$H_1(y_1, \ldots, y_n) = P(\zeta_1^{(j)} \leqslant y_1, \ldots, \zeta_n^{(j)} \leqslant y_n)$$

şi a probabilităţilor :

$$p_{\zeta_i^{(j)}}^{(j)} = P(x_i \in C_j),\ (i = 1, 2, \ldots, n).$$

La anumite sisteme de aşteptare, procesul $\{Z(t), t \geqslant 0\}$ depinde de procesele $\{X(t), t \geqslant 0\}$ şi $\{Y(t), t \geqslant 0\}$, Pentru exemplificare să considerăm un sistem de aşteptare cu următoarele caracteristici :

— intrarea populaţiilor de intrare A_j are loc la intervale egale de timp de lungime a $(0 < a < \infty)$; structura populaţiilor A_j este deterministă : $\xi_i^{(j)} = b_i$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, $\sum_{i=1}^{n} b_i = b$,

— servirea populaţiilor de servire B_j se face cu o staţie S la intervale de timp de lungime constantă $c(0 < C < \infty)$; structura populaţiilor B_j este deterministă : $\eta_i^{(j)} = d_i$, $(i = 1, \ldots, n)$, $\sum_{i=1}^{n} d_i = d$,

— capacitatea sistemului de aşteptare este limitată, adică numărul total de indivizi în sistem nu poate fi mai mare decît $K(0 < K < \infty)$,

— indivizii care intră în sistem, dacă nu au fost refuzaţi (datorită depăşirii capacităţii) nu pot părăsi sistemul decît după ce au fost serviţi.

În aceste condiţii, dacă $a<c$ şi $b_i \leqslant d_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ se ajunge la un moment critic t_c după care apar populaţiile de refuz. Momentul critic de timp t_c se atinge atunci cînd numărul total de indivizi în sistem este :

$$K - b < X(t_c) - Y(t_c) \leqslant K,$$

urmînd ca la momentul următor să aibă loc intrarea unei populaţii de intrare. $t_c'' = t_c$ este momentul iniţial al procesului de refuz. Prima populaţie de refuz, C_1, apare la momentul t_1 cînd sînt refuzaţi :

$$Z(t_1'') = X(t_1'') - Y(t_1'') - K,$$

unde $X(t_1'')$ este numărul total de invivizi intrați în sistem pînă în momentul t_1'' iar $Y(t_1'')$ este numărul total de indivizi serviți pînă în momentul t_1''.

La momentele $t_2'', \ldots, t_j'', \ldots$ (care se pot determina) apar următoarele populații de refuz : $C_2, \ldots, C_j, \ldots$ Numărul total al indivizilor (clienților) refuzați pînă în momentul t_j'' se calculează în funcție de : numărul indivizilor intrați în sistem pînă în momentul t_j', numărul indivizilor intrați în sistem pînă în momentul t_j'', numărul indivizilor serviți pînă în momentul t_j'' și constanta K. Expresia exactă a lui $Z(t)$ se poate afla dacă se cunosc relațiile între a și c și între b_i și d_i (de exemplu : $2a = c$ și $d_i = 3b_i$ pentru $i = 1, 2, \ldots, n$).

În general, procesul $\{Z(t), t \geqslant 0\}$ este aleator (pentru sistemele de așteptatare cu pierderi întîmplătoare) sau determinist (pentru sistemele cu refuzuri planificate ale clienților).

BIBLIOGRAFIE

[1] *Balea, P.*, Asupra conceptului de populație aleatoare, Bul. I.P.B., SeriaChimie-Metalurgie Tom XLI, nr. 4, 1979.
[2] *Borovkov A.A.*, Ob asimptoticeskie pravila protessov massovogo obslujivaniia, Sib. Mat. Jurnal, Tom VIII, Nr. V, 1967.
[3] *Iosifescu M., Mihoc Gh., Theodorescu R.*, Teoria probabilităților și statistica matematică, Ed. Tehnică, București, 1966.
[4] *Kendall D.G.*, Some recent work and further problems in the theory of queues, Teor. ver. primen. Tom. IX, Nr. 1, 1964.
[5] *Lee A.M.*, Teoria așteptării cu aplicații, Ed. Tehnică, București, 1976.
[6] *Riordan J.*, Veroiatnostnie sistemi obslujivaniia, Sveaz, Moskva, 1966.

Studium der Erwartungsprorese sieh dem Konzept der Zufallsgesamtheit bedienend

In der Abhandlung werden die örtlichen Eigenschaften eines Erwartungssystems studiert, sich dem Konzept der Zufallsgesamtheit bedienend das im [1] eingeführt wurde. Es werden vorgeführt : Zufallsgesamtheiten im Eingangsprozeß, Zufallsgesamtheiten im Bedienungsprozeß für Erwartungssysteme mit einer Bedienungsstation, Zufallsgesamtheiten im Bedienungsprozeß für Erwartungssysteme mit mehreren Bedienungstationen und Zufallsgesamtheiten im Ablehnungsprozeß.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

MECANICĂ

C.Z.: 531.4

STUDIU COMPARATIV ȘI ALGORITM DE CALCUL AL DEPLASĂRILOR ÎNTR-UN CILINDRU DE LUNGIME INFINITĂ SOLICITAT DE UN CÎMP DE TEMPERATURI AXIAL SIMETRIC

ION ROȘCA*

În lucrare se prezintă un algoritm de calcul al deplasărilor într-un cilindru de lungime infinită solicitat de un cîmp de temperaturi axial-simetric. Metoda folosită este metoda eliminărilor succesive. Soluțiile obținute prin algoritmul propus sînt comparate cu cele date de metoda analitică și se exemplifică rapiditatea convergenței pe un caz concret.

Notații

u — deplasarea unui punct M în direcția radială;
r — raza punctului M;
t — temperatura punctului M;
α — coeficientul de dilatare liniară;
μ — coeficientul lui Poisson;
a — raza interioară a cilindrului;
b — raza exterioară a cilindrului;
T — variația maximă a temperaturii ($t_{int} - t_{ext}$).

Considerațiuni generale

Datorită complexității problemelor de termoelasticitate nu este, în general, posibil un studiu strict din punct de vedere matematic. Cu ajutorul schemelor cu diferențe finite, calculatoarele numerice permit să se calculeze aproximativ soluțiile acestor probleme foarte complexe și care sînt dificil de abordat prin alte metode. Convingerea că soluțiile obținute sînt corecte se obține prin adoptarea aceleiași scheme de calcul pentru rezolvarea cîtorva probleme ale căror soluții exacte sînt cunoscute anticipat, prin compararea rezultatului calculelor cu datele experimentale în gama parametrilor pentru care experiența este posibilă sau prin compararea rezultatelor obținute cu mai multe metode ce nu pot fi considerate stricte din punct de vedere matematic.

Manuscris predat redacției la data de 5 noiembrie 1979
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Mecanică

Plecînd de la aceste considerente şi ţinînd seama de construcţia schemelor de calcul cu diferenţe finite pentru probleme model riguros analizate [1] în lucrarea de faţă se prezintă un algoritm de calcul al deplasărilor într-un cilindru de lungime infinită solicitat de un cîmp de temperaturi axial-simetric. Scopul lucrării este de a pregăti o metodă de calcul al deplasărilor şi tensiunilor termice pentru cilindri şi alte organe de maşini solicitate de cîmpuri de temperaturi oarecare.

În continuare rezultatele obţinute cu ajutorul algoritmului propus vor fi comparate, pe un caz concret, cu cele obţinute prin metoda analitică cunoscută pentru calculul deplasărilor într-un cilindru de lungime infinită.

Algoritm de calcul

Pentru un cilindru de lungime infinită respectiv pentru un cilindru suficient de lung şi în regiuni suficient de depărtate de extremităţile cilindrului, supus la un cîmp de temperaturi axial-simetric, ecuaţia diferenţială a deplasărilor este [2]

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}r^2}+\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}-\frac{u}{r^2}=\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} \tag{1}$$

Soluţia analitică, bine cunoscută, a acestei ecuaţii este :

$$u=\frac{1}{r}\frac{1+\mu}{1-\mu}\int_a^r \alpha t(r)\mathrm{d}r + C_1 r + \frac{1}{r}C_2 \tag{2}$$

Constantele C_1 şi C_2 se determină din condiţiile la limită ale problemei şi anume tensiuni normale nule pe suprafaţa cilindrului ($\sigma_r = 0$.)

Soluţia numerică a ecuaţiei (1) prin metoda diferenţelor finite, se obţine rezolvînd ecuaţia cu diferenţe obţinută din ecuaţia (1), adică (conform anexei) :

$$a_n u_{n-1} + b_n u_n + C_n u_{n+1} = f_n, \qquad n = 1, 2, \ldots, N-1 \tag{3}$$

cu :

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{h^2}\left(1-\frac{1}{r_n}\frac{h}{2}\right) = a_n(r) \\ b_n &= -\frac{1}{h^2}\left(2+\frac{1}{r_n^2}h^2\right) = b_n(r) \\ c_n &= \frac{1}{h^2}\left(1+\frac{1}{r_n}\frac{h}{2}\right) = c_n(r) \\ f_n &= \frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha\frac{t_{n+1}-t_{n-1}}{2h} = f_n(r) \end{aligned} \tag{4}$$

La aceste $N-1$ ecuații corespunzătoare nodurilor interioare ale rețelei segment [1] se mai adaugă două ecuații corespunzătoare marginilor segmentului și care rezultă din condițiile la limită ($\sigma_r = 0$).

Conform anexei, avem :

$$a_0^* u_0 + b_1^* u_1 + c_2^* u_2 = f_0^* \tag{5}$$

pentru $n = 0$

cu :

$$a_0^* = -\frac{3(1-\mu)}{2h} + \frac{\mu}{r_0} = a_0^*(r)$$

$$b_1^* = \frac{2(1-\mu)}{h}, \quad c_2^* = -\frac{1-\mu}{2h} \tag{6}$$

$$f_0^* = (1+\mu)\alpha t_0 - \mu\varepsilon_z$$

și :

$$a_{N-2}^* u_{N-2} + b_{N-1}^* u_{N-1} + c_N^* u_N = f_N^* \tag{7}$$

pentru $n = N$

cu :

$$a_{N-2}^* = \frac{1-\mu}{2h}, \quad b_{N-1}^* = -\frac{2(1-\mu)}{h}$$

$$c_N^* = \frac{3(1-\mu)}{2h} + \frac{\mu}{r_N} = c_N(r), \quad f_N^* = (1+\mu)\alpha t_N - \mu\varepsilon \tag{8}$$

Pentru rezolvarea celor $N+1$ ecuații (3), (5), (7) utilizăm metoda eliminărilor succesive [1]. Considerăm ecuația (5) și ecuația corespunzătoare pentru $n = 1$ în (3) :

$$\begin{aligned} a_0^* u_0 + b_1^* u_1 + c_2^* u_2 &= f_0^* \\ a_1 u_0 + b_1 u_1 + C_1 u_2 &= f_1 \end{aligned} \tag{9}$$

După eliminarea lui u_0, obținem :

$$u_1 = L_{3/2} u_2 + K_{3/2} \tag{10}$$

unde :

$$L_{3/2} = \frac{a_0^* c_1 - a_1 c_2^*}{a_1 b_1^* - a_0^* b_1}, \quad K_{3/2} = \frac{a_1 f_0^* - a_0^* f_1}{a_1 b_1^* - a_0^* b_1} \tag{11}$$

Continuînd cu eliminarea pentru sistemul de ecuații (3), obținem analog :

$$u_n = L_{n+1/2}\, u_{n+1} + K_{n+1/2} \quad (0 < n < N) \tag{12}$$

unde, coeficienţii obţinuţi în procesul eliminării se calculează cu formulele de recurenţă :

$$\left.\begin{aligned} L_{n+1/2} &= -\frac{c_n}{b_n + a_n L_{n-1/2}} \\ K_{n+1/2} &= \frac{f_n - a_n K_{n-1/2}}{b_n + a_n L_{n-1/2}} \end{aligned}\right\} \quad 1 < n < N \tag{13}$$

Evident pentru $n = 1$ coeficienţii se calculează cu formulele (11).

Considerăm ultimele două relaţii obţinute prin acest procedeu, precum şi ecuaţia (7) :

$$\begin{aligned} u_{N-2} &= L_{N-3/2}\, u_{N-1} + K_{N-3/2} \\ u_{N-1} &= L_{N-1/2}\, u_N + K_{N-1/2} \\ a^*_{N-2}\, u_{N-2} &+ b^*_{N-1} u_{N-1} + c^*_N u_N = f^*_N \end{aligned} \tag{14}$$

Din sistemul (14) calculăm u_N :

$$u_N = \frac{f^*_N - b^*_{N-1} K_{N-1/2} - a^*_{N-2} K_{N-3/2} - a^*_{N-2} L_{N-3/2} K_{N-1/2}}{c^*_N + b^*_{N-1} L_{N-1/2} + a^*_{N-2} L_{N-1/2} L_{N-3/2}} \tag{15}$$

Întrucît u_N este cunoscut acum se pot calcula succesiv u_{N-1}, $u_{N-2}, \ldots,$ $\ldots, u_1$ cu formula (12) în care $n = N - 1, N - 2, \ldots, 1$.

Ultima necunoscută u_0, rezultă din ecuaţia (5) şi anume :

$$u_0 = \frac{1}{a^*_0}(f^*_0 - b^*_1 u_1 - c^*_2 u_2) \tag{16}$$

Din analiza condiţiilor de consistenţă a problemei (3), (5), (7) rezultă că, în cazul nostru, aceste condiţii sînt îndeplinite [1]; calculele respective nu le mai prezentăm din economie de spaţiu. Din aplicaţia numerică dată în lucrare se poate vedea convergenţa rapidă a soluţiilor aproximative către soluţia analitică exactă la creşterea numărului de paşi, fapt demn de remarcat întrucît încercările autorului de a rezolva aceeaşi problemă cu alte metode iterative (de exemplu : metoda relaxării, metoda perturbaţiilor) au arătat că nu întotdeauna metodele aproximative sînt convergente.

Organigrama

Pentru rezolvarea efectivă a problemei s-a alcătuit un program de calcul a cărui organigramă este dată în fig. 1.

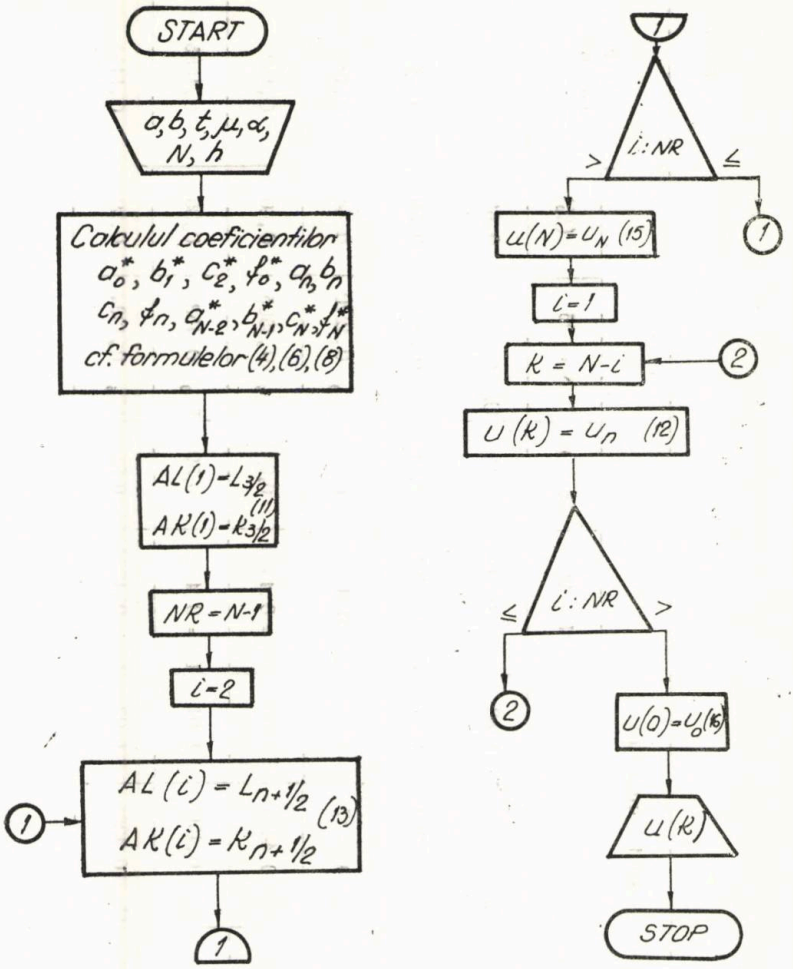


Fig. 1

Aplicație numerică

Considerăm următoarele date : $a = 0{,}7$; $b = 1$ (a și b sînt valori adimensionale : $a = r_{int}/r_{ext}$, $b = r_{ext}/r_{ext} = 1$) ; $\mu = 0{,}3$; $\alpha = 1$; $T = 1$ (temperaturile sînt raportate la diferența maximă de temperaturi $T = t_{int} - t_{ext}$, deci sînt în valori adimensionale).

Cu aceste valori se efectuează calculele pentru un număr diferit de pași (diverși N). Rezultatele calculelor și compararea lor cu soluția analitică (2), apar în tabela 1.

Am notat cu ε eroarea relativă :

$$\varepsilon(\%) = \frac{u_{i_{analitic}} - u_{i_{numeric}}}{u_{i_{analitic}}} + 100\,\% \qquad (17)$$

Tabelul 1

Soluţii numerice										Soluţie analitică
N = 5	ε(%)	N = 10	ε(%)	N = 15	ε(%)	N = 20	ε(%)	N = 25	ε(%)	
$U_0 = 0,2709$	12,24	$U_0 = 0,2966$	3,92	$U_0 = 0,3029$	1,88	$U_0 = 0,3053$	1,10	$U_0 = 0,3066$	0,68	0,3087
$U_1 = 0,3473$	9,16	$U_2 = 0,3710$	2,96	$U_3 = 0,3769$	1,41	$U_4 = 0,3791$	0,84	$U_5 = 0,3804$	0,50	0,3828
$U_2 = 0,3962$	7,62	$U_4 = 0,4183$	2,47	$U_5 = 0,4237$	1,21	$U_8 = 0,4259$	0,70	$U_{10} = 0,4270$	0,44	0,4289
$U_3 = 0,4216$	6,79	$U_6 = 0,4422$	2,23	$U_9 = 0,4474$	1,08	$U_{12} = 0,4494$	0,64	$U_{15} = 0,4505$	0,40	0,4523
$U_4 = 0,4266$	6,34	$U_8 = 0,4460$	2,09	$U_{12} = 0,4508$	1,01	$U_{16} = 0,4528$	0,59	$U_{20} = 0,4539$	0,35	0,4555
$U_5 = 0,4136$	6,23	$U_{10} = 0,4319$	2,09	$U_{15} = 0,4366$	1,02	$U_{20} = 0,4384$	0,61	$U_{25} = 0,4394$	0,39	0,4411

Anexă

Derivata de ordinul întîi se înlocuieşte prin relaţia cu diferenţe :

$$\frac{du}{dr} = \frac{u(r+h) - u(r-h)}{2h}$$

Derivata de ordinul doi se înlocuieşte prin relaţia cu diferenţe :

$$\frac{d^2u}{dr^2} = \frac{u(r+h) - 2u(r) + u(r-h)}{h^2}$$

Pasul h este constant şi avem evident :

$$h = (b-a)/N$$

unde N este numărul de intervale în care este împărţit segmentul $(b-a)$, numărul de noduri fiind $N+1$ (primul nod are indicele zero). Nodului n îi corespunde deplasarea $u(r)$, de aceea notăm $u(r) = u_n$ pentru $n = 0, 1, 2, \ldots, N$.

Ecuaţia (1) devine :

$$\frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{h^2} + \frac{1}{r_n}\frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2h} - \frac{u_n}{r_n^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha\frac{t_{n+1} - t_{n-1}}{2h}$$

de unde rezultă ecuaţia (3) cu notaţiile (4).

Pentru nodul $n = 0$ utilizăm formula de interpolare la dreapta pentru exprimarea derivatei de ordinul întîi :

$$\frac{du}{dr} = \frac{-3u(r) + 4u(r+h) - u(r+2h)}{2h}$$

iar pentru nodulul n = N utilizăm formula de interpolare la stînga :

$$\frac{du}{dr} = \frac{3u(r) - 4u(r-h) + u(r-2h)}{2h}$$

Expresia tensiunii normale este [2] :

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[(1-\mu)\frac{du}{dr} + \mu\frac{u}{r} + \mu\varepsilon_z - (1+\mu)\alpha t(r)\right]$$

unde ε_z = constant şi se obţine din condiţia ca forţa axială aplicată la extremităţile cilindrului să fie nulă. Conform [2] avem :

$$\varepsilon_z = \frac{2}{b^2 - a^2}\int_a^b \alpha t(r)\, r dr$$

Prin înlocuirea expresiilor derivatelor din formulele de interpolare la dreapta şi la stînga în condiţia $\tau_r = 0$, obţinem respectiv :

$$(1 - \mu)\frac{-3u_0 + 4u_1 - u_2}{2h} + \mu\frac{u_0}{r_0} = (1 + \mu)\alpha t_0 - \mu\varepsilon_z$$

pentru $n = 0$

şi :

$$(1 - \mu)\frac{3u_N - 4u_{N-1} + u_{N-2}}{2h} + \mu\frac{u_N}{r_N} = (1 + \mu)\alpha t_N - \mu\varepsilon_z$$

pentru $n = N$

Aceste ecuaţii conduc la ecuaţii le (5) şi (7) cu notaţiile (6) şi (8) respectiv.

Pentru calculul efectiv se consideră în (2) şi în expresia lui ε_z o variaţie a temperaturii după o lege logaritmică :

$$t(r) = \frac{T}{\ln K}\ln\rho$$

unde :

$$K = \frac{a}{b},\quad \rho = \frac{r}{b}$$

BIBLIOGRAFIE

[1] *Godunov, S.K., Reabenki, V.S.*, Scheme de calcul cu diferenţe finite, Bucureşti, Editura tehnică, 1977.

[2] *Ponomariov, S.D.*, Calculul de rezistenţă în construcţia de maşini, vol. II, Editura tehnică Bucureşti, 1963.

L'étude comparative et l'algorithme de calcul des déplacements dans un cylindre infini sollicité d'un champ thérmique axial-symétrique

Dans l'ouvrage l'auteur présente un algorithme de calcul des déplacements dans un cylindre infinit sollicité d'un champ thermique axial-symétrique. La méthode utilisée c'est la méthode des éliminations succesives. Les solutions obtenues par l'utilisation de l'algorithme sont comparées avec celles données par la méthode analytique et on remarque la rapidité de la convergence sur un cas concret.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.:539.6

ETUDE DU CHOC PAR DES MÉTHODES ÉNERGÉTIQUES

ȘTEFAN STAICU *

L'article expose des méthodes énergétiques pour l'étude du choc d'un système de points matériels à plusieurs degrés de liberté.

On démontre le théorème de l'énergie cinétique par rapport au centre des masses. Ce théorème servira à l'étude du choc du système matériel en mouvement autour de son centre de gravité.

Par la suite on obtient les équations de Lagrange dans le cas du phénomène du choc, en introduisant la notion de percution généralisée.

En partant de ces relations, on donne comme application les équations du choc du solide libre en mouvement général.

On considère un système de points matériels $A_1, A_2, \cdots, A_n$ de masses $m_1, m_2, \cdots$, respectivement m_n, se heurtant dans un intervalle de temps très court $\delta t = t'' - t'$. Sur chaque point matériel A_i agit la force percutante $\vec{F}_i$ donnée par la résultante de toutes les forces percutantes extérieures passant par ce point et les forces percutantes intérieures $\vec{F}_{ij}$ provenant du choc du point A_i avec les autres points du système.

L'étude du choc du système pourrait être effectué en appliquant les théorèmes généraux pour le phénomène du choc.

Dans ce qui suit on va montrer que ces phénomènes pourront prendre des solutions intéressantes en utilisant certaines méthodes énergétiques.

I. Théorème de l'énergie cinétique par rapport au centre des masses

Ce théorème sert à l'étude du choc d'un système matériel se trouvant en mouvement autour de son centre des masses. En l'appliquant on peut déterminer, pendant la durée du choc, la variation de l'énergie cinétique du système en mouvement par rapport au centre des masses C, ou bien par rapport à un trièdre dont les axes Cx', Cy', Cz', gardent leurs directions.

Ouvrage reçu à la rédaction le 6 Février 1980
* Maitre-Assistant dr. ing. Chaire de Mécanique

Tout d'abord on va démontrer un théorème analogue au second théorème de *Koenig* [2]. Ce théorème établira une relation entre l'énergie cinétique des vitesses perdues du mouvement du système matériel par rapport à un référentiel fixe et l'énergie cinétique correspondante du mouvement autour du centre des masses.

Compte tenu de la relation cinématique entre la vitesse $\vec{v}_i$ d'un point quelconque A_i et la vitesse $\vec{v}_c$ du centre des masses C (fig. 1)

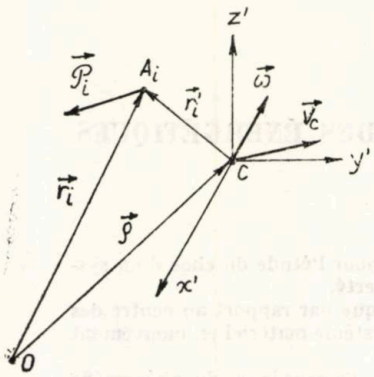


Fig. 1

$$\vec{v}_i = \vec{v}_c + \vec{\omega} \wedge \vec{r}_i', \tag{1}$$

l'expression de l'énergie cinétique des vitesses perdues deviendra

$$E_0 = \Sigma \frac{1}{2} m_i(\vec{v}_i'' - \vec{v}_i')^2 = \Sigma \frac{1}{2} m_i[\vec{v}_c'' - \vec{v}_c' + (\vec{\omega}'' - \vec{\omega}') \wedge \vec{r}_i']^2 =$$

$$= \frac{1}{2}(\Sigma m_i)(\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')^2 + \Sigma m_i(\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')[(\vec{\omega}'' - \vec{\omega}') \wedge \vec{r}_i'] + \frac{1}{2}\Sigma m_i(\vec{\omega}'' \wedge r_i' - \vec{\omega}' \wedge \vec{r}_i)^2 = \frac{1}{2} M(\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')^2 + (\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')[(\vec{\omega}'' - \vec{\omega}') \wedge (\Sigma m_i \vec{r}_i')] +$$

$$+ \frac{1}{2}\Sigma m_i(\vec{\omega}'' \wedge \vec{r}_i' - \vec{\omega}' \wedge \vec{r}_i')^2. \tag{2}$$

Puisque le moment statique du système matériel est égal à zéro par rapport au point C, le second terme sera

$$(\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')[(\vec{\omega}'' - \vec{\omega}') \wedge \Sigma m_i \vec{r}_i'] = M(\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')[(\vec{\omega}'' - \vec{\omega}') \wedge \vec{\rho}'] = 0 \tag{3}$$

Dans ces conditions, la relation (2) deviendra

$$E_0 = \frac{1}{2} M(\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')^2 + \Sigma \frac{1}{2} m_i (\vec{\omega}'' \wedge \vec{r}_i' - \vec{\omega}' \wedge \vec{r}_i')^2. \tag{4}$$

En notant par

$$E_{0C} = \Sigma \frac{1}{2} m_i(\vec{\omega}'' \wedge \vec{r}_i' - \vec{\omega}' \wedge \vec{r}_i')^2 \tag{5}$$

l'énergie cinétique des vitesses perdues du mouvement du système autour du centre des masses C, la relation (4) prend la forme

$$E_{0C} = E_{0C} + \frac{1}{2} + M(\vec{v}_c'' - \vec{v}_c')^2. \tag{6}$$

Le théorème démontré ci — dessus aura l'énoncé : *l'énergie cinétique des vitesses perdues du mouvement d'un système materiel par rapport à un référentiel fixe est égale à l'énergie cinétique des vitesses perdues du mouvement autour du centre des masses augmentée de l'énergie cinétique de la vitesse perdue par ce point où l'on suppose concentrée la masse totale du système.*

Afin de démontrer le théorème de l'énergie cinétique par rapport au centre des masses on part de la relation (6) ; on aura

$$E_c'' - E_c' + E_{0C} = E'' - E' + E_0 - \frac{1}{2} M(\vec{v}_c''^2 - \vec{v}_c'^2) - \frac{1}{2} M(v_c'' - v_c')^2. \tag{7}$$

En tenant compte du théorème de la quantité de mouvement

$$\vec{H}'' - \vec{H}' = \Sigma \vec{P}_i. \tag{8}$$

et du théorème de l'énergie cinétique [2] du mouvement par rapport à un repère fixe :

$$E'' - E' + E_0 = \Sigma \vec{P}_i \vec{v}_i'' + \Sigma \Sigma \vec{P}_{ij} \vec{v}_i'', \tag{9}$$

la relation (7) deviendra

$$E_c'' - E_c' + E_{0C} = \Sigma \vec{P}_i \vec{v}_i'' + \Sigma \Sigma \vec{P}_{ij} \vec{v}_i'' - (\Sigma \vec{P}_i) \vec{v}_c'' =$$

$$= \Sigma \vec{P}_i (\vec{v}_i'' - \vec{v}_c'') + \Sigma \Sigma \vec{P}_{ij} \vec{v}_i'', \tag{10}$$

où

$$\vec{P}_i = \int_{t'}^{t''} \vec{F}_i \, dt, \quad \vec{P}_{ij} = \int_{t'}^{t''} \vec{F}_{ij} \, dt \tag{11}$$

représentent la percution extérieure et respectivement les percutions intérieures agissant sur le point matériel A_i.

En utilisant la relation (1), l'expression (10) prend finalement la forme

$$E_c'' - E_c' + E_{0C} = \Sigma \vec{P}_i (\vec{\omega}'' \wedge \vec{r}_i') + \Sigma \Sigma \vec{P}_{ij} (\vec{\omega}'' \wedge \vec{r}_i'). \tag{12}$$

Cette relation constitue l'expression mathématique du théorème de l'énergie cinétique par rapport au centre des masses s'exprimant par l'énoncé : *la somme de la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel et de l'énergie cinétique des vitesses perdues du mouvement autour du centre des masses, pendant la durée du choc, est égale à la somme des produits scalaires des percutations agissant sur les points matériels par les vitesses finales de ces points en mouvement autour du centre des masses.*

Remarques.

a). D'une manière pareille on peut obtenir une forme analogue du théorème de l'énergie cinétique par rapport au centre des masses :

$$E_c'' - E_c' - E_{0C} = \Sigma\vec{P}_i(\vec{\omega}' \wedge \vec{r}_i') + \Sigma\Sigma\vec{P}_{ij}(\vec{\omega}' \wedge \vec{r}_i'). \tag{13}$$

b). Par l'addition et puis par la soustraction des relations (12) et (13), on obtiendra les expressions analogues du théorème de *Kelvin* [1] dans le cas des collisions :

$$E_c'' - E_c' = \frac{1}{2}\Sigma\vec{P}_i[(\vec{\omega}'' + \vec{\omega}') \wedge \vec{r}_i'] + \frac{1}{2}\Sigma\Sigma\vec{P}_{ij}[(\vec{\omega}'' + \vec{\omega}') \wedge \vec{r}_i'] \tag{14a}$$

$$E_{0C} = \frac{1}{2}\Sigma\vec{P}_i[(\vec{\omega}'' - \vec{\omega}') \wedge \vec{r}_i'] + \frac{1}{2}\Sigma\Sigma\vec{P}_{ij}[(\vec{\omega}'' - \vec{\omega}') \wedge \vec{r}_i']. \tag{14b}$$

c). Le théorème de l'énergie cinétique par rapport au centre des masses ainsi que le théorème de *Kelvin* (14 a), appliqués dans le cas du choc du solide libre, constituent deux relations scalaires contenant les inconnues ω_x'', ω_y'', ω_z'' (fig. 2).

En suite on va montrer que ces relations représentant, au fond, des conséquences du théorème du moment cinétique par rapport au centre des masses [2].

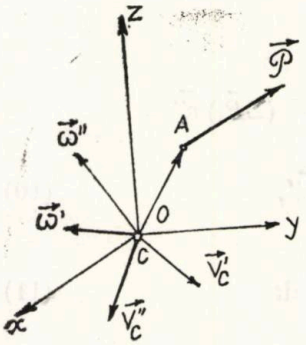


Fig. 2

Ecrivons le théorème de l'énergie cinétique (12) :

$$E_{0C} - \delta E_C = \vec{P}(\vec{\omega}'' \wedge \vec{CA}), \tag{15}$$

où

$$E_C = E_c' - E_c'' = \frac{1}{2}(J_1\omega_x'^2 + J_2\omega_y'^2 + J_3\omega_z'^2) -$$

$$- \frac{1}{2}(J_1\omega_x''^2 + J_2\omega_y''^2 + J_3\omega_z''^2) \tag{16 a}$$

$$E_{0C} = \frac{1}{2}(J_1\omega_x'^2 + J_2\omega_y'^2 + J_3\omega_z'^2) + \frac{1}{2}(J_1\omega_x''^2 + J_2\omega_y''^2 + J_3\omega_z''^2) -$$

$$- J_1\omega_x'\omega_x'' - J_2\omega_y'\omega_y'' - J_3\omega_z'\omega_z'', \tag{16 b}$$

J_1, J_2, J_3 — moments principaux et centraux d'inertie du solide.

En faisant les calculs on obtient

$$\vec{\omega}'' \cdot (\vec{K}_c'' - \vec{K}_c' - \vec{CA} \wedge \vec{P}) = 0 \tag{17}$$

ou bien

$$[J_1(\omega_x'' - \omega_x') - (yP_z - zP_y)]\omega_x'' + [J_2(\omega_y'' - \omega_y') - (zP_x - xP_z)]\omega_y'' +$$

$$+ [J_3(\omega_z'' - \omega_z') - (xP_y - yP_x)]\omega_z'' = 0. \tag{18}$$

Puisque les paramètres cinématiques du mouvement du solide autour du centre de gravité ω_x'', ω_y'', ω_z'' juste après le choc, sont bien indépendants entre eux, la relation précédente devrait être satisfaite par les solutions

$$\left.\begin{aligned} J_1(\omega_x'' - \omega_x') - (yP_z - zP_y) &= 0 \\ J_2(\omega_y'' - \omega_y') - (zP_x - xP_z) &= 0 \\ J_3(\omega_z'' - \omega_z') - (xP_y - yP_x) &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

représentant justement les équations générales du choc du solide en mouvement autour de son centre de gravité.

L'application du théorème de *Kelvin* sous la forme (14 a), nous donne :

$$\vec{\omega}'' \cdot \vec{K}_c'' - \vec{\omega}' \cdot \vec{K}_c' = (\vec{\omega}' + \vec{\omega}'') \cdot (\vec{CA} \wedge \vec{P}), \tag{20}$$

où on va ajouter le terme : $\vec{\omega}' \vec{K}_c'' - \vec{\omega}'' \vec{K}_c'$, pour obtenir la relation :

$$(\omega' + \omega'') \cdot (\vec{K}_c'' - \vec{K}_c' - \vec{CA} \wedge \vec{P}) = 0. \tag{21}$$

Celle-ci conduit, évidemment, aux mêmes équations (19).

II. Equations de Langrange dans le cas du choc

Soit un système matériel formé par n points dont les positions sont définies, à un instant donné, par h paramètres scalaires indépendants $q_1, q_2, \cdots, q_k, \cdots, q_h$ appelés coordonnées généralisées, tel que $h \leqslant 3n$; le système aura h degrés de liberté.

En supposant que, durant le choc, les points matériels gardent leurs position par rapport à un référentiel fixe, les vecteurs de positions de ces points seront définis par :

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1, q_2, \cdots, q_h), \tag{22}$$

tout comme dans le cas des liaisons scléronômes.

Dans ce qui suit on va déterminer les équations générales du choc du système matériel, soumis à l'action des forces percutantes extérieures $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \cdots, \vec{F}_n$. Puisque les liaisons sont supposées idéales, rigides et persistantes, les percutions intérieures seront par conséquent éliminées des calculs.

Pour cela *on partira du théorème de l'énergie cinétique du* mouvement du système par rapport à un repère fixe, ecrit *dans le cas des collisions* :

$$E'' - E' + E_0 = \Sigma \vec{P}_i \vec{v}_i'', \tag{23}$$

où on introduit

$$\left.\begin{aligned} E' &= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i'^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \left(\sum_{k=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k' \right)^2 \\ E'' &= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i''^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \left(\sum_{k=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k'' \right)^2 \\ E_0 &= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_i'' - \vec{v}_i')^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \left[\sum_{k=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} (\dot{q}_k'' - \dot{q}_k') \right]^2 . \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

On transforme le premier membre de (23)

$$E'' - E' + E_0 = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{k=1}^{h} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k'' \right)^2 - \sum_{i=1}^{n} m_i \sum_{k=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k'' \left(\sum_{i=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k' \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{h} \left[\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k'' \right) \right] \dot{q}_k'' - \sum_{k=1}^{h} \left[\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \left(\sum_{k=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k' \right) \right] \dot{q}_k'' =$$

$$= \sum_{k=1}^{h} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k} \right)'' \dot{q}_k'' - \sum_{k=1}^{h} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k} \right)' \dot{q}_k'', \tag{25}$$

et puis le second :

$$\sum_{i=1}^{n} P_i v_i'' = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i \sum_{k=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k'' = \sum_{k=1}^{h} \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \right) \dot{q}_k'' = \sum_{k=1}^{h} \Pi_k \dot{q}_k''. \tag{26}$$

Les expressions

$$\Pi_k = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k}, \quad (k = 1, 2, \cdots, h), \tag{27}$$

auront les dimensions d'une percution et du moment d'une percution à condition que les grandeurs q_k soient représentées par des longuers et respectivement des angles.

Ces expressions $\Pi_1, \Pi_2, \cdots, \Pi_k$ représentent les composantes d'une percution appliquée au point fictif se déplacent dans l'espace des configurations de *Lagrange;* elles seront appelées *percutions généralisées.*

Avec ces notations la relation (23) deviendra

$$\sum_{k=1}^{h}\left[\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k}\right)'' - \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k}\right)' - \Pi_k\right]\cdot \dot{q}_k'' = 0. \tag{28}$$

Les paramètres $q_1, q_2, \cdots, q_h$ ainsi que les vitesses généralisées $\dot{q}_1'', \dot{q}_2'', \cdots, \dot{q}_h''$ étant bien indépendants, l'expression (28) conduit aux relations

$$\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k}\right)'' - \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k}\right)' = \Pi_k, \ (k = 1, 2, \cdots, h), \tag{29}$$

appelées *équations de Lagrange dans le cas du choc.* Auparavant ces équations ont été obtenues [1] par une voie différente.

Remarques.

a) Dans le cas où les liaisons intérieures ne sont ni rigides, ni persistantes, le terme $\sum\sum_{i<j} \vec{P}_i \vec{v}_i''$ est different de zéro :

$$\sum\sum_{i<j} \vec{P}_{ij} \vec{v}_i'' = \sum\sum_{i<j} \vec{P}_{ij} \sum_{k=1}^{h} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \dot{q}_k'' = \sum_{k=1}^{h}\left(\sum\sum_{i<j} \vec{P}_{ij} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k}\right)\dot{q}_k'' =$$

$$= \sum_{k=1}^{h} \Pi_k^* \dot{q}_k'', \tag{30}$$

où

$$\Pi_k^* = \sum\sum_{i<j} \vec{P}_{ij} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k}, \ (k = 1, 2, \cdots, h). \tag{31}$$

b) Comme application des équations de *Lagrange*, on peut obtenir les équations générales du choc du solide libre (fig. 2). A cet effet, on introduit l'expression de l'énergie cinétique

$$E = \frac{1}{2} M (v_{cx}^2 + v_{cy}^2 + v_{cz}^2) + \frac{1}{2}(J_1\omega_x^2 + J_2\omega_y^2 + J_3\omega_z^2), \tag{32}$$

et on dérive successivement par rapport aux vitesses $\dot{q}_1 = v_{cx}$, $\dot{q}_2 = v_{cy}$, $\dot{q}_3 = v_{cz}$, $\dot{q}_4 = \omega_x$. $\dot{q}_5 = \omega_y$, $\dot{q}_6 = \omega_z$; on obtient les relations (19) et encore

$$M(v''_{cx} - v'_{cx}) = P_x,\ M(v''_{cy} - v'_{cy}) = P_y,\ M\,(v''_{cz} - v'_{cz}) = P_z, \tag{33}$$

c'est-à-dire, justement, les équations du choc du solide libre.

BIBLIOGRAPHIE

1. *W. Kecs, P. P. Teodorescu,* Aplicaţii ale teoriei distribuţiilor în mecanică. Edit. Acad., 1970.
2. *Şt. Staicu,* Mecanica. Dinamica şi elemente de Mecanica fluidelor. Litografia Institutului Politehnic Bucureşti, 1973.

Studiul ciocnirii prin metode energetice

Lucrarea prezintă cîteva metode energetice pentru studiul ciocnirii unui sistem de puncte materiale cu mai multe grade de libertate. Astfel se demonstrează teorema energiei cinetice faţă de centrul maselor care serveşte pentru studiul ciocnirii sistemului material, în mişcarea sa în jurul centrului maselor.

În continuare se deduc ecuaţiile lui Lagrange în cazul fenomenului de ciocnire, introducîndu-se noţiunea de percuţie generalizată. Ca aplicaţie, pornind de la aceste relaţii, se deduc ecuaţiile cionirii solidului liber în mişcarea generală.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

c. z.: 531. 43
621. 891 /.899

CONTRIBUȚII LA STUDIUL COEFICIENTULUI DE FRECARE LA MIȘCAREA RECTILINIE ALTERNATIVĂ

V.I. KOMENDANT, V. V. AJDER *

Se prezintă cercetarea frecării și acțiunii uleiului la mișcarea rectilinie alternativă de alunecare în dependență de viteză, sarcină, temperatură și geometria contactului prin intermediul coeficientului de frecare. Se evidențiază existența frecării limită la capetele cursei și modificarea regimului de ungere în limitele ei.

Multe din cuplele de frecare cu mișcare rectilinie alternativă de tip segment-cilindru își îndeplinesc funcțiile lor de lucru în prezența uleiului; de aceasta depinde fiabilitatea și durabilitatea cuplei de frecare.

De aceea în ultimul timp, paralel cu cuplele de frecare cu rostogolire și alunecare, cupla de tip segment-cilindru este obiect de cercetări.

Există unele lucrări în care se studiază lubrificarea cuplelor de tip segment-cilindru, însă multe din particularitățile procesului de ungere și legitățile frecării în condițiile mișcării rectilinii alternative sînt puțin studiate, datorită complexității fenomenelor mai ales inaccesibilității măsurării diferiților parametri.

Scopul acestei lucrări este cercetarea frecării și acțiunii uleiului la mișcarea rectilinie alternativă de alunecare în dependență de viteza, sarcina, temperatura și geometria contactului prin intermediul coeficientului de frecare.

În procesul de cercetare s-a studiat caracterul schimbării forței de frecare, rezistența electrică de contact în limitele unei curse, temperatura din apropierea zonei de contact, pe baza cărora se apreciază starea filmului de ulei din zona de frecare.

Experiențele au fost efectuate la Institutul Politehnic din Chișinău (URSS) pe un stand care modelează cupla de frecare segment-cilindru.

Schema de principiu a acestui stand este prezentată în fig. 1. Epruveta mobilă (1) de forma unei plăci se fixează pe o plachetă de metal (2) care la rîndul ei este atașată pe o placă de azbociment (4) și împreună cu semicilindrul (5) efectuează mișcarea rectilinie alternativă. Epruveta superioară fixă (6), a cărei formă geometrică poate să fie diferită (plană,

Manuscris predat redacției la data de 15 ianuarie 1980
* Șef lucrări ing.; Conf. dr. ing. Institut Politeh. Chișinău

cilindrică, parabolică, etc.) se fixează într-o fantă a cadranului (7). Pe elementele elastice ale cadranului sînt sudați captatorii tensometrici (10) pentru înregistrarea forței de frecare pe lungimea unei curse.

Încărcarea epruvetelor se realizează cu ajutorul mecanismului cu pîrghie care conține pîrghia (9), dinamometrul ,arc și șurub. Sarcina de contact este controlată cu ajutorul indicatorului dinamometrului și se transmite la epruveta (6) de la pîrghia (9) prin suportul (11).

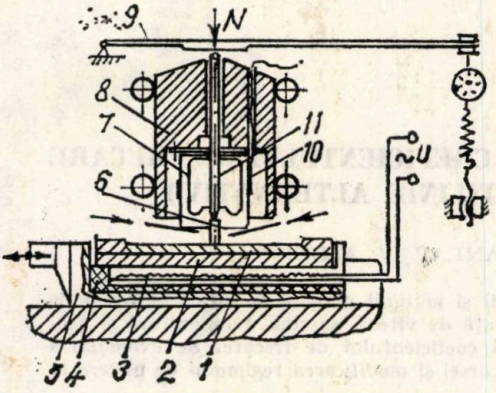


Fig. 1. Schema de principiu a standului cumiș care rectilinie alternativă : săgețile indică injecția uleiului.

Încălzirea zonei de contact este efectuată de elementul termic (3). Epruveta mobilă este făcută din oțel cementat — călit cu duritatea la suprafața de frecare pînă la HRC = 50—60 și cea superioară din oțel călit 65 G (Gost). (HRC = 50—55). Au fost cercetate două tipuri de contacte : plan pe plan și cilindru pe plan.

Epruvetele au fost lubrifiate cu ulei M 10 G (TU 38—1—211—68).

Pentru evaluarea forței de frecare înainte de încercare se etalonează cadranul elastic.

În calitate de caracteristică a procesului de frecare a fost luată media coeficienților de frecare în zonele reversibile, respectiv la plecare din punctul mort și la apropiere de punctul mort și în zona medie a cursei (viteza de alunecare maximă).

Temperatura s-a măsurat cu ajutorul termocuplei montată la o depărtare de 0,3 mm de suprafața de frecare a epruvetei fixe. Rezistența electrică de contact s-a măsurat după metodica (1).

În cazul cercetării influenței vitezei de alunecare, a sarcinii, a microgeometriei și geometriei contactului asupra coeficientului de frecare, încărcarea a fost efectuată de scurtă durată (40—50 sec.), pentru reducerea substanțială a temperaturii epruvetelor și păstrarea rugozității inițiale. După fiecare treaptă de încărcare s-a analizat starea suprafețelor de contact.

Pentru mișcarea rectilinie alternativă, după cum a fost stabilit în lucrarea [2] deosebit este caracterul complex de schimbare a forței de frecare în timpul unei curse, care este determinat în special de regimul de ungere.

Astfel în fig. 2 sînt reprezentate oscilogramele tipice ale forței de frecare (1) și ale rezistenței electrice de contact (2), care arată că fiecărui regim de încercare corespunde un anumit caracter de schimbare a forței de frecare și rezistenței electrice de contact.

Pe oscilograme se pot evidenția trei zone (fig. 2 a) :

1 — îndepărtarea din punctul mort, pentru care este caracteristic creșterea bruscă a forței de frecare (F_1) ca mărime și sens, unde are loc contactul metalic, determinată fiind de rezistența electrică nulă a contactului ;

2 — alunecarea epruvetei la viteze relativ mari, pentru care este caracteristic micşorarea forţei de frecare pînă la o limită minimă (F_2) existenţa rezistenţei electrice maxime a filmului de ulei;

3 — apropierea epruvetei de punctul mort în care, caracterul de schimbare a forţei de frecare (F_2) este mai complex.

În fig. 2 a—c sînt prezentate oscilogramele pentru diferite viteze din care se observă modificarea considerabilă a forţei de frecare în limitele unei curse; se micşorează forţa de frecare în zona punctului mort şi reciproc se măreşte intervalul cursei pe care epruvetele sînt separate de filmul de ulei, determinate din oscilogramele rezistenţei electrice de contact.

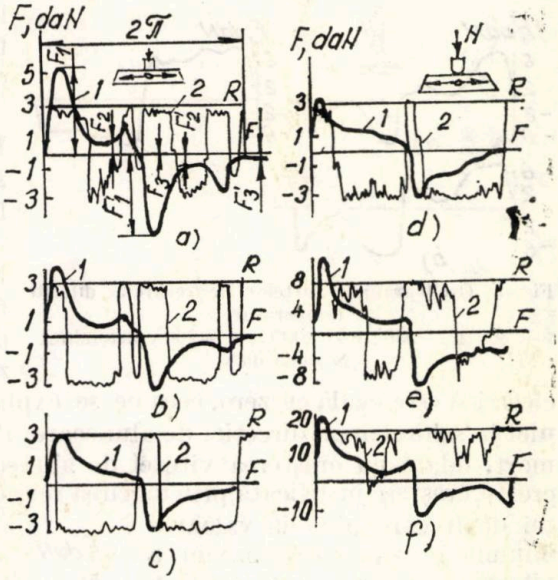


Fig. 2. Oscilogramele forţelor de frecare (F(1) şi rezistenţei electrice de contact (2). a, b, c — n=120,240 şi 400 curse/minut, N=65 daN; d, e, f—N = 102,215 şi 285 daN; n = 260 curse/minut.

Micşorarea rezistenţei electrice şi mărimea relativ mare a forţei de frecare în zona punctului mort indică distrugerea filmului de ulei.

Intervalul cursei pe care are loc distrugerea filmului de ulei, se micşorează cu creşterea vitezei. Aşa cum se vede din fig. 2 — a,b,c, la viteza de 120 curse/minut, intervalul cursei pe care se realizează frecarea fluidă (posibil hidrodinamică) este de 50 % iar la 400 curse/minut se măreşte la cca 85 %.

O caracteristică importantă pentru viteze de alunecare relativ mici, în comparaţie cu cele mari, este că în apropierea zonei punctului mort, forţa de frecare creşte şi pe urmă scade în punctul mort.

La creşterea sarcinii normale (fig. 2def) forţa de frecare creşte în zona punctului mort, iar intervalul cursei pe care epruvetele sînt separate de filmul de ulei, se micşorează şi, corespunzător se măreşte intervalul cursei pe care se observă contactul metalic al suprafeţelor de frecare. La o solicitare de 102 daN, zona de frecare fluidă (hidrodinamică) este egală cu 70 %, iar la 285 daN regimul de frecare limită are loc pe toată lungimea cursei.

O influenţă considerabilă asupra frecării şi regimului de ungere, o are temperatura de contact (fig. 3). Se observă, că la creşterea temperaturii, zona cu regim de frecare fluid, se micşorează şi dispare complet la temperaturi mai mari de 110—120°C. Aceasta se poate explica prin aceea că, odată cu creşterea temperaturii se micşorează vîscozitatea şi corespunzător, grosimea filmului de ulei.

În fig. 4 a.b., sînt prezentate oscilogramele forței de frecare (1) și ale rezistenței electrice de contact (2) în intervalul unei curse a epruvetei (fig. 1.a. — Ra = 0,63 μm și fig. 1.b. — Ra = 0,04 μm).

Din analiza oscilogramelor expuse se poate aprecia că pentru cupla cu Ra = 0,63 μm (fig. 1.a) pe toată lungimea cursei se realizează un regim limită de ungere (coeficientul de frecare 0,085—0,11 și rezistența de contact aproape de zero).

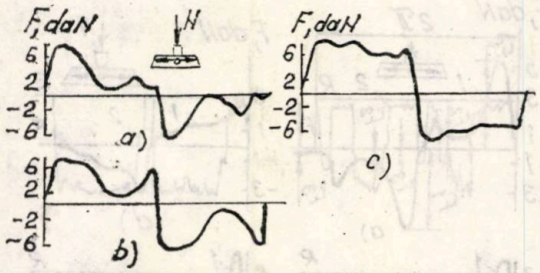


Fig. 3. Oscilogramele forțelor de frecare la diferite temperaturi :
a — 50 ; b — 130 ; c — 200°C ; n —260 curse/minut ; N = 65 daN.

Pentru cupla de rugozitate Ra = 0,04 μm (fig. 1.b) se schimbă simultan atît forța de frecare cît și rezistența electrică a filmului de ulei din contact în timpul unei curse. Forța de frecare are valoare mai mare la pornirea din punctul mort. În zona acestui punct, rezistența electrică este egală cu zero, ceea ce se explică prin distrugerea filmului de ulei la schimbarea direcției de alunecare. Pe măsura depărtării de punctul mort, odată cu creșterea vitezei de alunecare, grosimea filmului de ulei crește, creștere justificată prin mărirea rezistenței electrice și micșorarea forței de frecare pînă la valoarea minimă în zona de maxim a vitezei ; aceasta dovedește în special, rolul vitezei în aspectele hidrodinamice ale contactului.

De menționat că modificarea rugozității suprafeței de frecare acționează diferit asupra mărimii forței de frecare pe lungimea cursei.

De exemplu, micșorarea parametrului Ra de la 0,63 μm pînă la 0,04 μm, duce la micșorarea forței de frecare, la plecarea din punctul mort de 1,6—1,8 ori, iar în zona maximă a vitezei, de 6—7 ori. Deci se poate confirma că rugozitatea influențează mai mult procesul de frecare în zona cu viteză maximă.

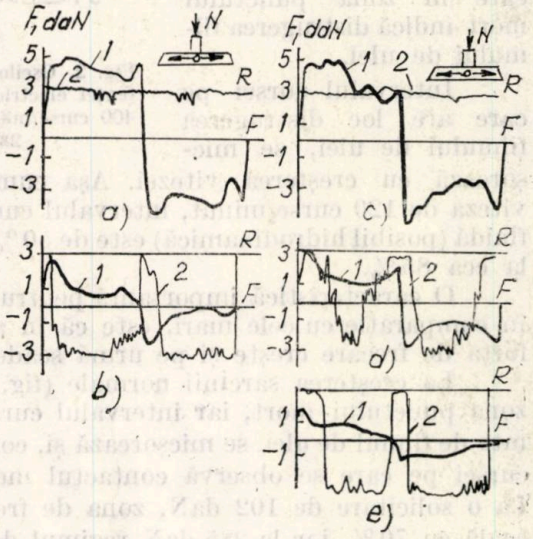


Fig. 4. Oscilogramele forțelor de frecare F(1) și rezistenței electrice de contact (2) ; pentru diferite rugozități. a — Ra = 0,63 μm ; b — Ra = 0,04 μm și diferite raze de curbură ; c — r = 10 mm ; d — 2 = 25— mm ; e — 2 = 50 mm ; N = 48 daN ; n = 260 curse/minut.

Una din căile de micșorare a coeficientului de frecare și optimizare a procesului de ungere este modificarea geometriei suprafețelor de contact. În acest scop în experimentările efectuate s-au folosit epruvete de formă cilindrică cu razele de curbură de 10, 25 și 50mm.

În fig. 4 c, d, e, sînt reprezentate oscilogramele forțelor de frecare (1) și rezistenței electrice (2) ale filmului de ulei pentru diferite mărimi ale razei de curbură (c — 10 mm ; d — 25 mm și e — 50 mm) și aceeași sarcină (48 daN).

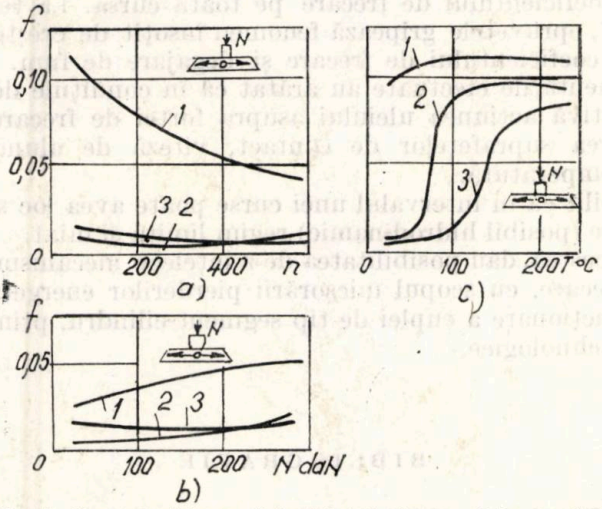


Fig. 5. Dependențele coeficientului de frecare f de numărul de curse pe minut n (a), sarcina normală N(b) și temperatură T(c):
1 — la pornire din punctul mort
2 — la apropiere de punctul mort
3 — la mijlocul cursei.

Din analiza rezultatelor experimentale efectuate, rezultă acțiunea evidentă a razei epruvetei, aceasta modificînd regimul de ungere. Mărirea razei de contact duce la creșterea zonei cu pondere mai mare a regimului hidrodinamic de ungere, reflectat prin creșterea rezistenței electrice a filmului și micșorarea coeficientului de frecare.

Pentru epruveta cu raza de curbură de 10 mm, regimul hidrodinamic nu se realizează nici în zona cu viteză maximă, în schimb, pentru epruveta cu raza de 50 mm regimul hidrodinamic se realizează pe o zonă de 60% din lungimea cursei. Aceasta explică influența razei de curbură asupra spațiului convergent necesar formării portanței hidrodinamice.

În fig. 5 sînt prezentate graficele coeficientului de frecare în dependență de viteză (numărul de cu se pe minut), sarcină și temperatură.

După cum se vede din fig. 5.a., la creșterea vitezei (numărului curse pe minut) se evidențiază micșorarea intensă a coeficientului de frecare la pornirea din punctul mort. La apropierea de punctul mort și în zona cu viteză maximă coeficientul de frecare nu se schimbă esențial.

Din dependența coeficientului de frecare de sarcina normală (fig. 5.b) pentru contactul cilindru-plan (raza de 50 mm) se observă diferite legități ale variației coeficientului de frecare.

În fig. 5.c., este prezentată influența temperaturii asupra coeficientului de frecare și se observă că la pornirea din punctul mort (curba 1) coeficientul de frecare crește puțin, iar apoi rămîne aproape constant pînă la apariția gripării.

Caracteristică este dependența coeficientului de frecare de temperatura din zonele apropierii de punctul mort și cele cu viteză maximă.

La temperaturi mai mari de 200°C pe toată lungimea cursei, se realizează regimul limită de ungere observîndu-se o valoare aproximativ constantă a coeficientului de frecare pe toată cursa. La temperatura de aproape 240°C, epruvetele gripează fenomen însoțit de creșterea bruscă a, temperaturii, coeficientului de frecare și degajare de fum.

Experimentările efectuate au arătat că în condițiile de mișcare rectilinie alternativă acțiunea uleiului asupra forței de frecare, depinde de forma și starea suprafețelor de contact, viteză de alunecare, sarcina normală și temperatură.

S-a stabilit că în intervalul unei curse poate avea loc succesiv regim fluid de ungere (posibil hidrodinamic) regim limită și mixt.

Toate acestea, dau posibilitatea de a înțelege mecanismul de uzare și procesul de frecare, cu scopul micșorării pierderilor energetice și creșterii duratei de funcționare a cuplei de tip segment-cilindru, prin măsuri constructive și tehnologice.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Raico M.V., Trivailo M.S.*, Metod izmerenie tolscini smazocinogo sloea v contacte detalei mașin. „Fizico-himicescaia mehanica materialov, 1965, Nr. 5.

[2] *Ajder, V.V., Komendant, V.I.*, Necatorlie osobennosti reversivnogo trienia scolijenia. Tezisî doclado Vsesoiuznoi naucinoi conferenții „Teoriea trenia, iznosa i smazchi'' Taşkent, 1975.

Исследование коэффициета трекия при возвратно-посупательном движении

Представлено исследование трения и смазочного действия масел при возвратно-поступательном скольжении в зависимости от скорости, нагрузки, температуры и геометрии контакта и установлены зависимости коэффициента трения от основных факторов. Указано на существование граничной смазки в зонах мертвых точек и модификации режима смазки в пределах хода.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

c. z.: 621.43—4

UN MODEL DE CALCUL AL FORMĂRII AMESTECULUI ÎN MOTORUL CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE ȘI INJECȚIE DIRECTĂ

N. APOSTOLESCU *

Lucrarea prezintă un model general de calcul al formării amestecului în jetul liber de combustibil ca și în jetul pe peretele camerei de ardere, la un motor cu aprindere prin comprimare, la care există eventual și o mișcare organizată de rotație a aerului. Metoda de calcul rezultată permite evidențierea influenței principalilor parametri care controlează desfășurarea procesului formării amestecului. Calculele efectuate au evidențiat importanța vitezei de rotație a aerului, ca mijloc de control al impactului jetului pe perete și al intensității amestecării în jetul liber, precum și posibilitatea amestecării eficiente cu aerul în jetul pe perete.

Modelarea fenomenologică a arderii în motorul diesel cu injecție directă, care să asigure — prin exprimarea analitică a proceselor intime ale arderii — definirea corelațiilor dintre factorii constructivi și funcționali ai motorului, constituie un important domeniu de preocupări al specialiștilor. Aceste preocupări sînt generate în primul rînd de dificultatea activității de punere la punct și dezvoltare a procedeului de formare a amestecului și ardere la un motor, prin acordarea sistemului de injecție cu arhitectura camerei de ardere și a canalului și porții supapei, activitate cu un volum mare de muncă și totodată costisitoare. În această activitate, specialistul trebuie să se bazeze încă pe intuiție, pe experiența personală și pe un mare volum de încercări experimentale costisitoare la standul de probe. Desigur că orice progres al posibilităților de stabilire prin calcul al corelațiilor urmărite poate asigura reducerea costului și termenelor de realizare a programelor de punere la punct și dezvoltare a unui motor sub aspectul controlului arderii. În același timp, modelarea arderii, ca sinteză a cunoștințelor de ordin cantitativ și calitativ asupra fenomenelor implicate, constituie și un factor stimulator pentru cercetarea lor în continuare, teoretică și experimentală.

Eforturile în domeniul modelării arderii din motorul diesel se concentrează de circa două decenii asupra proceselor formării amestecului, care dețin influența principală asupra vitezei degajării căldurii, ca și asupra formării produșilor poluanți.

Datorită complexității proceselor din jetul de combustibil, atît în perioada întîrzierii la aprindere ca și după începutul arderii, mulți cercetători au fost tentați să trateze picătura izolată de combustibil ca model al arderii difuzive. Austen și Lyn (1960), Borman și Johnson (1962), Gee

Manuscris predat redacției la data de 15 februarie 1980
* Prof. dr. ing. Catedra Motoare cu ardere internă

și Karim (1966), Shipinsky ș.a. (1968), Bracco (1971), Altenkirch ș.a. (1972), au propus și dezvoltat modele de ardere difuzivă în regim staționar a unei picături independente de combustibil, imersate într-un volum nelimitat de aer. În vederea apropierii modelului picăturii izolate de condițiile reale din motorul diesel, autorul acestei lucrări a dezvoltat un model modificat, bazat pe tratamentul nestaționar al proceselor, în condițiile unui volum limitat de aer [1]. Cu toate acestea, modelul picăturii izolate rămîne discutabil, cel puțin sub următoarele aspecte :

a) Ipoteza arderii controlate de viteza de vaporizare a picăturii de combustibil este contrazisă de constatarea că în condițiile normale de funcționare a motorului diesel, parametrii de stare a încărcăturii sînt apropiați de punctul critic al combustibilului, în special la motoarele rapide cu aprindere prin comprimare, cu presiuni și temperaturi ridicate în camera de ardere,cu pulverizare fină a combustibilului și presiuni mari de injecție [2]. Newman și Brzustowski au arătat [3] că în apropierea punctului critic jetul lichid se comportă ca un jet de gaz ; odată cu apropierea de punctul critic, tensiunea superficială tinde să se anuleze și picăturile se sparg, rezultînd o distribuție continuă combustibil-aer. Alte observații experimentale stabilesc că vaporizarea combustibilului este extrem de rapidă, jetul, principial bi-fazic, cuprinzînd combustibil în stare lichidă numai în zona centrală [4], și într-o proporție redusă [10]. În fine, calculele efectuate de Borman [5] sugerează pentru timpul de evaporare a picăturii de combustibil, în ms, în funcție de diametrul picăturii în μm, relația $t_{ev} = 0{,}065\ d - 0{,}20$; pentru un diametru mediu obișnuit de 20 μm, rezultă $t_{ev} = 1{,}1$ ms, care poate fi mai mic decît durata penetrației jetului pînă la impactul pe perete sau decît durata întîrzierii la autoaprindere.

b) Cu un model bazat pe picătura independentă de combustibil nu este principial posibilă exprimarea unor aspecte esențiale ale formării amestecului, cum sînt : antrenarea aerului de către jet și repartiția neuniformă a combustibilului pe secțiunea jetului, impactul jetului pe perete etc.

c) Calculele lui Borman [5] urmărind evoluția unor picături izolate înjet arată că decelerarea picăturilor este puternică. Mișcarea radială a picăturilor într-un curent circular de aer devine astfel de timpuriu o funcție numai de forța centrifugă la care sînt expuse. Penetrația care rezultă este în dezacord cu penetrația măsurată pentru jetul de combustibil.

În ultimul deceniu, mai mulți cercetători au propus modelarea jetului de combustibil în ansamblu. Adler și Lyn [6] au abordat problema jetului de combustibil lichid într-un curent circular de aer pe baza teoriei clasice a jetului turbulent. Pornind de la ipoteza unui jet staționar, pentru care se poate aplica mecanica mediilor continue, autorii au putut exprima configurația spațială a jetului, ca și repartiția vitezelor și concentrațiilor pe secțiunile jetului. Se constată că modelul nu permite descrierea formării amestecului după impactul de perete. De asemenea aplicarea modelului pentru calculul vitezei de degajare a căldurii nu a condus la rezultate satisfăcătoare.

Un tratament diferit au adoptat Grigg, Khan ș.a. [7], [8], care au acceptat relații clasice de calcul pentru descrierea configurației exterioare a jetului în regim nestaționar, dar în absența curentului circular de aer. Jetul este considerat un amestec omogen de vapori de combustibil

şi aer, într-o proporţie care evoluează în funcţie de cantitatea de aer antrenat de jet. Aplicarea acestui model la calculul vitezei degajării căldurii şi a formării oxidului de azot a fost posibilă numai prin introducerea mai multor coeficienţi de corelare cu rezultatele experimentale.

Modelul mai recent propus de Chiu, Shahed şi Lyn [9] pentru arderea jetului de combustibil se bazează pe definirea unor zone de izoconcentraţie a amestecului combustibil-aer în interiorul jetului de combustibil. Modelul se distinge prin încercarea de abordare a problemei jetului de combustibil în regim nestaţionar, în cazul general cînd există un curent transversal de aer. Autorii au tratat însă numai cazul jetului liber, înainte de impactul de perete.

În această ultimă categorie se înscrie şi modelul propus în prezenta lucrare pentru calculul cantităţilor de amestec inflamabil constituite în interiorul jetului de combustibil. Formarea amestecului este tratată în cazul nestaţionar ,pentru jetul liber ca şi pentru jetul pe perete, şi cu considerarea mişcării transversale a aerului, prin urmare în condiţiile generale caracteristice pentru motoarele diesel rapide, cu injecţie directă.

1. Cazul jetului liber. Descrierea modelului

Istoria formării amestecului combustibil-aer într-un jet se poate defini în funcţie de caracteristicile geometrice ale jetului (penetraţia radială a vîrfului, traiectoria axei şi conturul anvelopei exterioare) şi de distribuţia concentraţiei pe secţiune. Aceste caracteristici sînt influenţate puternic de curentul transversal de aer : pe de o parte penetraţia radială este frînată faţă de cazul injecţiei într-un mediu lipsit de mişcare ; pe de altă parte, se stabileşte o diferenţă de presiune între partea jetului din amontele curentului şi partea din aval, rezultînd devierea tangenţială şi totodată deformarea secţiunilor, care trec de la conturul circular la conturul de bob de fasole ; în fine, este accelerată amestecarea în interiorul jetului. Dificultatea exprimării acestor influenţe se adaugă dificultăţilor generale izvorîte din caracterul nestaţionar al procesului, ca şi din natura în general bi-fazică a jetului.

La baza modelului dezvoltat în această lucrare stau următoarele ipoteze :

1. Jetul de combustibil împreună cu aerul antrenat se tratează ca un jet turbulent gazos. Ipoteza a fost adoptată încă de Abramovici [10] şi este justificată, în afara celor arătate anterior, de constatarea că din imediata vecinătate a injectorului, în condiţiile tipice pentru camera de ardere dintr-un motor diesel rapid, particulele de combustibil ating practic aceeaşi viteză locală cu aerul, iar volumul combustibilului este redus comparativ cu al aerului. Calculele efectuate — pe baza egalităţii dintre forţa de rezistenţă aerodinamică $C_a A \rho \Delta w^2/2$ şi variaţia impulsului picăturii $d(m\Delta w)/dt$ arată într-adevăr că viteza relativă a unei picături cu diametrul de 20 μm scade la o treime din valoarea iniţială, după o deplasare de circa 2 mm de la pulverizator. Mai trebuie arătat că înregistrările fotografice ale arderii în motoarele diesel [12] indică o similitudine remarcabilă cu flăcările jeturilor turbulente de gaze.

2. Jetul este format dintr-o zonă iniţială, caracterizată printr-un strat limită şi un nucleu central (cu viteze şi concentraţii egale cu cele din

orificiul pulverizatorului) și din zona principală (fig. 1). Față de schema clasică a jetului, se omite deci zona de tranziție.

3. Jetul este axisimetric. Secțiunea reală a jetului deformat se înlocuiește printr-o secțiune circulară echivalentă, care ia în considerare influen-

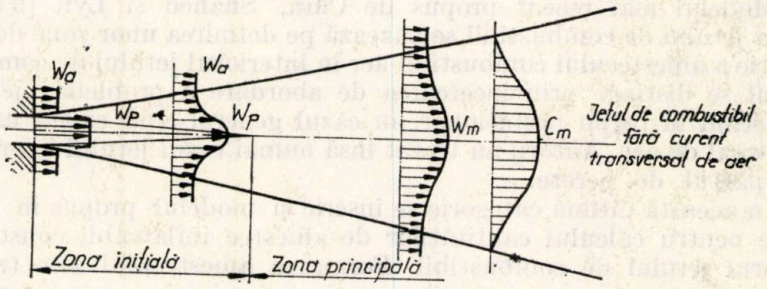


Fig. 1

ța curentului transversal de aer asupra ariei secțiunii. Această simplificare importantă a fost adoptată de toți autorii cunoscuți.

Pulverizatorul este plasat central în camera de ardere, formînd jeturi identice. Distribuția radială a vitezelor în curentul circular de aer este liniară (corespunzătoare rotației unui solid), ipoteză care corespunde în general rezultatelor experimentale, cu excepția zonelor de la periferia camerei de ardere.

Pentru calculul penetrației radiale a jetului în prezența curentului transversal de aer, se poate folosi relația semiempirică propusă de Chiu, Shahed și Lyn

$$\frac{x_v - x_{v\omega}}{x_v} = 0{,}35\left(\frac{x_{va}}{d_p}\,\lambda^2\right)^{0{,}44}, \tag{1}$$

$$x_v = \frac{200\, d_p^{0{,}5}}{(1 + \rho_c/\rho)_{a0})^{0{,}85}}\left(\frac{\rho_a}{\rho_{a0}}\right)^{0{,}5}(p_i - p_c)^{0{,}25}\, t^{0{,}6}, \tag{2}$$

$$\lambda^2 = \frac{\rho_a\, x_{v\omega}^2\omega_t^2}{\rho_c w_p^2} = \frac{\rho_a\, x_{v\omega}^2\omega_t^2}{2C_w(p_i - p_c)}, \tag{3}$$

unde $x_{v\omega}$, x_v reprezintă penetrația radială a jetului în curentul de aer și respectiv în absența acestuia (fig. 2); ρ_c, ρ_a, ρ_{a0} — densitățile combustibilului, aerului din cameră și respectiv aerului atmosferic; p_i, p_c — presiunile la injector și în camera de ardere; t — timpul; ω_t — viteza unghiulară a curentului de aer; λ^2 — raportul impulsurilor aerului și jetului C_w — coeficientul de viteză.

Tot cu o relație semi-empirică propusă de aceiași autori se poate calcula devierea tangențială a jetului (fig. 2)

$$\frac{s}{d_p} = \left(\frac{r_v}{d_p}\right)^{2{,}217}\lambda^2, \tag{4}$$

unde r_v este raza ($x_{r\omega}$) la care se calculează devierea s.

Geometria conturului jetului și distribuția concentrațiilor în interiorul jetului se pot defini principial în două moduri.

În primul caz, se definesc limitele jetului pe baze empirice și se acceptă profilul general al distribuției pe secțiune a concentrațiilor, cunoscut pentru jeturile staționare. Caracterul nestaționar al proceselor se poate exprima prin dependența față de timp a legii de variație a concentrației după axa jetului. În acest sens, în lucrarea [9] se acceptă o lege simplă de variație a concentrației pe axa jetului, de tip hiperbolic, care ar corespunde jeturilor monofazice de fluide compresibile, în regim staționar; legea este corectată printr-un parametru variabil în timp, a cărei valoare nstantanee se deduce din condiția de conservare a masei de combustibil injectat.

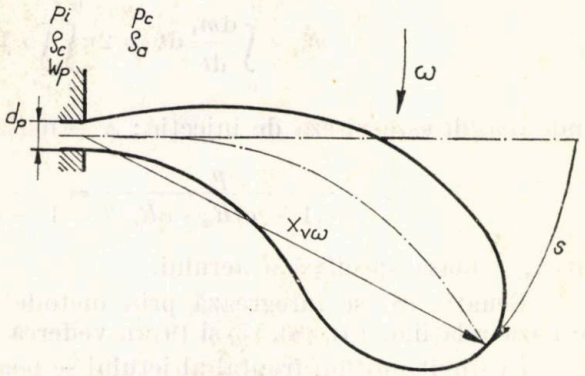


Fig. 2

Al doilea mod de tratare rezultă dacă se acceptă profilul concentrațiilor pe secțiune și legea de variație a concentrației pe axa jetului, stabilite empiric. Limitele jetului se definesc la intervale determinate de timp din condiția de conservare a masei de combustibil injectat. Față de prima alternativă, reies două avantaje:

a) caracterul nestaționar al procesului, care decurge din variația debitului injectorului și/sau a densității aerului rezultă în mod natural în variația în timp a conturului jetului;

b) repartiția concentrațiilor în jetul de combustibil se poate exprima realist, cu considerarea directă a influenței curentului de aer.

Cea de a doua alternativă de lucru este propusă în continuare în lucrare. Se admite că repartiția concentrației pe secțiunea jetului respectă legea generală [10]

$$c = c_m(1 - \tilde{y}^{1,5}), \tag{5}$$

iar variația concentrației după axa jetului, în prezența unui curent transversal de aer, relația lui Patrick [11]

$$c_m = c_M\left[\frac{d_p}{l}\exp\,(1{,}85 - 7{,}8\,\lambda)\right]^{1,18}, \tag{6}$$

unde c_M, c_m și c reprezintă concentrația masică, maximă la injector, concentrația curentă pe axa jetului și respectiv concentrația curentă la raza relativă $\tilde{y} = y/r$, $c = m_c/(m_c + m_a)$; m_c și m_a — masa de combustibil și aer; l — distanța curentă măsurată pe axa jetului deformat pînă la vîrf, care se poate calcula cu relația

$$l = \int_0^{x_r}[1 + \mathrm{d}y/\mathrm{d}x)^2]^{0,5}\,\mathrm{d}x. \tag{7}$$

Pe baza condiției de conservare a masei, rezultă egalitatea dintre masa de combustibil injectată pînă la momentul curent t și masa de combustibil din jet

$$m_i = \int_0^{t_i} \frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = 2\pi \int_0^{l_r} \int_0^{r} c\rho\, y\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x, \tag{8}$$

unde $\mathrm{d}m_i/\mathrm{d}t$ este viteza de injecție; ρ — masa specifică locală

$$\rho = \frac{p}{[(1-c)R_a + cR_c]T} = \frac{\rho_a}{1 - c + cR_c/R_a}, \tag{9}$$

iar ρ_a — masa specifică a aerului.

Ecuația (8) se integrează prin metode numerice, după explicitare pe baza relațiilor (5), (6), (7) și (9) în vederea obținerii razei jetului $r(l, t_i)$.

În sfîrșit profilul frontal al jetului se poate determina făcînd ipoteza că este similar profilului vitezelor pe secțiunea jetului, pentru care se acceptă legea verificată experimental pentru jeturile staționare [10]

$$w = w_m(1 - \tilde{y}^{1{,}5})^2. \tag{10}$$

Cunoscînd geometria curentă a jetului și repartiția concentrației combustibilului, se poate determina masa de combustibil cuprinsă între anumite limite de concentrație:

$$m_{\Delta c} = 2\pi \int_0^{l_r} \int_{y_1}^{y_2} c\rho\, y\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x. \tag{11}$$

Rezultate

Metoda de calcul descrisă a fost aplicată pentru studiul jetului de combustibil format în condițiile precizate în tabelul 1.

În figurile 3 și 4 sînt reprezentate rezultatele calculului evoluției în timp a penetrației jetului și a traiectoriei vîrfului jetului, pentru valorile

Tabelul 1

Nr. crt.	Parametrul	Simbol	Valoare
1	Densitatea aerului, kg/m³	ρ_a	1,3
2	Densitatea combustibilului, kg/m³	ρ_c	850
3	Diferența de presiune cameră-injector Pa	$p_i - p_c$	$2 \cdot 10^7$
4	Turația motorului, rot/min (rad/s)	η (ω)	3000
	Viteza relativă de rotație a aerului	ω_t/ω	0; 4; 8; 12
5	Diametrul pulverizatorului, mm	d_p	0,29
6	Coeficientul de viteză al pulverizatorului	C_w	0,8
7			

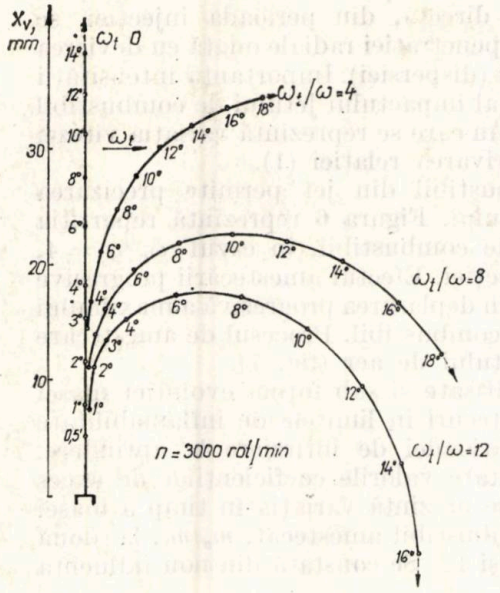


Fig. 3

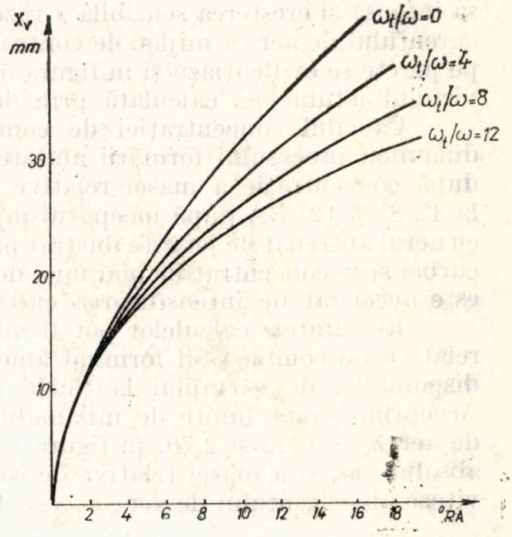


Fig. 4

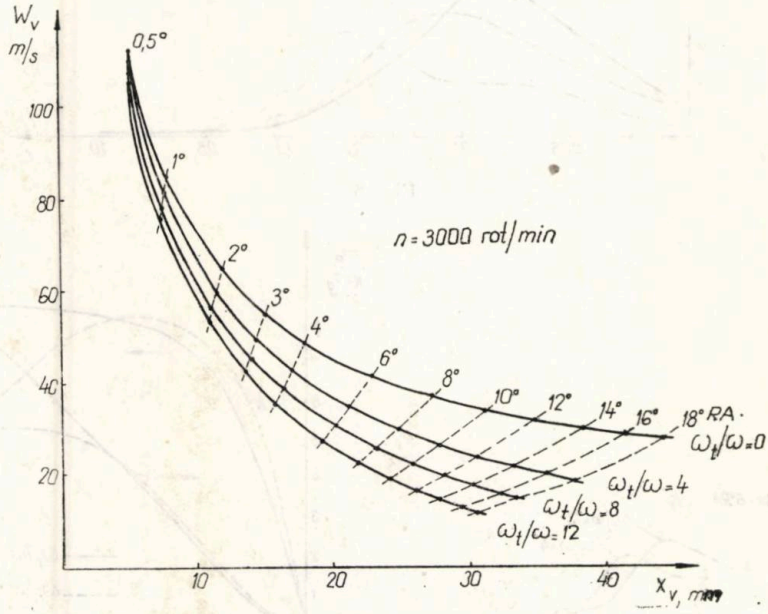


Fig. 5

considerate ale vitezei curentului transversal de aer. La o viteză relativă de rotație ω_t/ω de ordinul valorilor curente pentru camera de ardere a motoarelor diesel rapide cu injecție directă, din perioada injecției, se constată efectul de frînare puternică a penetrației radiale odată cu devierea sa intensă și creșterea sensibilă a razei (dispersiei). Importanța intensității curentului de aer ca mijloc de control al impactului jetului de combustibil pe perete se evidențiază și în figura 5, în care se reprezintă variația vitezei vîrfului jetului w_v, calculată prin derivarea relației (1).

Calculul concentrației de combustibil din jet permite precizarea dinamicii procesului formării amestecului. Figura 6 reprezintă repartiția după concentrație a masei relative de combustibil, în cazul $\omega_t/\omega = 4$, la 4°, 8° și 12° RA după începutul injecției. Efectul amestecării progresive cu aerul antrenat de jet este ilustrat prin deplasarea progresivă a maximului curbei spre concentrațiile mai mici de combustibil. Procesul de amestecare este accelerat de intensificarea curentului de aer (fig. 7).

Rezultatele calculelor pot fi înfățișate și sub forma evoluției masei relative de combustibil formînd amestecuri în limitele de inflamabilitate disponibile, de exemplu, la finele perioadei de întîrziere la aprindere. Acceptînd drept limite de inflamabilitate valorile coeficienților de exces de aer $\lambda_a = 0{,}22$ și 2,70, în figura 8 se prezintă variația în timp a masei absolute m_a și a masei relative de combustibil amestecat, m_a/m_i, la două viteze ale curentului de aer; $\omega_t/\omega = 4$ și 12. Se constată din nou influența

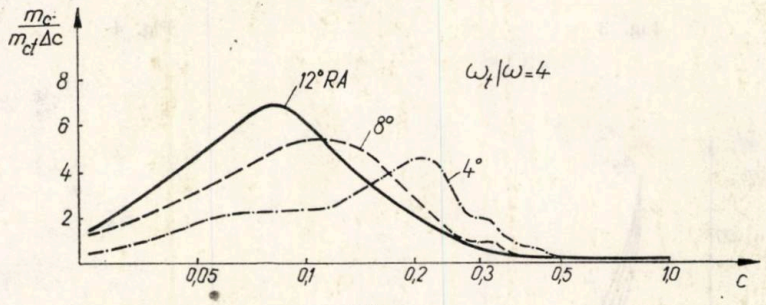


Fig. 6

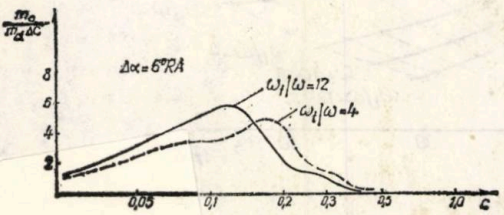


Fig. 7

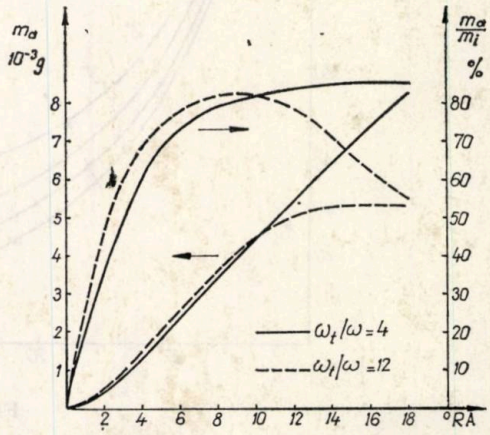


Fig. 8

favorabilă a intensității curentului de aer asupra vitezei de formare a amestecurilor inflamabile ; după un interval de timp însă, masa de combustibil prezentă în amestecurile inflamabile devine cvasiconstantă în cazul $\omega_i/\omega = 12$, odată cu trecerea progresivă a unei mase tot mai mari de combustibil dincolo de limita de inflamabilitate a amestecurilor sărace.

2. Cazul jetului pe perete. Descrierea modelului

Pentru motoarele diesel rapide și de puteri mici, cu injecție directă, este caracteristică desfășurarea într-o proporție relativ însemnată a procesului de formare a amestecului în zona peretelui. Propagarea jetului liber se încheie prin impactul pe perete și formarea amestecului are loc în continuare, parțial în jetul de perete, și parțial în interiorul camerei de ardere, după ricoșarea pe perete. Jetul pe perete este în orice caz important. Pe fotoînregistrări se evidențiază jetul pe perete, care avansează în sensul curentului de aer, viteza relativă dintre combustibil și aer fiind favorabilă amestecării [12].

Modelarea formării amestecului după impactul jetului pe perete a fost încercată de Khan ș.a. [8]. Modelul corespunde cazului particular cînd jetul avansează cu viteze radiale uniforme de la locul impactului, în absența curentului de aer. Viteza și grosimea jetului au fost determinate cu relațiile lui Glauert, iar repartiția combustibilului pe secțiune a fost considerată uniformă. Dintre simplificările adoptate, neglijarea curentului de aer este probabil cea mai importantă, căci ținînd seama de cele arătate mai sus, formarea amestecului la perete este tipică tocmai pentru motoarele cu mișcare de rotație intensă a aerului în camera de ardere.

În consecință, în această lucrare se propune un model deosebit de formare a amestecului la perete, întemeiat pe următoarele ipoteze :

1. Formarea amestecului are loc la deplasarea jetului pe perete.

2. Jetul pe perete are o viteză inițială egală cu viteza jetului liber la impactul pe perete, ceea ce este echivalent condiției de conservare a impulsului. Jetul se deplasează în direcția curentului tangențial de aer (jet însoțit, în echicurent). Din examinarea figurii 5, rezultă că vitezele inițiale ale jetului pe perete sînt de ordinul 10 ... 30 m/s, ceea ce corespunde unui raport între viteza aerului și viteza inițială a jetului $m_0 = (w_a/w_c)_0 = 0{,}4 \ldots 1{,}0$.

3. Grosimea inițială a jetului pe perete b_0 se determină din condiția de conservare a secțiunii jetului liber în momentul impactului, care decurge din condiția de continuitate a debitului.

Problema jetului pe perete este tratată pentru condiții staționare în lucrarea clasică a lui Abramovici (problema „jetului turbulent semi-limitat izobar") [10]. Aplicînd relația lui Abramovici pentru calculul lungimii zonei inițiale a jetului

$$\frac{x_i}{b_0} = \left[\frac{\delta_i}{x_i} \pm 0{,}27(0{,}416 + 0{,}134\, m_0)\frac{1 - m_0}{1 + m_0}\right]^{-1}, \qquad (12)$$

unde $m_0 = (w_a/w_c)_0$ exprimă raportul inițial al vitezelor, iar δ_i — grosimea stratului limită turbulent la perete rezultă, pentru valorile tipice condițiilor

din motor menționate mai sus, valori ale grosimii relative a zonei inițiale, $x_i/b_0 = 9 \ldots 30$; în consecință lungimea zonei inițiale depășește cu mult distanțele parcurse de jet.

De asemenea, pentru grosimea relativă a stratului limită la perete rezultă valorile maxime $\delta_i/b_0 = 0{,}016 \ldots 0{,}035$. Aceste constatări justifică ipoteza următoare asupra structurii jetului pe perete:

4. Jetul pe perete cuprinde numai zona inițială a unui jet turbulent semi-mărginit, caracterizat printr-un strat limită turbulent de amestecare cu aerul; stratul limită la perete este neglijabil (fig. 9). Grosimea stratului limită la contactul cu aerul variază liniar, potrivit relației cunoscute

$$\frac{db}{dx} = 0{,}27\frac{m_0 - 1}{m_0 + 1}. \tag{13}$$

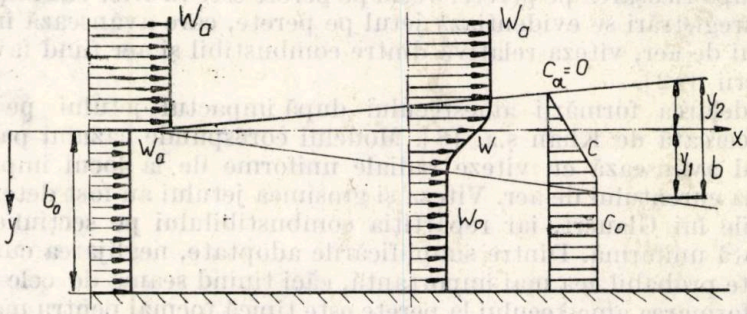


Fig. 9

5. Profilul frontului jetului este similar profilului vitezelor. În stratul limită profilul vitezelor este definit de relația generală

$$\frac{x - x_p}{x_a - x_p} = \frac{w - w_0}{w_a - w_0} = (1 - \eta^{1{,}5})^2, \tag{14}$$

unde $\eta = (y - y_2)/b$.

6. Concentrațiile în stratul limită variază liniar,

$$\frac{c_a - c_a}{c_0 - c_a} = \frac{c}{c_0} = \eta. \tag{15}$$

ceea ce presupune egalitatea grosimilor stratului limită dinamic, termic și difuziv. Relația (15) este verificată experimental pentru jetul plan staționar.

Poziția limitelor stratului limită (cotele y_1 și $y_2 = b - y_1$) se poate preciza în continuare din condiția de conservare a masei de combustibil, similar jetului liber, la care trebuia definită raza (unghiul jetului):

$$\int_0^{l_i} c_0\rho_0 b_0 u_0 \mathrm{d}t = \int_0^{l} c_0\rho_0(b_0 - y_1)\,\mathrm{d}x + \int_0^{l}\int_{y_2}^{y_1 - y_2} c\rho \mathrm{d}y\,\mathrm{d}x, \tag{16}$$

unde

$$y_1 = kb,\ y_2 = b(1 - k),\ \text{iar}\ c = c_0(y - y_2)/b = c_0(y/b + k - 1).$$

Prin definirea geometriei curente a jetului pe perete și a repartiției concentrației combustibilului pe secțiune, rezultă posibilitatea de a urmări în continuare procesul formării amestecului pe perete.

Rezultate

Pentru ilustrarea posibilităților oferite de metoda descrisă, s-au calculat, cu datele din tabelul 2, parametrii b și y_1 care descriu configurația jetului pe perete, precum și evoluția amestecării combustibilului cu aerul în stratul limită.

Tabelul 2

Nr. crt.	Parametrul	Simbolul	Valoarea
1	Concentrația inițială	c_0	0,25
2	Viteza inițială, m/s	w_0	30
3	Raportul vitezelor	m_0	1,1 ; 2,5 ; 3,5
4	Grosimea inițială a jetului, mm	b_0	11

Rezultatele obținute în cele trei variante ale raportului vitezelor $m_0 = w_a/w_0 = 1{,}1\ ;\ 2{,}5\ ;\ 3{,}5\ ;$ sînt reprezentate în figurile 10 și 11. După cum era de așteptat, influența raportului vitezelor este esențială ; în cazul

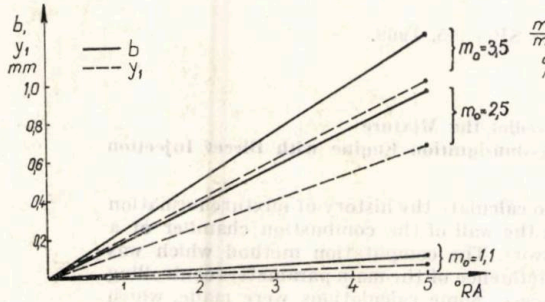


Fig. 10

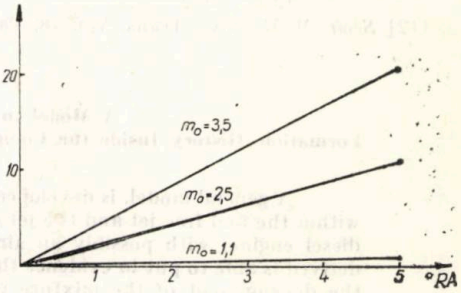


Fig. 11

limită cînd vitezele sînt egale ($m_0 = 1$) grosimea stratului limită se anulează, iar amestecarea dintre jetul pe perete și curentul de aer încetează. La rapoartele de viteze care rezultă însă în condițiile normale din motor, amestecarea în jetul pe perete se dovedește eficientă.

Concluzii

1. În cadrul lucrării a fost elaborat un model de calcul al amestecării în jetul liber și pe perete, în cazul general cînd există un curent transversal. Metoda de calcul derivată se remarcă prin explicitarea influenței a numeroși parametri care controlează procesul formării amestecului.

2. Calculele efectuate pentru jetul liber au permis evaluarea importanței vitezei de rotație a aerului, ca mijloc de control al intensității impactului pe perete și a amestecării cu aerul. Prin mărirea vitezei de rotație se accelerează formarea amestecului; după depășirea unei limite mărirea vitezei de rotație devine defavorabilă, datorită creșterii progresive a proporției amestecurilor excesiv de sărace în combustibil.

3. Calculele efectuate pentru jetul pe perete au evidențiat posibilitatea unei amestecări eficiente cu aerul, atunci cînd există o viteză relativă importantă a aerului față de jet.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Apostolescu, N.*, Buletinul I.P.B., Tom XXXI, nr. 1, 1969.
[2] *Apostolescu, N.* Contribuții la modelarea arderii în motorul cu aprindere prin comprimare și injecție directă. Teză de doctorat IPB, 1971.
[3] *Newman, J.A., Brzustowski, T.A.*, AIAA Journal Vol. 9, No. 8 (1971).
[4] *Burth, R., Troth, K.A.*, Symp. on Diesel Engine Combustion, Instn. of Mechn. Eng. Paper 15, London 1970.
[5] *Borman, G.L., Johnson, J.H.*, ASME Paper 598 C, 1962.
[6] *Adler, D., Lyn, W.T.*, Symp. on Diesel Engine Combustion. Instn. of Mechn. Eng., Paper 16, London, 1970.
[7] *Grigg, H.C., Syed, M.H.*, Symp. on Diesel Engine Combustion, Instn. of Mechan. Engrs. Paper 18, London, 1970.
[8] *Khan, I.M., Greeves, G., Wang, C.H.T.*, SAE Paper No. 730169, 1973.
[9] *Chiu, W.S., Shahed, S.M., Lyn, W.T.*, SAE Paper No. 760128, 1976.
[10] *Abramovici, G.N.*, Teoriia turbulentnih strui. Moskva Gos. izd. fiziko-matemat. literaturi, 1960.
[11] *Beér, J.M., Chigier, N.A.*, Combustion Aerodynamics, London, Applied Science Publ. Ltd., 1972.
[12] *Scott, W.M.*, SAE Trans. Vol. 78, Paper SP—345, 1969.

A Model to Predict the Mixture Formation History Inside the Compression-ignition Engine with Direct Injection

A general model, is developed to calculate the history of mixture formation within the fuel free jet and the jet on the wall of the combustion chamber of a diesel engine, with possibly an air swirl. The computation method which was derived is able to put in evidence the influence of the main parameters controlling the development of the mixture process. Some calculations were made, which emphasized the governing influence of the swirl intensity upon the jet impact on the wall and the mixture formation intensity, as well as the possibility of an efficient mixture process within the jet on the wall.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z. : 621 : 43—4

CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A SCHIMBULUI DE GAZE LA MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ

M. ȘOIMAN, B. GRÜNWALD *

În lucrare se prezintă rezultatele obținute la investigarea schimbului de gaze, cu o tehnică de înaltă precizie, care permite înregistrarea simultană a presiunilor în cilindru și canalele de admisiune și evacuare din chiulasă. Totodată se aplică o metodă originală pentru determinarea coeficientului de debit al supapei de admisiune în regim dinamic pe baza măsurărilor de presiune. Se compară rezultatele cu acelea obținute în regim staționar.

Notații

μ_{sa} — coeficientul de debit al secțiunii controlate de supapa de admisiune
p_I — presiunea amestecului proaspăt în poarta supapei de admisiune în timpul procesului de schimb de gaze în daN/cm²
p_{cil} — presiunea în cilindru în timpul procesului de schimb de gaze, în daN/cm²
p_{cr} — valoarea critică a presiunii la curgerea pe lîngă supapa de admisiune
w_I — viteza de curgere a amestecului proaspăt în poarta supapei de admisiune, în m/s
w_{II} — viteza de curgere a amestecului proapsăt prin secțiunea oferită de supapa de de admisiune, în m/s
F_I — aria secțiunii galeriei de admisiune în zona de măsurare a presiunii p, în m²
F_{II} — aria secțiunii controlate de supapa de admisiune, în m²
v_I — volumul specific al amestecului proaspăt la starea din galeria de admisiune
v_{II} — volumul specific al amestecului proaspăt la starea din cilindru
p_0 — presiunea mediului ambiant, în daN/cm²
ρ — densitatea amestecului proaspăt la starea din galeria de aspirație în kg/m³
T_0 — temperatura mediului ambiant, în °K
T_I — temperatura amestecului proaspăt, la starea din galeria de admisiune în °K
ξ_a — coeficient de pierderi locale de presiune
k — exponentul adiabatic al amestecului proaspăt
M — masa moleculară a amestecului proaspăt, în kg/kmol

Studiul fenomenelor nepermanente din conductele și cilindrul motorului cu ardere internă prezintă un interes deosebit atît pentru descoperirea rezervelor de care dispun sistemele actuale de admisiune și evacuare, ajunse la un grad ridicat de perfecțiune, cît și pentru dezvoltarea procedeelor complexe de calcul, bazate pe tehnica electronică [1].

Manuscris predat redacției la data de 21 martie 1980
* Ing. I.N.M.T.; Prof. dr. ing. Catedra Motoare cu ardere internă

Metoda tradiţională pentru studiul schimbului de gaze se bazează pe diagrama de pompaj. Asocierea ei cu diagramele de variaţie a presiunii în conductele de admisiune şi evacuare a rămas pînă nu demult un deziderat.

Recent, autorii au reuşit să urmărească fenomenele dinamice din conductă şi cilindru la o clasă de motoare Diesel rapide, de putere mică, folosind o tehnică de vîrf, care permite înregistrarea simultană a presiunii în cilindrul motorului şi galeriile din chiulasă.

Schema de principiu a echipamentului utilizat, de tip AVL Indicating System, se arată în figura 1. Trei traductoare piezoelectrice 1, 2, 3, de

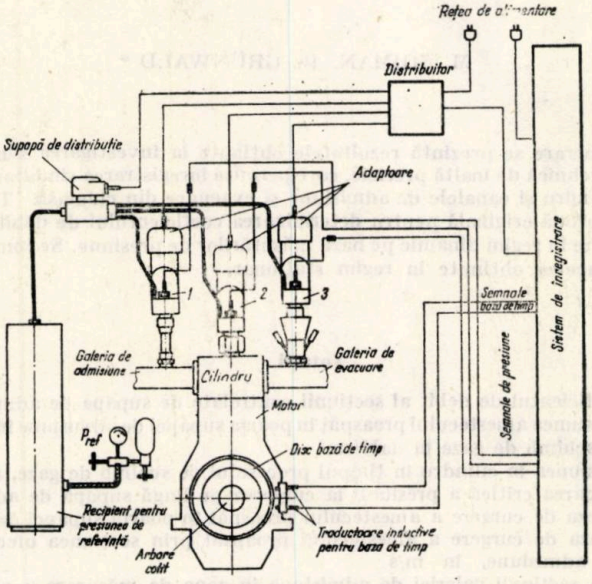


Fig. 1. — Schema echipamentului pentru măsurarea presiunilor.

construcţie specială, cu mare sensibilitate şi rezoluţie se montează în cilindru şi în galerii. Traductoarele sînt prevăzute cu un montaj de compensaţie termică a semnalului. Fiecare traductor permite înregistrarea secvenţială a trei presiuni : 1) presiunea de măsurat p ; 2) presiunea de referinţă p_r ; 3) presiunea atmosferică p_0. Fiecare traductor este echipat cu un adaptor 1 care acţionează o supapă de transfer 2 (fig. 2). O supapă cu trei căi 3 (supapa de distribuţie), comandată electromagnetic pune succesiv traductorul în contact cu cele trei nivele de presiune. În prima secvenţă a înregistrărilor (fig. 2 a). supapa de distribuţie stabileşte legătura cu recipientul care conţine azot la presiunea de referinţă prestabilită ; supapa de transfer 2, acţionează în consecinţă. În secvenţele următoare (fig. 2 b, c) se transferă traductorului nivelului presiunii atmosferice, respectiv al presiunii de măsurat.

Sistemul de comandă şi înregistrare este automatizat. Pe ecranul osciloscopului se înregistrează secvenţial fiecare semnal de presiune dar toate trei semnalele de presiune se vizualizează simultan (fig. 3). Ca urmare,

rezultă direct scara presiunilor, ceea ce conferă înregistrărilor un înalt nivel de precizie; pe de altă parte prezența presiunii p_0 pe diagrame ușurează analiza proceselor.

Semnalul bazei de timp, care stabilește poziția arborelui cotit (a pistonului sau supapei) în cursul unui ciclu motor, poate fi înregistrat

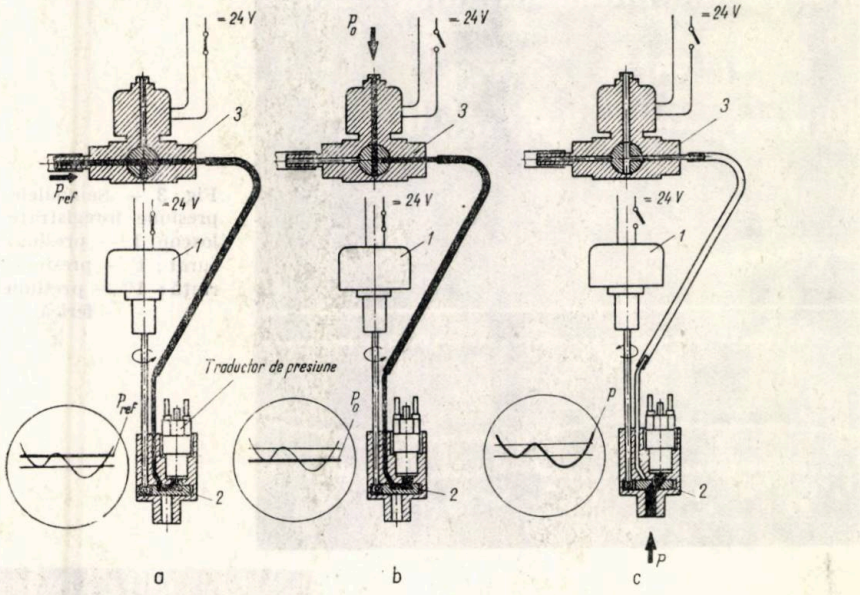


Fig. 2 — Schema de funcționare a sistemului de transfer al semnalului de presiune.

separat pe osciloscopul cu patru canale aparținînd sistemului sau, poate fi suprapus pe unul sau două semnale de presiune, contribuind totodată la departajarea mai ușoară a înregistrărilor. Distanța dintre două puncte reprezintă un interval unghiular (fig. 3) care se reduce pînă la 5°RA în jurul punctelor moarte, pentru a mări precizia în zonele de variație rapidă a presiunii.

Montajul instalației pe motor (fig. 4) implică măsuri riguroase pentru răcirea traductoarelor și adaptoarelor, limitarea nivelului de vibrație al acestora și asigurarea aceluiași potențial electric diferitelor componente ale circuitului.

Pentru studiul proceselor de schimbare a gazelor s-au ales două motoare cu aprindere prin comprimare A, B, cu injecție directă din fabricația de serie, de cilindree unitară, aproximativ 700 cm^3, cu cinematica pistonului apropiată. Turația nominală a motorului A este de 2800 rot/min, iar cea a motorului B 3000 rot/min. La motorul A, aerul este dirijat în mișcare de rotație de un ecran fixat pe supapa de admisiune; la motorul B, mișcarea de rotație se generează prin profilarea adecvată a canalului din chiulasă.

În fig. 5, 6 se arată variația presiunii din cilindru (p) din poarta supapei de admisie (p_{psa}) și din poarta supapei de evacuare (p_{pse}); pentru regimurile de putere și turație indicate, pe porțiunea din ciclu corespunzătoare procesului de schimbare a gazelor.

Analiza comparativă a curbelor de presiune din figurile 5, 6, grupate adecvat (fig. 7, 8, 9) pune în evidenţă cîteva particularităţi ale schimbului de gaze, determinate în parte de soluţiile constructive adoptate la sistemele de distribuţie ale celor două motoare.

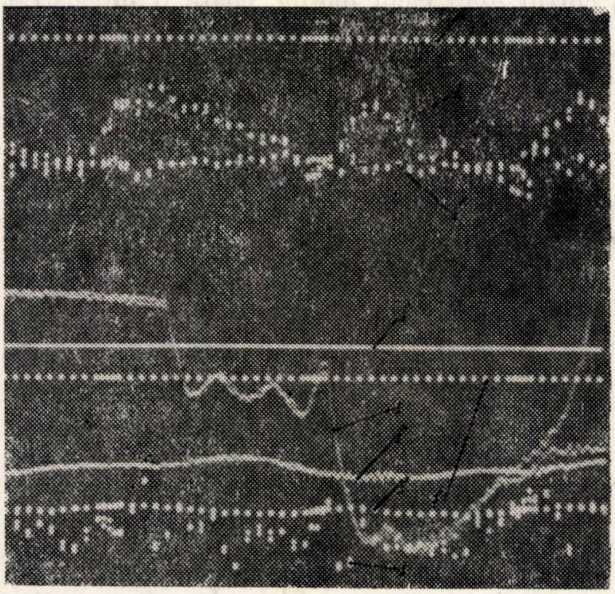


Fig. 3 — Semnalele de joasă presiune înregistrate pe osciloscop 1 — presiunea de măsurat ; 1′ — presiunea de referinţă ; 1″ — presiunea atmosferică.

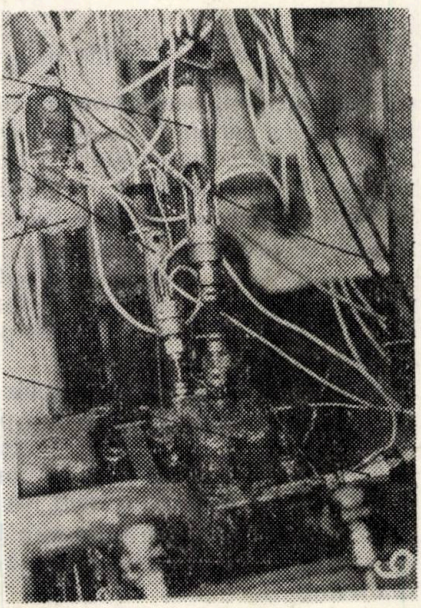


Fig. 4 — Montajul instalaţiei pe motor 1 — Adaptorul pentru măsurarea presiunii în cilindru ; 2 — Adaptorul pentru măsurarea presiunii în poarta supapei de admisie ; 3 — Adaptorul pentru măsurarea presiunii în poarta supapei de evacuare ; 4 — Supapa de distribuţie a presiunii.

Se observă că nivelul general al presiunii din cilindru în cursa de evacuare este mult mai mare la motorul *A* (fig. 7) ceea ce apare ca o consecinţă a nivelului mai ridicat de presiune din conducta de evacuare (fig. 8). Comparînd volumele colectoarelor de evacuare la cele două

motoare s-a găsit că, la motorul *A*, el este de numai 300 cm³, adică de patru ori mai mic decît la motorul *B*. La motorul *A*, gazele evacuate din cilindru nu găsesc un spațiu adecvat de destindere în conducte. Se deduce că dimensiunile conductelor de evacuare ale motorului *A* pot fi îmbunătățite, știind că, un nivel ridicat de presiune în cilindru, în cursa de evacuare, amplifică pierderile prin pompaj și eventual masa gazelor reziduale. În plus la motorul *A* se produce o undă de depresiune Y_1 (fig. 8) care nu are consecințe favorabile la sfîrșitul procesului de evacuare cînd depresiunea Y_2 se exercită în poarta supapei de evacuare, după închiderea supapei.

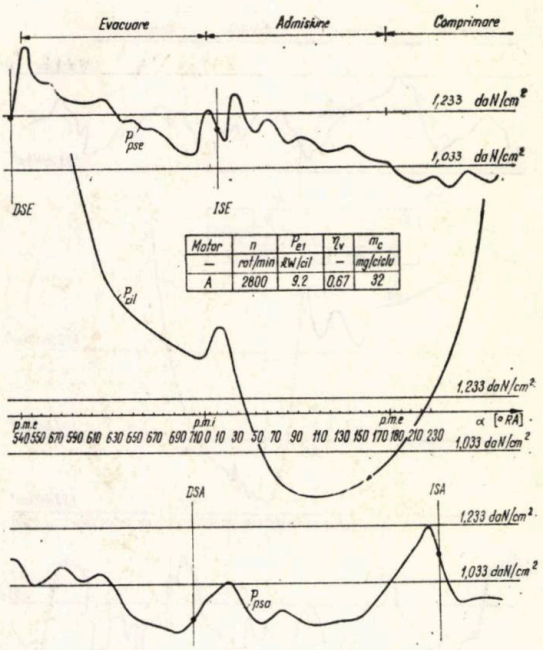


Fig. 5 — Variația presiunilor în cilindru și în porțile supapelor la motorul *A*, la regimul de putere maximă.

La ambele motoare apare distinct în cilindru, în jurul punctului mort interior (*pmi*) un vîrf de presiune X_1, X_2 (fig. 7) determinat de corelația dintre deplasarea pistonului și ridicarea supapei. Supapele de evacuare se închid cu o întîziere mică după *pmi* și oferă în jurul *pmi* secțiuni mici de trecere a gazelor (aproximativ 5% la motorul *A* și 3% la motorul B din valoarea ariei maxime). Vîrful de presiune sporește masa de gaze reziduale și întîrzie declanșarea umplerii cilindrului.

Dacă se urmărește procesul de admisiune se constată că la motorul *A*, el începe cu întîrziere, ceea ce era de așteptat dacă se ține seama de „urma" lăsată de procesul de evacuare în cilindru și conductă.

Cînd se urmărește sfîrșitul procesului de admisiune se observă că motorul *B* beneficiază în permanență de o diferență pozitivă de presiune (diferența dintre presiunea din poarta supapei de admisiune — figura 9 — și presiunea din cilindru — figura 7). Fluidul proaspăt curge în sens direct, adică din colector în cilindru. Astfel, prin fenomenul de postumplere ajunge în cilindru o masă suplimentară de aer, evaluată, în cazul de față, la aproximativ 12% din masa de aer reținută în cilindru, pe ciclu.

Compararea presiunilor din cilindru și poarta supapei de admisiune la motorul *A* arată că diferența de presiune menționată anterior este negativă. Apare astfel curgerea inversă, după *pmi*, cu consecințe negative pentru umplere.

Se conchide că, la motorul B, procesele de schimbare a gazelor sînt mai bine dirijate, ceea ce a fost confirmat în încercările de stand. Măsurările

de debit au indicat că gradul de umplere este cu mult mai mare la motorul B ($\eta_v = 0{,}78$) decît la motorul A ($\eta_v = 0{,}67$).

S-a cercetat schimbarea gazelor la acelaşi motor B, la două turaţii diferite. Diagramele de variaţie a presiunii la 2000 rot/min sînt arătate în

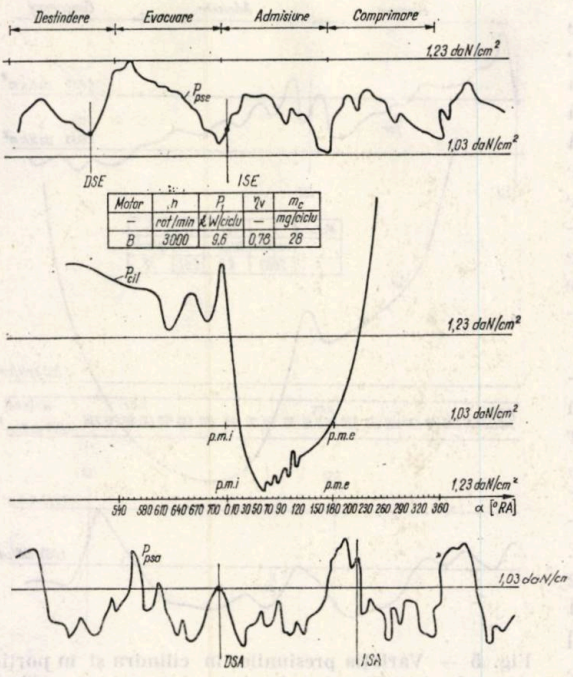


Fig. 6 — Variaţia presiunilor în cilindru şi în porţile supapelor la motorul B, la regimul de putere maximă.

fig. 10, iar în figurile 11, 12, 13 s-au asociat pe categorii, curbele de presiune din figurile 6 şi 10.

Odată cu reducerea turaţiei se înregistrează o reducere generală a nivelului de presiune în galeria de evacuare, respectiv în cilindru, în decursul procesului de evacuare, ceea ce apare evident ca un efect de timp (fig. 11, 12). Atingerea unei presiuni mai reduse în cilindru în zona *pmi*, la turaţia de 2000 rot/min, creează un avantaj pentru admisiune, care începe mai devreme. Totodată minimul presiunii din cilindru se situează deasupra celui înregistrat la turaţia de 3000 rot/min (fig. 11). La turaţia de 3000 rot/min, presiunea mai mică din porţiunea mediană a cursei de admisiune, amplifică lucrul mecanic de pompaj şi pierderile gazodinamice, deoarece sporeşte viteza de curgere prin secţiunea oferită de supapă. Totuşi, nu rezultă încă evident că umplerea e compromisă. Diagramele confirmă ceea ce s-a obţinut şi pe cale analitică [1] şi anume, că, ceea ce se pierde în zona mediană a cursei de admisiune se poate recîştiga prin fenomenul de post-umplere, dacă acesta din urmă este controlat adecvat. În adevăr, la sfîrşitul procesului de admisiune, presiunea în cilindru, la $n = 2000$ rot/min creşte repede după punctul mort exterior, dar, datorită presiunilor mai reduse din poarta supapei de admisiune, avantajul nu se poate valorifica înregistrîndu-se chiar curgerea inversă a fluidului motor. Astfel, analiza diagramelor din figurile 11 şi 13 indică la *pme* o presiune în cilindru de

1,07 daN/cm², iar în poarta supapei de admisiune 1,03 daN/cm²; la 200° RA rezultă $p_{cil} = 1{,}12$ daN/cm² și $p_{psa} = 1{,}07$ daN/cm². Cînd motorul funcționează la 3000 rot/min presiunea crește mai lent dar diagramele

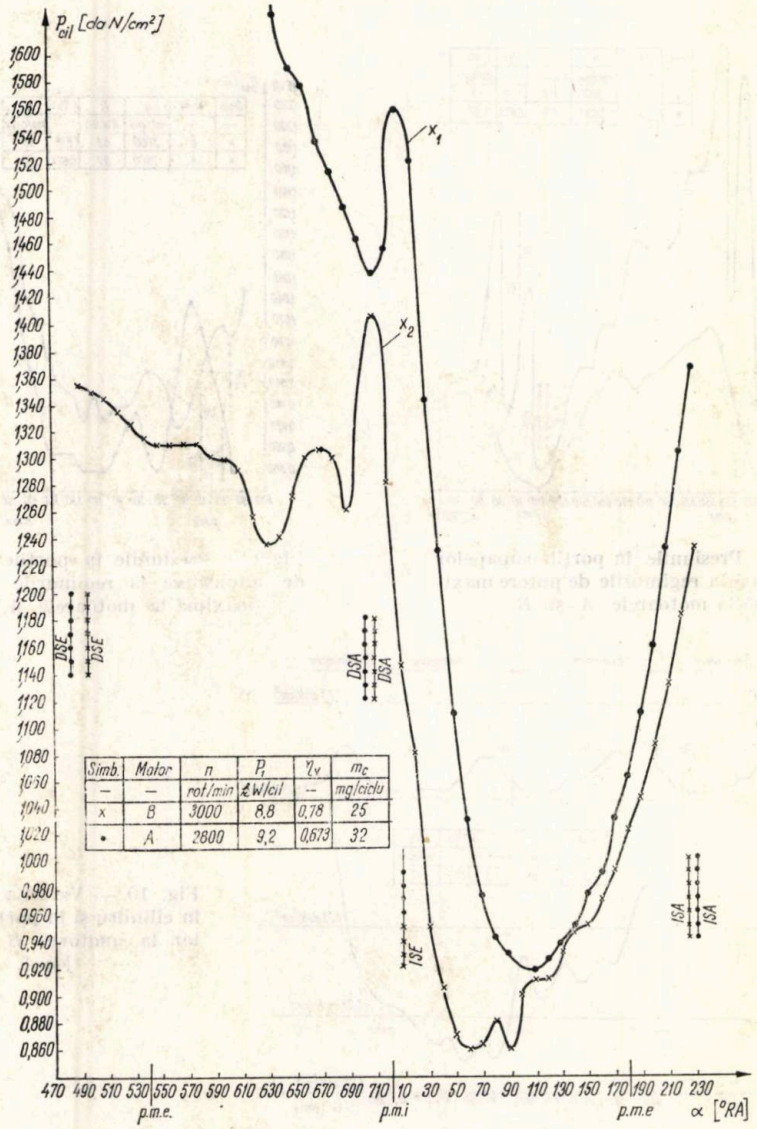


Fig. 7 — Presiunile în cilindru la regimurile de putere maximă la motorul *A* și *B*.

din figurile 11 și 13 atestă o curgere a fluidului proaspăt în sens direct pînă în apropierea momentului de închidere a supapei de admisiune. La *p.m.e.* presiunea din cilindru este 1,02 daN/cm², iar în poarta supapei este 1,08 daN/cm²; la 200° RA rezultă $p_{cil} = 1{,}07$ daN/cm² și $p_{psa} = 1{,}1$ daN/cm².

Rezultă astfel că, la turaţia de 2000 rot/min, deşi timpul disponibil pentru desfăşurarea procesului este mai mare decît la turaţia de 3000 rot/min, umplerea ar trebui să fie echivalentă pentru cele două turaţii, deoa-

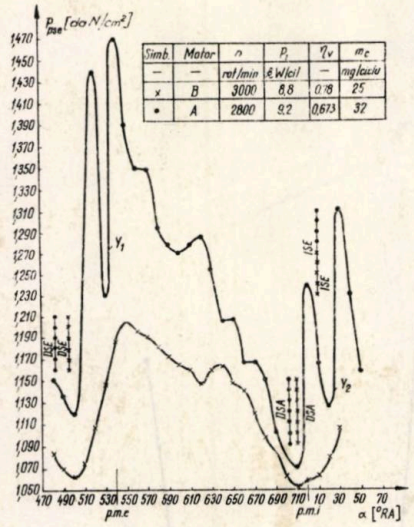


Fig. 8 — Presiunile în porţile supapelor de evacuare la regimurile de putere maximă la motoarele *A* şi *B*.

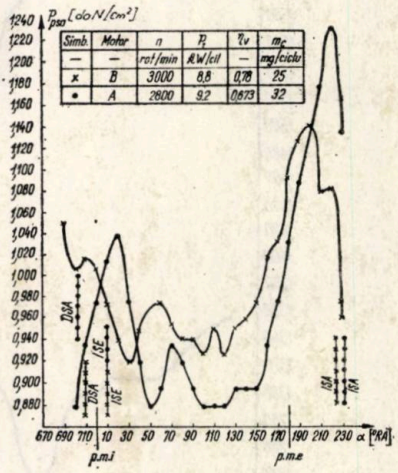


Fig.9 — Presiunile în porţile supapelor de admisiune la regimurile de putere maximă la motoarele *A* şi *B*.

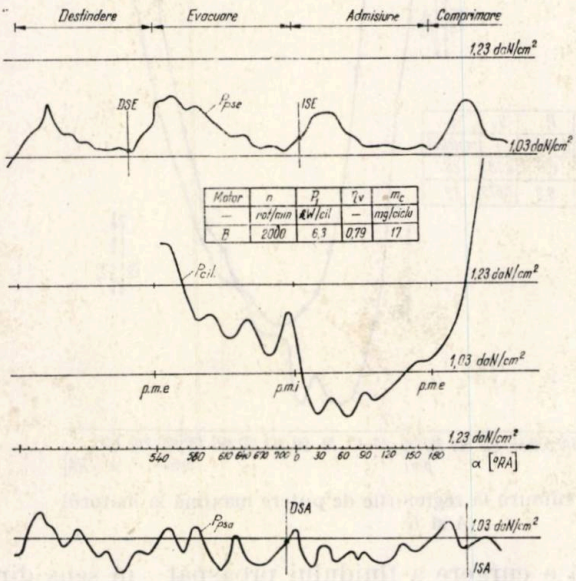


Fig. 10 — Variaţia presiunilor în cilindru şi în porţile supapelor la motorul *B* la turaţie joasă.

rece avantajul obţinut din efectul de timp la $n = 2000$ rot/min, este diminuat de apariţia fenomenului de curgere inversă. Concluzia este confirmată de măsurările de debit efectuate în timpul încercărilor. Astfel, s-a găsit

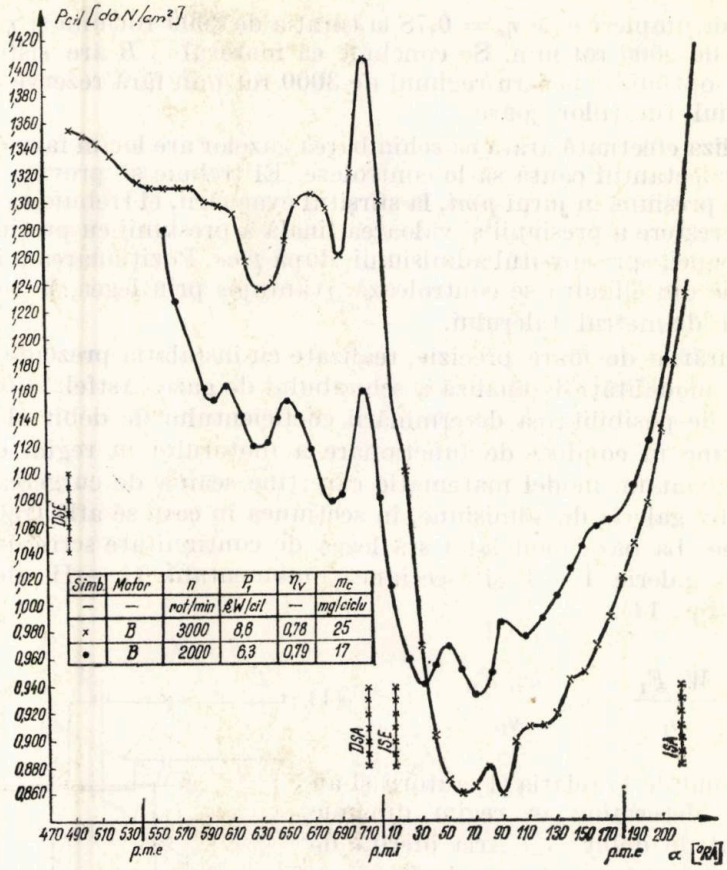


Fig. 11 — Presiunile în cilindru la motorul *B* la regimuri de turație diferită

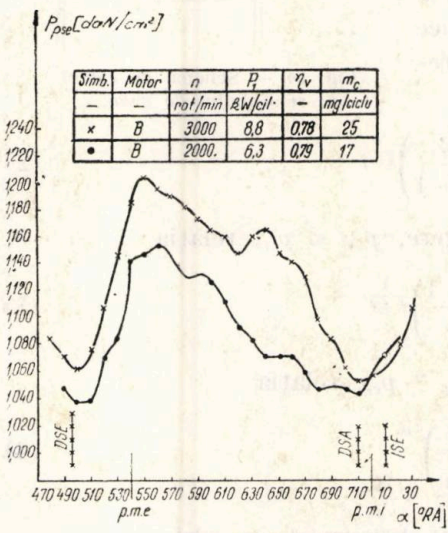


Fig. 12 — Presiunile în porțile supapelor de evacuare la motorul *B* la regimuri de turație diferită.

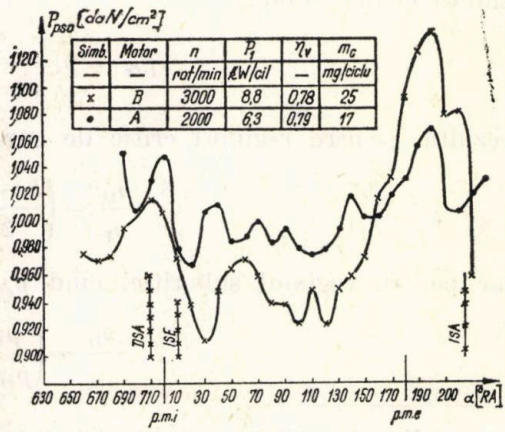


Fig. 13 — Presiunile în porțile supapelor de admisiune la motorul *B* la regimuri de turație diferită.

că gradul de umplere este $\eta_v = 0{,}78$ la turaţia de 3000 rot/min şi $\eta_v = 0{,}79$ la turaţia de 2000 rot/min. Se conchide că motorul *B* are sistemul de distribuţie optimizat pentru regimul de 3000 rot/min fără rezerve notabile în domeniul turaţiilor joase.

Analiza efectuată arată că schimbarea gazelor are loc în faze distincte pe care proiectantul caută să le controleze. El trebuie să prevină apariţia vîrfului de presiune în jurul *pmi*, la sfîrşitul evacuării, el trebuie să coreleze panta de creştere a presiunii şi valoarea finală a presiunii cu presiunea din poarta supapei, spre sfîrşitul admisiunii, după *pme*. Poziţionarea minimului de presiune din cilindru se controlează avantajos prin legea de ridicare a supapei şi diametrul talerului.

Măsurările de mare precizie, realizate cu instalaţia prezentată oferă mai multe modalităţi de analiză a schimbului de gaze. Astfel, autorii s-au preocupat de posibilitatea determinării coeficientului de debit al supapei de admisiune în condiţii de funcţionare a motorului în regim dinamic. Ei au imaginat un model matematic care ţine seama de curgerea nepermanentă din galeria de admisiune, în secţiunea în care se află traductorul de presiune. La baza modelului stă legea de continuitate scrisă între secţiunea din galerie I — I şi secţiunea momentată II — II oferită de supapă * (fig. 14).

$$\frac{W_{\mathrm{I}} F_{\mathrm{I}}}{v_{\mathrm{I}}} = \mu_{sa} \frac{w_{\mathrm{II}} F_{\mathrm{II}}}{v_{\mathrm{II}}} \qquad (1)$$

Pornind de la relaţia (1) autorii şi-au propus să determine în regim dinamic coeficientul de debit μ_{sa}. Aria oferită de supapa de admisiune F_{II} se calculează cu relaţiile cunoscute, în funcţie de ridicarea supapei [1]. Raportul volumelor specifice $v_{\mathrm{II}}/v_{\mathrm{I}}$ depinde de regimul de curgere. Presiunea critică fiind :

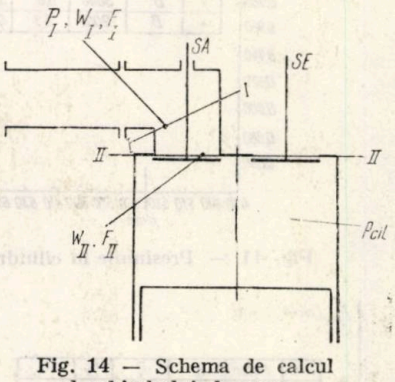


Fig. 14 — Schema de calcul al schimbului de gaze.

$$p_{cr} = p_{\mathrm{I}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \qquad (2)$$

rezultă, pentru regimul critic de curgere, $p_{cil} \leqslant p_{cr}$, relaţia

$$\frac{v_{\mathrm{II}}}{v_{\mathrm{I}}} = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \qquad (3)$$

iar pentru regimul subcritic, cînd $p_{cil} > p_{cr}$, relaţia

$$\frac{v_{\mathrm{II}}}{v_{\mathrm{I}}} = \left(\frac{p_{\mathrm{I}}}{p_{cil}} \right)^{1/k} \qquad (4)$$

* Notaţiile utilizate sînt prezentate separat, la începutul articolului.

Viteza de curgere a aerului în galeria de admisiune, în secțiunea I—I este definită de relația

$$w_{\mathrm{I}} = \frac{\sqrt{2(p_0 - p_{\mathrm{I}})/\rho_0}}{\sqrt{1 + 3a}}, \tag{5}$$

unde coeficientul de pierderi al traseului de admisiune ζ_a se determină experimental.

În fine, viteza W_{II} prin secția oferită de supapă se determină, în funcție de regimul de curgere, cu relația

$$W_{\mathrm{II}} = \sqrt{W_{\mathrm{I}}^2 + 1{,}66 \cdot 10^4 \frac{k}{k-1} \frac{T_{\mathrm{I}}}{M} \left[1 - \left(\frac{p_{cil}}{p_{\mathrm{I}}}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \tag{6}$$

pentru regimul subcritic, iar cu relația

$$W_{\mathrm{II}} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1} W_{\mathrm{I}}^2 + 1{,}66 \cdot 10^4 \frac{k}{k-1} \frac{T_{\mathrm{I}}}{M}} \tag{7}$$

pentru regimul critic.

Se admite inițial $T_{\mathrm{I}} = T_0$. Relațiile (2)...(7) asociate cu relațiile geometrice pentru secțiuni, permit determinarea coeficientului de debit μ_{sa} din relația (1), presiunile p_{I} și p_{cil} fiind mărimi determinate direct prin măsurare. Pentru a evidenția semnificația metodei propuse, s-a determinat μ_{sa} în regim staționar de curgere, utilizînd tehnicile cunoscute de măsură și de prelucrare a datelor [3].

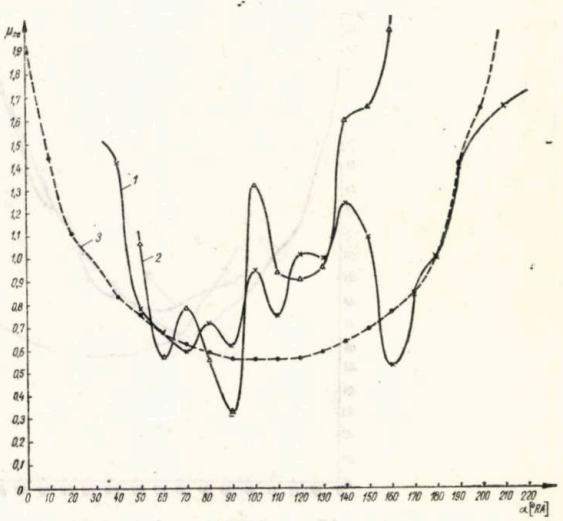


Fig. 15 — Coeficientul de debit al supapei de admisiune la motorul *B*, în regimul de putre maximă

1 — μ_{sa}, pentru o putere dezvoltată de 8,8 kW/cil; 2 — μ_{sa}, pentru o putere dezvoltată de 9,6 kW/cil; 3 — μ_{sa} în re gim staționar.

În figura 15 se arată variația coeficientului de debit μ_{sa} în regimul nominal de funcționare a motorului *B* și în regim simulat (staționar). Pentru a defini mai bine alura de variație a coeficientului μ_{sa} s-a aplicat

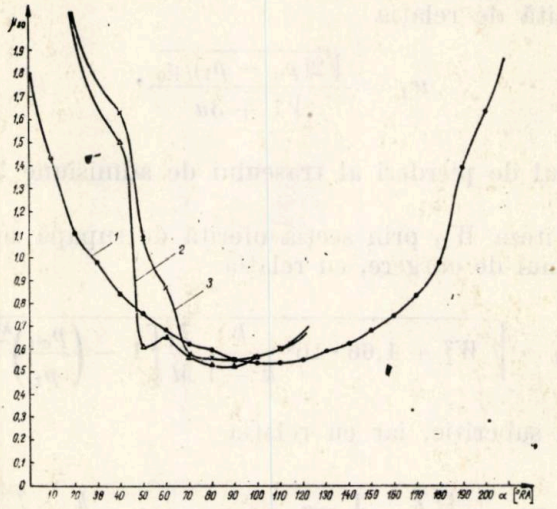


Fig. 16. — Coeficient de debit al supapei de admisiune la motorul *B*, pentru o putere. dezvoltată de 9,6 kw/cil ; 1 — μ_{sa} în regim staţionar ; 2 — μ_{sa} după prima netezire ; 3 — μ_{sa} după a doua netezire

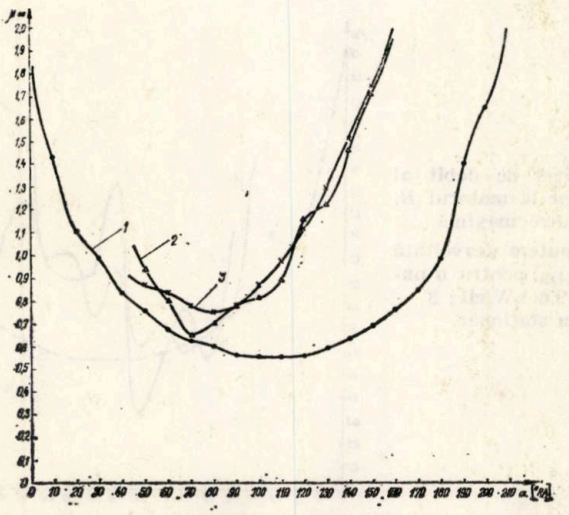


Fig. 17 — Coeficientul de debit al supapei de admisiune la motorul *B*, la turaţia de 2200 rot/min

1 — μ_{sa} în regim staţionar ; 2 — μ_{sa} după prima netezire ; 3 — μ_{sa} după a doua netezire.

curbelor obținute în regim dinamic un tratament matematic de netezire, în două etape [4]. Rezultatele sînt arătate în figurile 16, 17, 18, pentru diferite regimuri de funcționare a motorului *B*. Se constată că alura de variație se apropie de cea determinată în regim staționar, dar sub aspect cantitativ, există deosebiri care în plus, se modifică odată cu modificarea turației motorului. Astfel, pentru regimul nominal de funcționare coeficientul μ_{sa} are valori superioare în regimul dinamic de curgere. Pentru regimurile de turație și încărcare mai coborîte, valorile lui μ_{sa} determinate în regim dinamic, se apropie de cele determinate n regim staționar, în zona deschiderilor mari ale supapei.

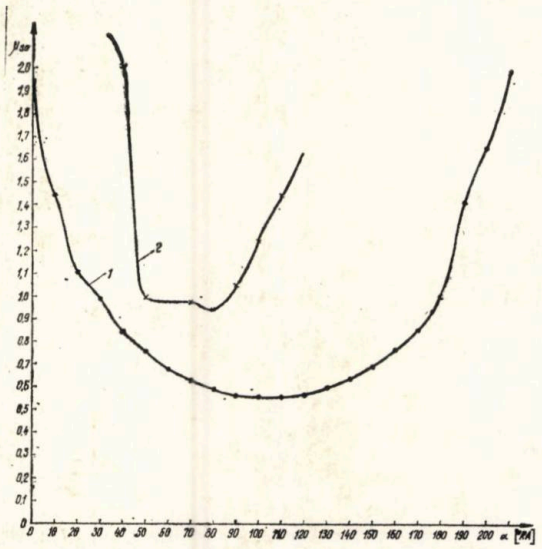


Fig. 18 — Coeficientul de debit al supapei de admisiune la motorul *B*, la turația de 2000 rot/min.
1 — μ_{sa} în regim staționar; 2 — μ_{sa} după prima neteizre.

Rezultatele obținute atrag atenția că încercările gazodinamice ale sistemelor de distribuție în regim staționar nu sînt suficiente pentru determinarea parametrilor care controlează schimbul de gaze. Pe de altă parte, se observă că metoda în regim dinamic trebuie perfecționată, deoarece ea nu permite determinarea coeficientului de debit la ridicări mici ale supapelor la începutul sau sfîrșitul admisiunii, cînd curgerea nu e declanșată, respectiv are loc în sens invers. Metoda de determinare propusă poate fi aplicată și pentru determinarea coeficientului de debit al supapei de evacuare.

BIBLIOGRAFIE

[1] *B. Grünwald, V. Gheorghiu*, Buletinul I.P.B. Seria Mecanică nr. 4, 1979.
[2] *P.H. Smith, J.C. Morison*, The Scientifical Design of Exhaust and Intake Systems, Londra, G.T. Foulis Co. LTD, 1971.
[3] *G. Thien*. Entwickungsarbeiten an Ventilkänalen von Viertakt — Dieselmotoren, Viena Österreichische Inginieur — Zeitschrift Jg. 8, 1965.
[4] *L.Z. Rumșiski*, Prelucrarea matematică a datelor experimentale, București, Editura Tehnică, 1974.

Experimental Researeh of Gaz Exehange in Internal Combustion Engines

The paper shows the results acquired upon investigating gaz exchange by using a highly accurate procedure which allows simultaneous recording of cylinder pressure and cylinder head intake and exhaust ducts pressures.

An original method is applied to determine the flow coefficient of the intake valve under dynamic conditions on the basis of pressure measurements.

The results thus obtained are contrasted with the results under stationary conditions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 621. 43: 611. 317

UNELE ASPECTE PRIVIND APARATURA DE INVESTIGAȚIE A PROCESELOR DE LUCRU DIN CILINDRII MOTOARELOR CU ARDERE INTERNĂ

D. TARAZA, GH. GRAMA *

În lucrare se prezintă cîteva circuite simple pentru realizarea unor traductoare și aparate electronice destinate măsurării cursei acului injectorului, a marcării poziției unghiulare a arborelui cotit și a punctului mort interior al mecanismului motor. De asemenea se prezintă metodica de utilizare a acestor traductoare împreună cu aparatura electronică universală în vederea asamblării unei instalații de cercetare experimentală a proceselor de lucru din motorul diesel. În acest mod se pot realiza economii importante evitîndu-se achiziționarea aparaturii specializate prin înlocuirea cu aparatură de uz general la care se adaugă traductoarele și circuitele a căror construcție este descrisă în lucrare.

Determinarea, pe cale experimentală, a modului în care variază principalii parametri caracteristici ai procesului de lucru din motor reprezintă o condiție esențială pentru orice activitate de cercetare în domeniul dezvoltării și perfecționării motoarelor cu ardere internă. Problema pe care o are de rezolvat inginerul specialist în domeniul motoarelor termice este aceea a alegerii celei mai adecvate aparaturi pentru măsurarea parametrilor care îl interesează. Prin formația sa, inginerul motorist nu este un specialist în domeniul electronicii și în consecință el va fi tentat să caute o aparatură specializată pentru fiecare tip de măsurătoare în parte. Datorită ponderii pe care o ocupă construcția de motoare, în ansamblul industriei construcțiilor de mașini, cercetătorului motorist îi vor fi oferite instrumente specializate pentru măsurarea marii majorități a mărimilor care îl interesează. Trebuie ținut cont, însă, de faptul că ponderea aparaturii specializate pentru motoarele cu ardere internă este infimă în ansamblul industriei constructoare de aparatură electronică. De aici decurg principalele desavantaje ale utilizării unei asemenea aparaturi specializate : prețul

Manuscris predat redacției la data de 25 octombrie 1979
* Conf. dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing. Catedra Motoare cu ardere internă

foarte ridicat pentru o aparatură de calitate sau calitate și grad de precizie modeste pentru o aparatură accesibilă la prețuri mai acceptabile. Acestor desavantaje li se adaugă și faptul că aparatura astfel procurată nu poate fi folosită decît pentru un anumit tip de măsurare. De exemplu, dacă se procură o aparatură specializată pentru ridicarea diagramelor indicate, osciloscopul respectiv nu va putea fi utilizat în mod corespunzător decît pentru diagrame indicate, reprezentarea altor mărimi necesitînd alt osciloscop și altă aparatură. În afară de faptul că acest mod de a proceda este neeconomic, el este în același timp și inadecvat scopurilor cercetării, care reclamă, de regulă, reprezentarea tuturor mărimilor măsurate, în mod corelat, pe ecranul tubului catodic aparținînd unui singur osciloscop.

În consecință, atunci cînd se dorește procurarea unei aparaturi destinate ridicării diagramei indicate (măsurarea în regim dinamic a presiunii), este rațional să se achiziționeze numai traductorul de presiune împreună cu cablul și preamplificatorul adecvat. În acest caz, pentru reprezentarea diagramei indicate poate fi folosit un osciloscop universal care este procurat la un preț mai redus decît cel aparținînd instalației specializate și care în plus asigură o precizie superioară și o flexibilitate mult sporită în utilizare. Cu ajutorul amplificatoarelor cu comutator electronic, care constituie de asemenea un echipament universal obișnuit al unor asemenea osciloscoape se pot reprezenta în mod curent 2 pînă la 4 mărimi variabile pentru un osciloscop prevăzut cu tub catodic cu un singur tun electronic. Intrările unui asemenea amplificator, caracterizate printr-o valoare ridicată a impedanței de intrare (de regulă 1 MΩ), permit accesul tuturor semnalelor ce provin de la alte aparate de măsură și care se doresc reprezentate simultan pe ecran.

În investigarea procesului de lucru din motorul cu aprindere prin comprimare este necesar să poată fi urmărite, simultan, variația a patru mărimi : presiunea gazelor din cilindru, ridicarea acului injectorului, derivata în raport cu timpul a variației de presiune din cilindru și poziția arborelui cotit al motorului.

Dispunînd de un osciloscop prevăzut cu comutator electronic la amplificatorul de intrare pe verticală și de un traductor de presiune împreună cu preamplificatorul său, este descrisă în continuare construcția unor aparate relativ simple care să permită reprezentarea simultană pe aceeași oscilogramă a celor patru mărimi precizate anterior.

Pentru măsurarea ridicării acului injectorului, în vedrea determinării cu precizie a momentului de început a injecției, a duratei acesteia și a înălțimii de ridicare a acului, traductorul care poate fi realizat în condițiile cele mai simple, cu sensibilitatea cea mai mare și cu gradul de precizie cel mai ridicat este cel de tip inductiv.

Un asemenea traductor poate fi realizat sub forma unei bobine cu două înfășurări practicate în sens invers ($L_1 = 50$ spire, $L_2 = 50$ spire) pe o carcasă din material plastic. În prelungirea tijei care comandă acul injectorului se fixează prin alămire o bucată de sîrmă din fier moale de $Ø = 1{,}5$ mm. Poziția relativă optimă (corespunzătoare sensibilității maxime) între bobina traductorului și tija care se deplasează împreună cu acul injectorului se poate regla cu ajutorul unui dispozitiv de prindere cu filet fin și asigura cu o contrapiuliță (figura 1). Ansamblul traductorului montat pe injector este prezentat în figura 1.

Schema de principiu a aparatului destinat să lucreze împreună cu traductorul este reprezentată în figura 2.

Bobina traductorului formează, împreună cu un condensator C 1 de 0,1 μF, un circuit oscilant plasat între baza și emitorul tranzistorului T 1 de tipul BC 171 B. Circuitul astfel realizat reprezintă un oscilator de tip Hartley cu cuplaj prin autotransformator. Dioda D1 de tipul EFD 110

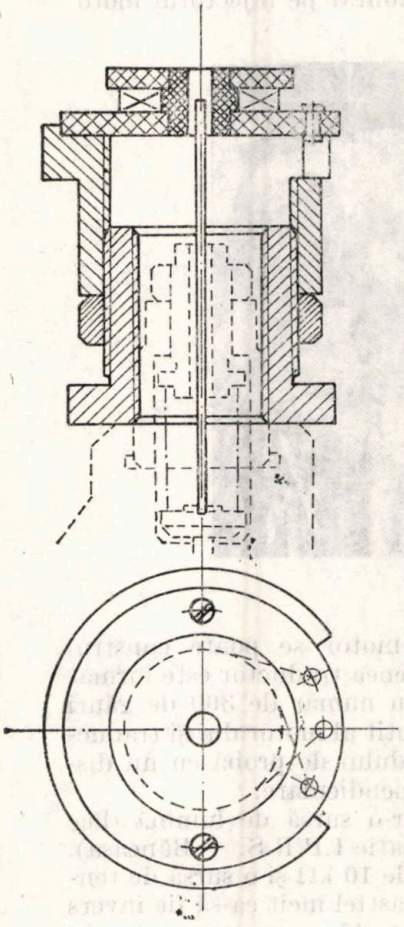


Fig. 1

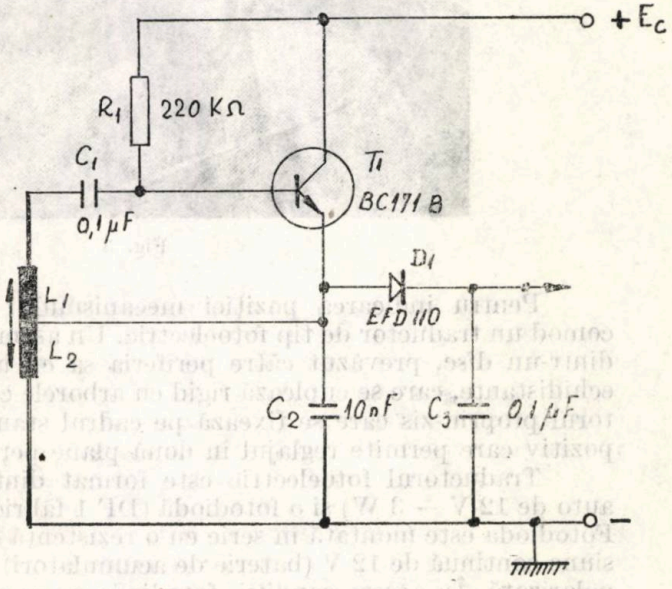


Fig. 2

servește drept demodulator, iar condensatorul C3 din circuitul filtrului trece jos atenuează resturile de purtătoare, precum și armonicele acesteia astfel încît, la ieșire, să se obțină un semnal reprezentînd cu fidelitate mărimea de măsurat. Sarcina acumulată de condensatorul C 2 este funcție de curentul de emitor care, la rîndul lui, depinde de pierderile circuitului oscilant. La pătrunderea tijei de fier moale în interiorul bobinei traductorului (L 1 și L 2 au cîte 50 spire), pierderile prin fier cresc, fapt care antrenează scăderea amplitudinilor oscilațiilor.

Datorită valorilor reduse ale inductanței și capacității ce formează circuitul oscilant, se obține o frecvență relativ mare de oscilație (cca. 500 kHz), fapt care determină o comportare dinamică excelentă a traductorului, făcîndu-l apt să lucreze la viteze mari de deplasare a acului injectorului. Traductorul astfel construit asigură o sensibilitate de cca. 2 V/mm și o eroare de neliniaritate inferioară lui 1 % pentru un domeniu de măsurare de 1 mm.

În figura 3 este reprezentat traductorul montat pe injectorul motorului D 12.

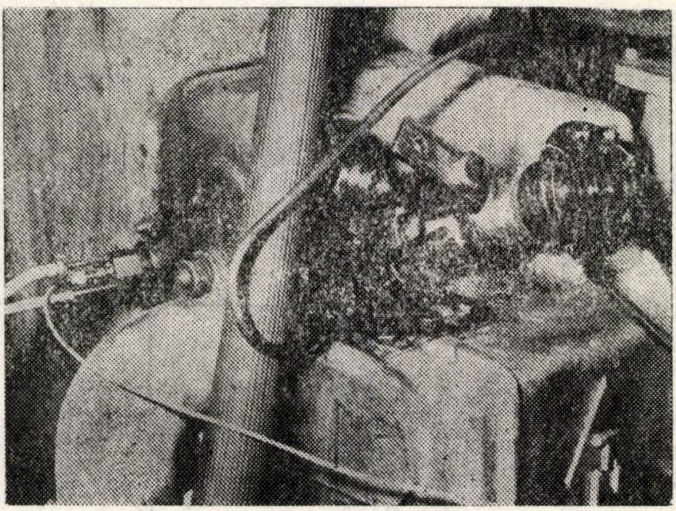


Fig. 3

Pentru indicarea poziției mecanismului motor se poate construi comod un traductor de tip fotoelectric. Un asemenea traductor este format dintr-un disc, prevăzut către periferia sa cu un număr de 360 de găuri echidistante, care se cuplează rigid cu arborele cotit al motorului și traductorul propriu-zis care se fixează pe cadrul standului de probă cu un dispozitiv care permite reglajul în două plane perpendiculare.

Traductorul fotoelectric este format dintr-o sursă de lumină (bec auto de 12 V — 3 W) și o fotodiodă (DF 1 fabricație I.P.R.S. — Băneasa). Fotodioda este montată în serie cu o rezistență de 10 kΩ și o sursă de tensiune continuă de 12 V (baterie de acumulatori) astfel încît ea să fie invers polarizată. În aceste condiții, fotodioda se comportă ca un comutator în poziția „deschis", atîta timp cît ea nu este luminată. În momentul în care fotodioda primește un flux de lumină, ea devine bună conducătoare, comportîndu-se de astă dată ca un comutator în poziția „închis". Astfel, ori de cîte ori, la rotirea arborelui cotit, un orificiu al discului intersectează axul optic al sistemului bec-fotodiodă, se generează un impuls de tensiune la bornele rezistenței.

Pe disc a mai fost practicat, la o altă distanță radială, un orificiu unic care lucrează în raport cu un al doilea traductor realizat similar cu cel descris anterior. Cele două traductoare sînt montate pe un suport comun în conformitate cu schița prezentată în figura 4.

Suportul traductoarelor este fixat cu ajutorul dispozitivului de reglaj astfel încît în momentul în care, în cilindrul considerat, pistonul se găsește în poziție de punct mort interior, orificiul unic al discului permite accesul fluxului luminos pe traductorul corespunzător. Reglarea acestei poziții se face conectînd traductorul cu un aparat de măsură și detectînd momentul în care se produce saltul de tensiune.

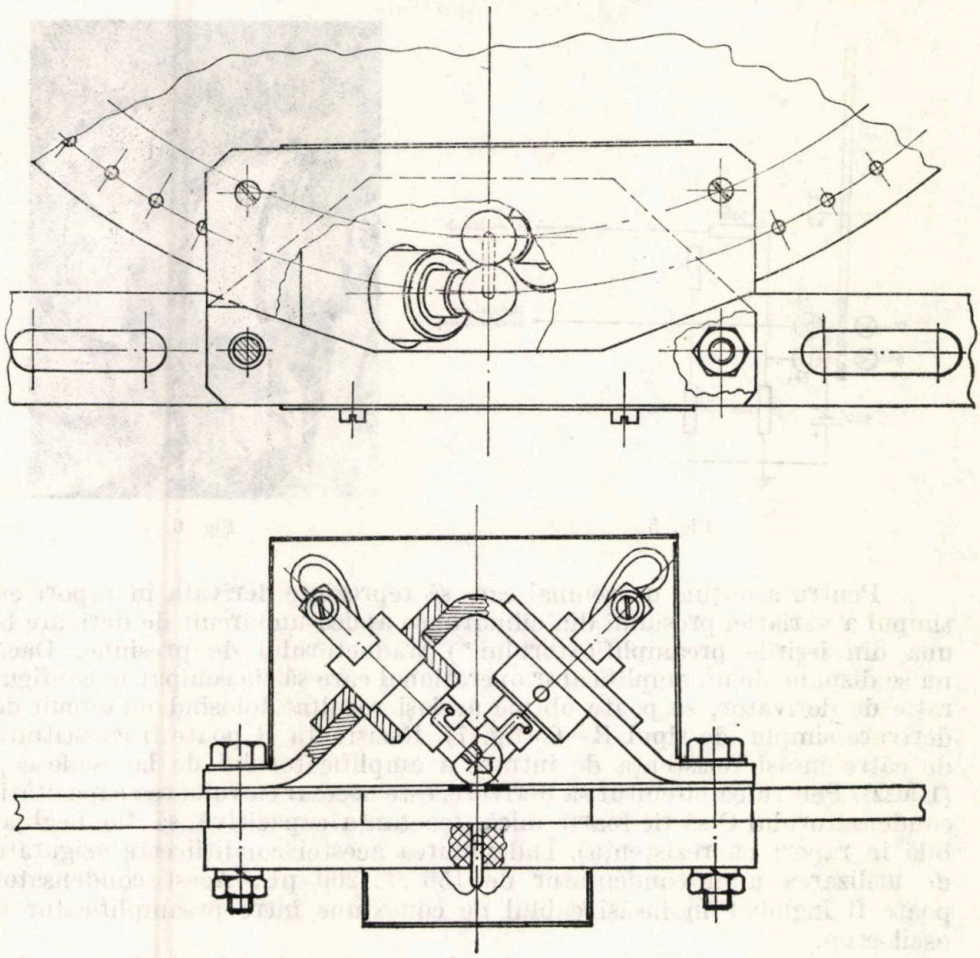


Fig. 4

Se obțin în acest fel doi traductori : unul care generează cîte un impuls la fiecare rotație cu 1° a arborelui cotit și al doilea care generează cîte un impuls la fiecare rotație completă a arborelui cotit și anume atunci cînd mecanismul se află în poziția de punct mort interior. Cele două traductoare se cuplează între ele prin intermediul unui divizor de tensiune realizat cu două rezistențe a cîte 10 kΩ fiecare. Semnalul obținut la ieșirea din traductorul de punct mort este folosit la declanșarea bazei de timp a osciloscopului, în vederea sincronizării imaginii pe ecranul tubului catodic.

În acelaşi timp, acest semnal este suprapus, prin intermediul divizorului de tensiune, peste semnalul furnizat de traductorul de unghi de rotaţie. La ieşirea din acest traductor se va obţine astfel, prin divizorul de tensiune, cîte un impuls de cca 6 V la fiecare rotaţie cu cîte un grad a arborelui cotit şi un impuls de cca. 12 V atunci cînd mecanismul motor trece prin poziţia de punct mort interior. În figura 5 este prezentată schema de principiu a traductorului, iar în figura 6 traductorul montat pe motor.

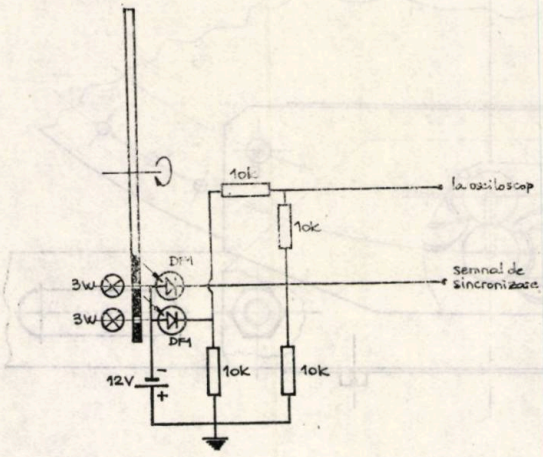


Fig. 5

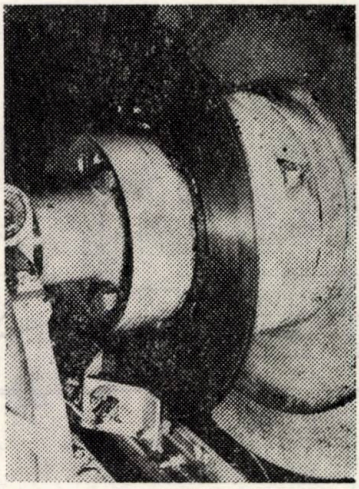


Fig. 6

Pentru a obţine un semnal care să reprezinte derivata în raport cu timpul a variaţiei presiunii din cilindru, se aplică un circuit de derivare la una din ieşirile preamplificatorului *) traductorului de presiune. Dacă nu se dispune de un amplificator operaţional care să fie echipat în configuraţie de derivator, se poate obţine acelaşi rezultat folosind un circuit de derivare simplu, de tipul R—C (fig. 7). Rezistenţa R poate fi constituită de către însăşi rezistenţa de intrare a amplificatorului de la osciloscop (1 MΩ). Pentru ca circuitul să deriveze, este necesar ca valoarea capacităţii condensatorului C să fie foarte mică (reactanţa capacitivă să fie neglijabilă în raport cu rezistenţa). Îndeplinirea acestei condiţii este asigurată de utilizarea unui condensator de 150 ... 200 pF. Acest condensator poate fi înglobat în însăşi cablul de conexiune între preamplificator şi osciloscop.

Rezultatele obţinute cu ajutorul aparaturii descrise în lucrare sînt ilustrate prin oscilograma reprezentată în fig. 8.

Pentru măsurarea presiunii, a fost utilizat un traductor KISTLER tip 601 H conectat cu un preamplificator KISTLER tip 5001. Semnalele au fost reprezentate pe un osciloscop TEKTRONIX tip 561 B echipat cu un amplificator cu comutator electronic de tip 3 A 74 şi cu o bază de timp de mare precizie tip 3 B 3. Sincronizarea imaginii pe ecranul tubului

* De regulă preamplificatoarele, care lucrează cu traductori de presiune, sînt prevăzute cu două ieşiri : una de tensiune, cealaltă de curent.

catodic a fost comandată cu semnalul generat de traductorul de punct mort, iar pentru poziţionarea pe ecran a porţiunii dorite din diagramă s-a

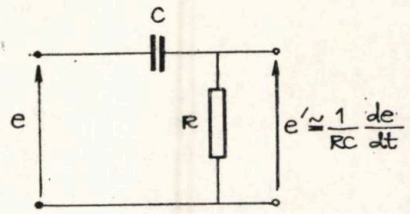


Fig. 7

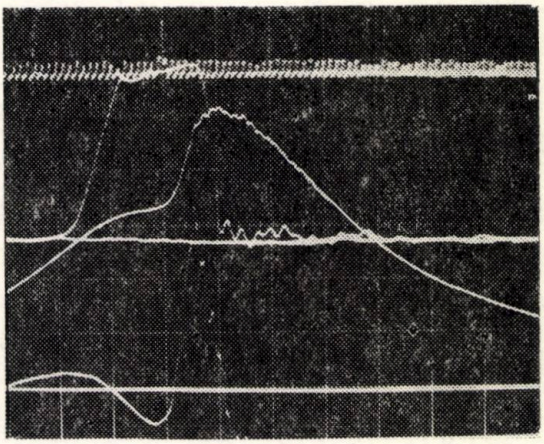


Fig. 8

folosit declanşatorul cu întîrziere reglabilă cu care este echipată baza de timp a osciloscopului.

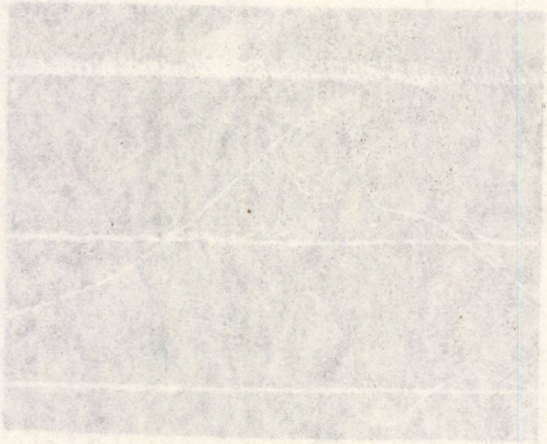
BIBLIOGRAFIE

[1] *Taraza D.*, Contribuţii la studiul autoaprinderii cu motorul cu aprindere prin comprimare. Teza de doctorat, Institutul Politehnic Bucureşti — 1975.

[2] *Apostolescu N., Taraza D.*, Bazele cercetării experimentale a maşinilor termice. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti — 1979.

Some Aspects Concerning the Instrumentation Used in Experimental Research of the Working Processes in Internal Combustion Engines

The paper presents some simple networks used for obtaining transducers and the adequate electronic equipment in order to measure the injector needle dispacement, to locate the angular position of the crankshaft and its correlation with the top dead center position of the reciprocating mechanism. At the same time it points out the method of utilization of these transducers together with general purpose electronic equipment in order to obtain a measuring instalation for investigating working processes in a diesel engine. The described procedure allows one to obtain important economies through the replacement, of inexpensive specialized equipment by general purpose one together with the transducers whose construction is given in the paper.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

AERONAVE

C.Z.: 629. 136. 3
621. 434

DETERMINAREA PRESIUNII ÎN MOTOARE RACHETĂ PENTRU OBȚINEREA UNUI PLAFON MAXIM

DAN RUGESCU*

Influența pe care o are presiunea din camera de ardere asupra plafonului este discutată pentru rachetele de sondaj cu combustibil lichid dotate cu sistem de alimentare prin dislocare. Sînt introduse și comparate cîteva criterii de eficiență pentru calculul valorilor optime ale presiunii care conduc la atingerea plafonului maxim, pe baza simulării pe calculator a zborului vertical.

Alegerea optimă a presiunii din camera de ardere, la proiectarea unui motor rachetă, trebuie făcută în raport cu destinația rachetei pe care motorul va fi utilizat. În cazul rachetelor de sondaj presiunea în motor se poate alege astfel încît, de exemplu, plafonul atins în zbor să fie maxim în condițiile păstrării constante a raportului sarcinii utile. Acest lucru se poate realiza numai printr-o soluție de compromis, datorită influenței diferite a presiunii p asupra factorilor determinanți ai plafonului.

Principalele condiționări

Calculele numerice arată că plafonul are, în raport cu presiunea din camera motorului, un maxim pronunțat, pentru a cărui evidențiere este suficientă simularea zborului ascensional al rachetei, considerată punct material, ținînd însă seama de procesele termochimice din motor și a dimensionării globale a rachetei. Existența acestui extremum se datorează efectului opus pe care îl are valoarea presiunii p asupra impulsului specific al motorului și asupra masei rachetei.

Impulsul specific crește odată cu p, tinzînd către viteza limită de curgere a gazelor prin ajutaj w_{lim}, chiar în cazul prezenței disocierii termice. În ipoteza curgerii înghețate expresia impulsului specific la decolare este

$$I_{sp}^{\circ} = W_e(p_c) + \frac{R_c T_c}{W_e(p_c)} \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left(1 - \frac{p_a^{\circ}}{p_e}\right)$$

Manuscris predat redacției la data de 21 septembrie 1979
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Aeronave

în care

$$W_e(p_e) = W_{\lim}\sqrt{1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}}$$

$$W_{\lim} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}R_e T_c}$$

p_e = presiunea la ieşirea din ajutaj,

p_a° = presiunea atmosferică la sol.

Din relaţie rezultă evident expresia limită a impulsului I_{sp}°.

$$\lim_{p_c \to \infty} I_{sp}^\circ = W_{\lim}$$

Cum performanţele rachetei sporesc odată cu creşterea impulsului specific, s-ar părea că este de dorit să se adopte valori cît mai mari pentru presiunea din motor.

Totuşi trebuie să se ţină seama că odată cu creşterea presiunii p_c sporeşte masa pasivă a rachetei M_r sau, în anumite cazuri, scade simultan masa de combustibil M_c. Acest lucru are un efect negativ asupra performanţelor rachetei. Alegerea optimă a presiunii trebuie să se facă prin adoptarea unui compromis în raport cu aceste două aspecte.

Criterii de eficienţă

Plafonul de zbor al rachetei se poate obţine integrînd numeric ecuaţia de mişcare prin simularea pe calculator a zborului vertical al rachetei. Se ajunge astfel la o problemă de optimizare numerică cu un singur parametru p_c. Pentru această problemă s-a construit programul de calcul SZV-2 în care ecuaţia de mişcare

$$\dot{v} = -\frac{\dot{m}}{M_0}\mu(t)\,(I_{sp}^v - A e_{sp}\, p_a) - \frac{\rho_0}{2}e^{-\frac{h}{H}}\frac{S}{M_0}\mu(t)v^2 C_x(M) - g$$

este integrată simultan prin metodele Euler şi Runge-Kutta de ordin IV. În program sînt cuprinse şi aspectele necesare ale dimensionării globale a rachetei.

Simularea zborului s-a făcut pentru cazul debitului constant de combustibil, situaţie care prezintă o importanţă particulară [1]. Pentru coeficientul de rezistenţă frontală $C_x(M)$ s-au reţinut ca fiind potrivite cazului studiat datele obţinute din zborurile experimentale ale rachetelor de sondaj „Sandhawk" şi „Dualhawk" [2]. Interpretînd aceste rezultate s-au construit două subprograme de calcul al funcţiilor $C_{xA}(M)$ şi $C_{xP}(M)$ pe porţiunea activă respectiv pasivă a traiectoriei de zbor.

Traiectoria activă :

$M \leqslant 0{,}825 \qquad C_{xA} = 0{,}01818182 \cdot M + 0{,}52$

$M \leqslant 1 \qquad C_{xA} = 2{,}2\ M - 1{,}28$

$M \leqslant 2{,}108 \qquad C_{xA} = 1{,}128 - 0{,}208 \cdot M$

$M > 2{,}108 \qquad C_{xA} = 1{,}1262 \cdot M^{-0{,}66}$

Traiectoria pasivă :

$M \leqslant 0{,}85 \qquad C_{xP} = 0{,}0235 \cdot M + 0{,}63$

$M \leqslant 1 \qquad C_{xP} = 3 \cdot M - 1{,}9$

$M \leqslant 2 \qquad C_{xP} = 1{,}37 - 0{,}27 \cdot M$

$M > 2 \qquad C_{xP} = 1{,}37 \cdot M^{-0{,}715}$

Formulele de aproximare dau rezultate foarte apropiate de datele de referință (Fig. 1).

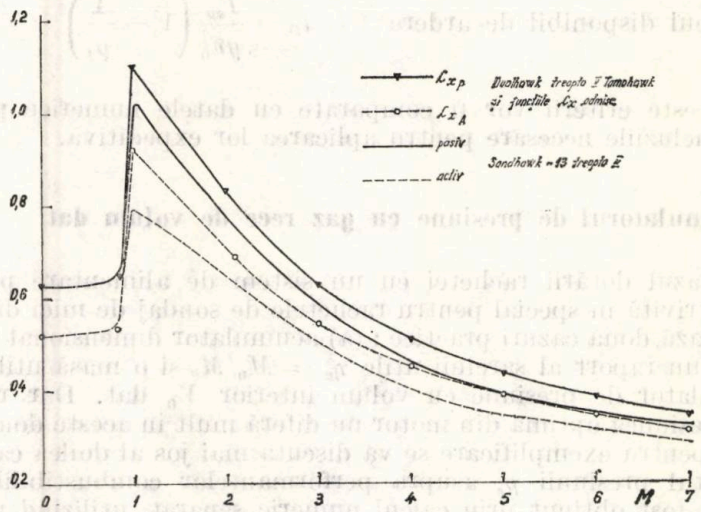


Fig. 1. Coeficienții C_{xA} și C_{xP} în funcție de numărul Mach.

În program s-au admis. pentru sporirea vitezei de calcul, dependențe exponențiale ale presiunii și densității atmosferice în raport cu înălțimea, apropiate de atmosfera standard [4]

$$p_0 = 1{,}01325 \qquad H_p = 6993$$

$$\rho_0 = 1{,}229 \qquad H_\rho = 9259$$

iar pentru viteza sunetului s-a construit subprogramul de interpolare conform aceloraşi date. Rulat pe calculatorul CDC—3500 programul SZV—2 permite integrarea unei traiectorii de zbor prin cca. 1000 de paşi, cu afişare în 100 de paşi, într-un timp net de cca. 1 minut.

În fazele de studiu preliminar ale proiectării este însă de dorit să se poată evita prelucrarea numerică de durată, prin utilizarea unor formule analitice, cel puţin aproximative.

Pentru problema de optimizare expusă se pot folosi următoarele criterii de eficienţă :

viteza ideală în vid $W^* = I^v_{sp} \ln \mu_f$

Viteza ideală adaptată $W^*_A = W_e \ln \mu_f$

funcţia de eficienţă I $E_1 = \dfrac{I^A_\Sigma}{M_f} = W_e(\mu_f - 1)$

funcţia de eficienţă II $E_2 = \dfrac{I^A_\Sigma}{M_0} = W_e\left(1 - \dfrac{1}{\mu_f}\right)$

timpul disponibil de ardere $t_D = \dfrac{I^\circ_{sp}}{g n_0}\left(1 - \dfrac{1}{\mu_f}\right)$

Aceste criterii vor fi comparate cu datele numerice pentru a se obţine concluziile necesare pentru aplicarea lor expeditivă.

Acumulatorul de presiune cu gaz rece de volum dat

În cazul dotării rachetei cu un sistem de alimentare prin APG, soluţie potrivită în special pentru rachetele de sondaj de mici dimensiuni, se conturează două cazuri practice : (a) acumulator dimensionat prin optimizare la un raport al sarcinii utile $\eta_u = M_0/M_u$ şi o masă utilă date, şi (b) acumulator de presiune cu volum interior V_0 dat. Dar rezultatele privind presiunea optimă din motor nu diferă mult în aceste două situaţii. De aceea pentru exemplificare se va discuta mai jos al doilea caz practic.

Efectul presiunii p_c asupra performanţelor combustibililor lichizi stocabili a fost obţinut prin calcul numeric separat, utilizînd programul „MRG—3" o dezvoltare a metodicii prezentate în [5]. Astfel viteza de ieşire w_e şi secţiunea specifică $a_{e_{sp}}$, în formă CARD-OUTPUT, s-au introdus direct în programul „SZV—2".

În ce priveşte efectul presiunii asupra masei rachetei, s-au admis pentru început dependenţe liniare ale presiunilor diverselor nivele ale sistemului de alimentare cu combustibil,

$$p_r = p_c + (a + b \cdot p_c), \qquad p_{bf} = p_r + \Delta p_{\text{red}} + \Delta p_{\text{arm}},$$

$$\Delta p_{\text{red}} = a' + b' p_r.$$

Pentru domeniul presiunilor mici din motor, sub 15 bar, s-au adoptat valorile constante $a = 5$, $b = 0{,}4$, și $a' = 5$, $b' = 0{,}1$ și $\Delta p_{arm} = 1$.

Volumul de combustibil astfel dislocabil, precum și masa acestuia, devin funcții de presiunea p_c prin relația [6]

$$V_D = V_0 \frac{p_0 - p_{bf}}{n p_r}, \qquad M_c = \rho_c V_D, \qquad \rho_c = \frac{x + 1}{\frac{x}{\rho_{QX}} + \frac{1}{\rho_{CARB}}}$$

unde ρ_c este densitatea globală a combustibilului lichid, n este exponentul politropic al gazului din acumulator și p_0 este presiunea inițială din acumulator.

Rezervoarele de combustibil, ca recipiente cu pereți subțiri, constituind în acest caz și structura rachetei, au masa

$$M_{rez} = (1 + \nu)\left(\frac{\rho}{\sigma_r} c\right)_m V_D \Lambda p_r,$$

unde ν s-a introdus pentru a ține seama de prezența pe rezervoare a unor armături și pentru estimarea efectului pernei de gaz din rezervoare, iar factorul de formă Λ este reprezentat în fig. 2.

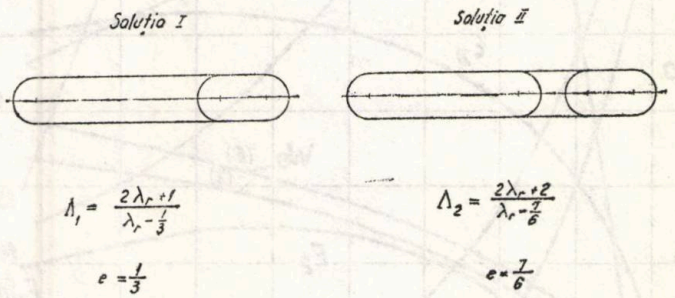


Fig. 2. Factorul masic de formă al rezervoarelor.

Tot o expresie a alungirii blocului de rezervoare $\lambda_r = l_r/D_r$ este și penetrabilitatea balistică a rachetei S/M_0,

$$\frac{S}{M_0} = \sqrt[3]{\frac{\pi V_D^2}{4(\lambda_r - e)^2}} \cdot \frac{1}{M_0}$$

unde constanta e depinde de tipul blocului de rezervoare.

Notînd prin M_{f1} partea nedepinzătoare de presiune a masei finale a rachetei, se obține expresia acestei mase

$$M_f = M_{f1} + (\sigma_1 + \sigma_2 p_c) M_c$$

unde

$$\sigma_1 = (1 + \nu)\left(\frac{\rho}{\sigma_r} c\right)_m \frac{1}{\rho_c} \Lambda \cdot a \qquad \text{şi} \qquad \sigma_2 = \frac{\sigma_1}{a}(1 + b).$$

Aceste relaţii au fost incluse în programul de calcul „SZV—2" cu valorile numerice concrete ale APG $V_0 = 8$ litri, $M_{f_1} = 21$ kg şi $p_0 = 150 + 200$ bar azot. Pentru o construcţie sudată a rezervoarelor din oţel inoxidabil „W—4541" s-a admis coeficientul de siguranţă 2, pentru

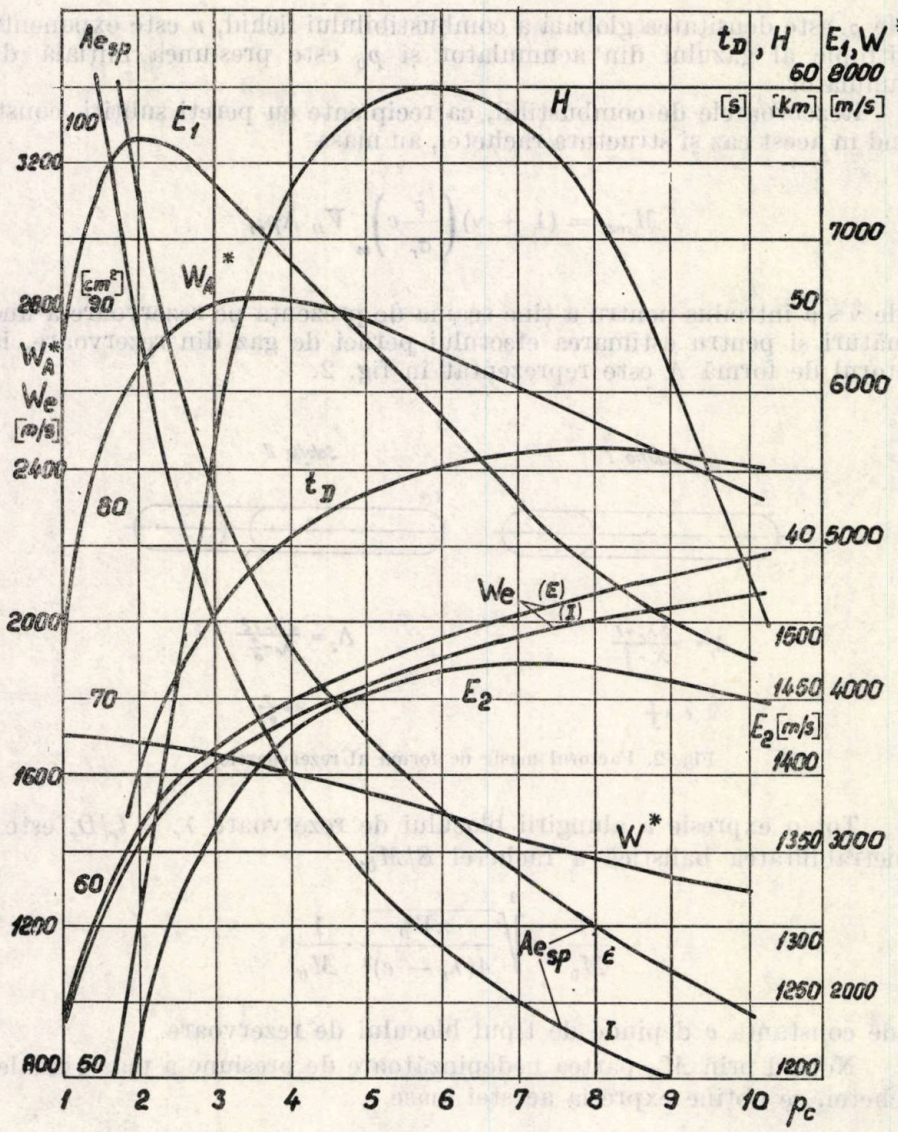


Fig. 3. Presiunea optimă în camera de ardere.

$\nu = 0{,}02$ și tipul II pentru blocul de rezervoare. În program se decide ca atîta timp cît diametrul balonului $D_B = 190$ mm impune $\lambda_r < 10$ să se adopte pentru rachetă același diametru,dar peste această limită $\lambda_r = 10$ se păstrează alungirea constantă și deci un diametru variabil al rachetei.

Influența presiunii p_e asupra plafonului, așa cum s-a obținut și este dată în graficul fig. 3, corespunde unei accelerații la decolare de 2g și utilizării combustibilului HNO_3 98% + Petrol la $\alpha = 0{,}9$.

În calcularea funcțiilor de eficiență s-a exprimat raportul de masă al rachetei în forma

$$\mu_f = 1 + \frac{1}{\dfrac{M_{f_1}}{\varrho_e V_0 \dfrac{r_0 - r_{bf}}{np_r}} + \sigma_1 + \sigma_2 p_e}$$

Programul „MRG—3" a fost rulat pentru o presiune optimă la ieșirea din ajutaj $p_e = 0{,}6$ bar [7].

Concluzii

Pentru exemplul numeric analizat, tipic categoriei de rachete de mici dimensiuni cu combustibil lichid, se constată că maximul plafonului H în raport cu p_e este foarte evident. Valoarea optimă $p_e = 8$ bar este aproape identică cu rezultatul prezentat în [8] pentru o treaptă superioară de rachetă purtătoare ($p_e = 7{,}5$ bar), de asemenea apropiată de valoarea de 7 bar adoptată în cazul motoarelor modulului lunar „Apollo". în toate aceste exemple fiind vorba tot de sisteme de alimentare prin dislocare.

În ce privește reflectarea rezultatelor optimizării de către criteriile de eficiență, diagrama din fig. 3 arată că numai funcția E_2 și timpul disponibil t_D conduc la rezultate apropiate de cele furnizate de calculul numeric. Se observă deasemenea că utilizarea vitezei ideale în vid W^* în acest caz este nepotrivită pentru aprecierea performanțelor.

Se constată astfel că analiza numerică detaliată, axată pe luarea în considerare a interferenței mecanică-termochimie-dimensionare conduce la obținerea unei valori optime bine conturate a presiunii din camera de ardere a motorului rachetei de sondaj alimentată prin dislocare. Pentru proiectare expeditivă se recomandă, în această problemă expresiile de eficiență t_D și E_2.

BIBLIOGRAFIE

[1] *D. Rugescu*, Buletinul I.P.B. seria Mecanică, Nr. 3/1979. București.
[2] *G.G. Wilson, W.A. Millard*, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 8 Nr. 7 July 1971, New York.
[3] *C. Guță, D. Rugescu*, Obținerea plafonului maxim prin alegerea optimă a presiunilor în motorul rachetelor de sondaj, comunicare la Sesiunea Comisiei de Astronautică a Academiei R.S.R. 13—14.12.1974.
[4] *Ed. Wolff*, Spacecraft Technology, Spartan Books, 1962, Washington.

[5] *C. Guță, D. Rugescu,* Buletinul I.P.B., seria Mecanică, Nr. 1/1977, București.
[6] *D. Rugescu,* Asupra volumului dislocabil de combustibil la rachetele cu APG, în apariție Buletinul I.P.B.
[7] *D. Rugescu,* Îndrumar de proiectare a motoarelor rachetă, Catedra Aeronave și instalații de bord, I.P.B.
[8] *H.H. Koelle, D.E. Koelle,* Theorie und Technik der Raumfahrzeuge, Berliner Union Stuttgart, 1964.

The Optimum Pressure Determination in Rocket Engines to Obtain Maximum Pick Altitude

The influence of the pressure in the thrust chamber upon the pick altitude of liquid propellant rockets with high pressure gas feeding system is evaluated. Several efficiency criteria to calculate the optimum pressure values wich anables to obtain maximum pick altitudes are introduced, based on vertical flight simulation on computer.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

c.z.: 533.6

STUDIU CALITATIV ȘI CANTITATIV AL AMORSĂRII CURGERII SUPERSONICE PRIN REȚELE DE PALETE

VIRGIL STANCIU*

Lucrarea de față își propune să analizeze posibilitățile de amorsare a curgerii supersonice într-o rețea de palete de stator de turbină.

Prima parte tratează fenomenul de amorsare din punct de vedere fizic, relevîndu-se momentul amorsării rețelei și regimurile de preamorsare.

În cea de-a doua parte se realizează o metodă de calcul a regimurilor de curgere supersonică pe un model simplificat al interstițiului dintre palete.

Introducere

Obținerea unor performanțe ridicate ale mașinilor axiale preocupă numeroase colective de cercetători din lumea întreagă.

O atenție deosebită este acordată rețelelor de palete care pot asigura regimuri de curgere supersonice și permit, fie realizarea unor comprimări considerabile (cum este cazul rețelelor de rotor de compresor), fie realizarea unor destinderi apreciabile (cum este cazul rețelelor de turbină).

Obținerea acestor deziderate este determinată de respectarea cu stricteță a anumitor condiții aerodinamice și geometrice, care constituie totodată cadrul de desfășurare a curgerii supersonice.

În cele ce urmează ne vom ocupa de cazul particular al unei curgeri bidimensionale printr-o rețea inelară de palete de stator de turbină. Pe scurt, vom analiza posibilitățile de utilizare a ei în regim supersonic, evidențiind momentul funcționării rețelei la performanțele dorite.

Bineînțeles, că acest moment începe odată cu amorsarea curgerii prin rețea, deci, eliminarea tuturor perturbațiilor importante (unde de șoc) din interstițiile dintre palete.

Analiza calitativă a curgerii printr-o rețea inelară supersonică. Pentru a trece concret la analiza propriuzisă, va trebui să considerăm o secțiune cilindrică prin rețeaua de palete inelară, pe care, apoi să o desfășurăm într-un plan.

Se obține o succesiune de profile care prin interstițiile pe care le prezintă între ele, permit pătrunderea axială a unui fluid, și totodată dirijarea lui printr-un canal convergent-divergent (figura 1).

Se constată că există o interacțiune între condițiile din amonte și cele din avalul rețelei.

Manuscris predat redacției la data de 9 octombrie 1979.

* As. ing. Catedra Aeronave.

Concret, se poate afirma că la o variaţie a presiunii la trecerea fluidului prin canal, procesele de comprimare sau destindere care au loc sînt indispensabil legate de condiţiile geometrice şi aerodinamice realizate de reţea.

Se cunoaşte faptul că, modificînd presiunea exterioară (în secţiunea de ieşire a unui ajutaj convergent-divergent) putem obţine o gamă largă de regimuri, subsonice, mixte şi supersonice.

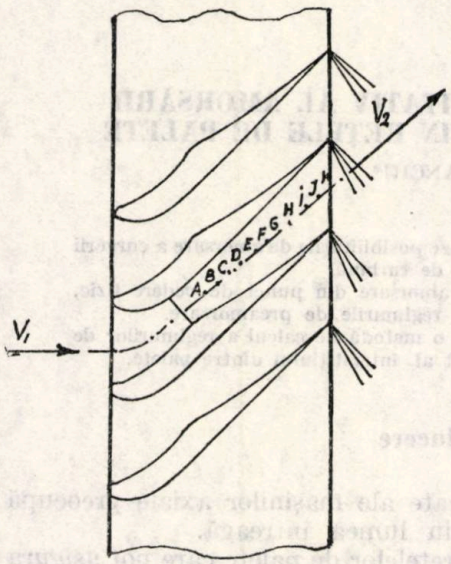


Fig. 1. Reţea plană de palete de stator de turbină.

Este lesne de înţeles că apariţia unora dintre aceste regimuri este strîns legată de mărimea parametrilor termodinamici frînaţi din amontele ajutajului (P^*, T^*), precum şi de geometria acestuia.

Ecuaţia de continuitate conduce la:

$$\dot{M} = a \cdot \frac{P^*}{\sqrt{T^*}} \cdot A \cdot q(\lambda) \qquad (1)$$

unde:

a — este o constantă ce depinde de natura gazului.

P^*, T^* — sînt respectiv presiunea totală şi temperatura totală la intrare în ajutaj.

A — este aria unei secţiuni curente prin ajutaj.

$q(\lambda)$ — funcţia gazodinamică a debitului de fluid.

Această relaţie permite să privim procesele ce au loc în ajutaj în două moduri:

1) Păstrînd constante mărimile P^*, T^*, şi geometria ajutajului, se poate determina configuraţia curgerii în lungul ajutajului pentru o variaţie descrescîndă a presiunii în secţiunea de ieşire. [1].

2) Păstrînd constantă presiunea în secţiunea de ieşire şi geometria ajutajului se pot stabili modificările regimului de curgere la mărirea lui P^* la intrare. [2].

Ambele situaţii se pot studia simultan dacă, pentru analiză, se consideră variaţia raportului presiunilor în funcţie de poziţia secţiunii de analizat în lungul ajutajului (figura 2).

Deci, vom presupune constantă presiunea în avalul ajutajului şi vom mări progresiv presiunea frînată la intrarea în ajutaj. Curgerea la început va fi subsonică pe întreg ajutajul, apoi va deveni sonică în secţiunea minimă a ajutajului.

La o presiune P^* mai mare, se trece la regim supersonic în partea divergentă a canalului, printr-un sistem de unde de şoc (în condiţii ideale o undă normală de şoc) prin care se stabileşte echilibrul presiunilor din ajutaj cu cele exterioare.

Pe măsură ce presiunea în amonte crește, unda de șoc se stabilește în vecinătatea planului bordurilor de fugă ale paletelor, pe extrados.

La o creștere suplimentară a presiunii, unda se rotește în jurul bordului de fugă, după care părăsește ajutajul.

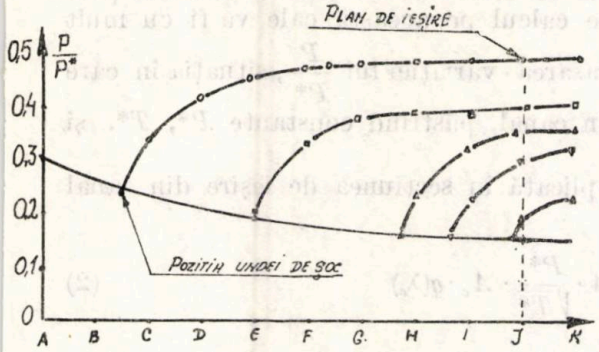


Fig. 2. Variația presiunii în lungul canalului la diferite regimuri de funcționare ale rețelei.

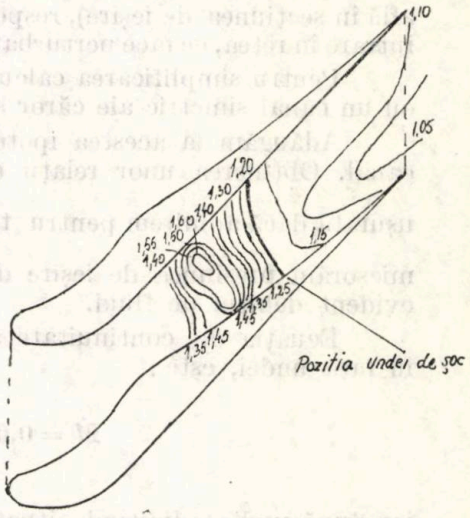
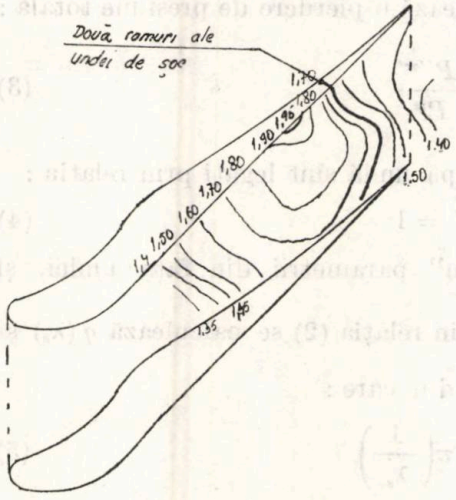
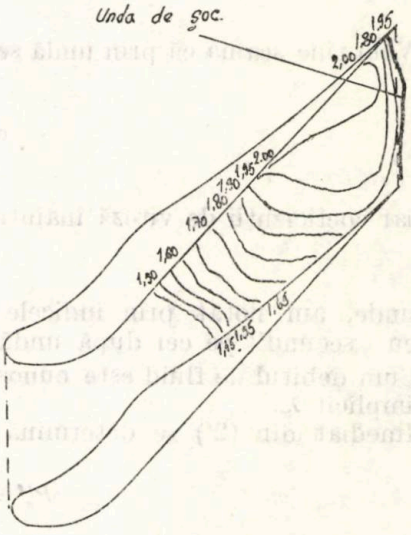


Fig. 3. Deplasarea undei de șoc în lungul canalului dintre palete pentru diferite presiuni frînat la intrare.

a) — $p^* = 2$ bari



b) — $p^* = 3$ bari



c) — $p^* = 4{,}5$ bari.

În acest caz, curgerea este complet amorsată, ea păstrîndu-se pentru orice valoare a presiunii superioară celei corespunzătoare amorsării.

Evoluția acestui proces se poate urmări în figura următoare. (figura 3).

Studiul analitic al regimurilor de amorsare a curgerii supersonice

Din cele arătate pînă acum a reieşit că, este interesant de cunoscut momentul cînd curgerea supersonică este amorsată în reţea, (unda de şoc se află în secţiunea de ieşire), respectiv care este valoarea presiunii totale la intrare în reţea, ce face perturbaţiile cauzate de unda de şoc să fie eliminate.

Pentru simplificarea calculelor vom aproxima canalul dintre palete cu un canal simetric ale căror secţiuni sînt perpendiculare pe axă.

Adăugăm la acestea ipoteza curgerii fără frecare a fluidului prin canal. Obţinerea unor relaţii de calcul pe această cale va fi cu mult uşurată dacă admitem pentru trasarea variaţiei lui $\frac{P}{P^*}$, situaţia în care micşorăm presiunea de ieşire din canal, păstrînd constante P^*, T^*, şi evident debitul de fluid.

Ecuaţia de continuitate aplicată în secţiunea de ieşire din canal în faţa undei, este :

$$\dot{M} = 0{,}04 \cdot \frac{P^*}{\sqrt{T^*}} \cdot A_c \cdot q(\lambda_c) \tag{2}$$

iar după undă (admiţînd situaţia amorsată a curgerii supersonice) este :

$$\dot{M} = 0{,}04 \cdot \frac{P''^*}{\sqrt{T^*}} \cdot Ac \cdot q\left(\frac{1}{\lambda_c}\right) \tag{2'}$$

Vom ţine seama că prin undă se realizează o pierdere de presiune totală :

$$\sigma^*_{usd} = \frac{P''^*}{P^*} \tag{3}$$

iar coeficienţii de viteză înainte şi după undă sînt legaţi prin relaţia :

$$\lambda' \cdot \lambda'' = 1 \tag{4}$$

unde, am notat prin indicele „prim" parametrii din faţa undei, şi cu „secund" pe cei după undă :

Cum debitul de fluid este cunoscut, din relaţia (2) se calculează $q(\lambda_e)$ şi implicit λ_e.

Imediat din (2') se determină p''^*, din care :

$$P''_e = p'' \cdot \pi\left(\frac{1}{\lambda_e}\right) \tag{5}$$

Deci raportul caracteristic regimului de amorsare va fi :

$$\left[\frac{P''_e}{P^*}\right]_{am} = \sigma^*_{usd} \cdot \pi\left(\frac{1}{\lambda_e}\right) \tag{6}$$

sau presiunea la care se realizează amorsarea :

$$[P^*]_{am} = \widetilde{P}_e \cdot \frac{1}{\left[\frac{P''_e}{P^*}\right]_{am}} \tag{7}$$

unde $\widetilde{P}_e$ este presiunea la bordul de fugă al rețelei.

Studiul analitic al regimului de preamorsare a curgerii supersonice

Evident, într-un regim de preamorsare în canalul divergent coexistă atît un regim de curgere supersonic cît și unul subsonic. În mod obișnuit trecerea de la un regim la altul se va face printr-o undă de șoc dreaptă.

Este interesant de studiat poziția undei plane, în situația în care se cunoaște presiunea în secțiunea de ieșire, sau valoarea presiunii frînate ce poate da naștere aceleiași unde, cînd presiunea în secțiunea de ieșire este constantă.

Apelăm și de această dată la ecuația de continuitate, din care obținem :

$$\frac{q(\lambda')}{q\left(\frac{1}{\lambda'}\right)} = \sigma^*_{usd} = \frac{P''^*}{P^*} \tag{8}$$

Pe de altă parte presiunea în secțiunea de ieșire este :

$$P_e = P''^* \cdot \pi(\lambda_e) \tag{9}$$

Atunci prin înlocuire în 2 (aplicată în secțiunea de ieșire) se obține :

$$\frac{q(\lambda_i)}{\pi(\lambda_e)} = \frac{\dot{M}\sqrt{T^*}}{P_e \cdot A_e 0{,}04} \tag{10}$$

Cum membrul drept este cunoscut, iar cel stîng nu este altceva decît :

$$\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot \frac{\lambda_e}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_e^2},$$

se obține o ecuație de gradul doi în λ_e, de unde rădăcina pozitivă este cea care convine. Deci, cunoscînd pe λ_e, se stabilește p''^*, și σ^*_{usd}, care permite calculul lui λ', pe cale grafică din (8).

Totodată putem determina presiunea p', din fața undei precum și

p'' cu relaţiile :

$$\left.\begin{aligned} p' &= p^* \cdot \pi(\lambda') \\ p'' &= p''^* \cdot \pi\left(\frac{1}{\lambda'}\right) \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

În ceea ce priveşte poziţia undei de şoc aceasta se obţine imediat, din ecuaţia de continuitate.

Reluînd problema invers cînd presiunea la bordul de fugă al reţelei este constantă, $\tilde{p}_e$, atunci se poate realiza o undă de şoc în aceeaşi poziţie pe canalul divergent dacă :

$$p^* = \tilde{p}_e \cdot \frac{1}{\left[\frac{P_e}{P^*}\right]_c} \tag{10}$$

unde $\left[\frac{P_e}{P^*}\right]_c$ — este valoarea calculată din problema directă.

Concluzii

Metoda prezentată mai sus poate fi folosită cu mult succes în cazul amorsării ajutajelor convergent-divergent axial simetrice, ce funcţionează în condiţii ideale.

În condiţii reale, procesele prin ajutaj, şi cu atît mai mult cele prin interstiţiile dintre palete, sînt considerabil influenţate de prezenţa straturilor limită [1,2] pe toate suprafeţele materiale, fapt ce conduce la modificări cantitative ale regimurilor de curgere.

Prezenţa stratului limită duce la îngustarea canalului, respectiv la o întîrziere a apariţiei undelor normelor de şoc, şi bineînţeles la o întîrziere a procesului de curgere supersonic.

O imagine sugestivă a ceea ce se petrece în canalul dintre palete poate fi obţinută în canalul hidrodinamic, apelîndu-se la analogia ce există între curgerea incompresibilă cu suprafaţa liberă şi curgerea compresibilă supersonică.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Berbente, N. V. Constantinescu*, Dinamica gazelor, volum 1., 1977.
2. *G. Ionssens, J. P. Guyot*, Rech. Aerospaţiale, nr. 1, 1973.
3. *Y. Ribaud*, Rech. Aerospaţiale, nr. 4, 1970.

Qualitative and Quantitative Study of Supersonic Flow Starting through a Network Blades

The present paper proposes to analyse the possibilities to start the supersonic flow into a turbine stator blades.

First part treats the phenomen of starting of phisical point of one pointing out the moment of starting of the network and prestarting regimes.

In second part it is pointing out a method of calculation of supersonic flow regimes on a simplified model of the channel between blades.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

c.z.: 621. 924

STABILIREA CARACTERISTICILOR MAȘINILOR DE RECTIFICAT PLAN CU DISCURI DIAMANTATE

AL. C. DORIN, I. MARINESCU *

În lucrare sînt stabilite caracteristicile mașinilor de rectificat plan cu discuri diamantate pe baza a trei criterii mai importante : criteriul consumului de energie, criteriul tehnologic și criteriul dinamic.

Majoritatea mașinilor de rectificat actuale au fost proiectate în perioada în care discurile pe bază de diamant natural erau foarte scumpe iar cele pe bază de diamant sintetic sau nitrură cubică de bor încă nu se fabricau. Ulterior folosirea discurilor diamantate pe mașinile de rectificat existente au condus la mărirea productivității procesului de așchiere și la creșterea calității suprafețelor prelucrate.

Cu toate acestea, posibilitățile mașinilor de rectificat clasice nu satisfac capacitățile așchietoare ale discurilor diamantate în ceea ce privește precizia, rigiditatea statică și dinamică, stabilitatea la vibrații, domeniul de variație al vitezelor și avansurilor.

Deși în literatura de specialitate [1, 2] există unele recomandări generale privitoare la condițiile pe care trebuie să le îndeplinească mașinile de rectificat plan pe care se folosesc discuri diamantate, acestea nu pot fi considerate satisfăcătoare pentru cel ce dorește să folosească cu maximum de eficiență discurile diamantate.

În acest sens în lucrare se prezintă cîteva criterii de stabilire a caracteristicilor mașinilor de rectificat plan cu discuri diamantate.

1 Criteriul consumului de energie

Pentru evaluarea cheltuielilor energetice în procesul de rectificare plană este mai rațional să se folosească în locul valorilor absolute a lucrului mecanic L cheltuit pentru îndepărtarea unui anumit volum de metal și valoarea acestui volum V. Acest raport se definește ca lucru mecanic specific de rectificare și se notează cu L_{sp} [3]:

$$L_{sp} = \frac{L}{V} = \frac{F_z(v_a \pm v_p)}{V} \quad \left[\frac{N \cdot m}{mm^3}\right] \tag{1}$$

Manuscris predat redacției la data de 20 februarie 1980
* Dr. ing. ; Ing. Catedra Mașini unelte și scule

în care s-a notat cu F_z — componenta tangențială a forței de așchiere, v_d — viteza discului abraziv și v_p — viteza piesei supusă rectificării.

La determinarea experimentală a lucrului mecanic specific trebuie avut în vedere că forța tangențială de așchiere și volumul de material așchiat nu sînt constante, variind în timp datorită uzurii discului abraziv, variației vitezei de așchiere a acestuia.

În calcule se consideră valoarea medie a lucrului mecanic specific $(L_{sp})_m$

$$(L_{sp})_m = \frac{L_{ut}}{V_m} = \frac{\int_{t_0}^{t} F_z(t)(v_d \pm v_p)\mathrm{d}t}{\int_{t_0}^{t} V_M(t)\mathrm{d}t} \tag{2}$$

În cazul particular pentru un interval de timp $(t - t_0)$ mic se poate considera că mărimile F_z și V_M rămîn constante iar v_p fiind mult mai mic decît v_d se poate neglija. În acest sens se obține expresia :

$$(L_{sp})_m = \frac{F_z(v_d \pm v_p)}{V_M} = \frac{F_z v_d}{V_M} \tag{3}$$

Produsul $F_z \cdot v_d$ reprezintă puterea efectivă de rectificare P_{ef} și deci relația (3) se poate scrie :

$$(L_{sp})_m = \frac{P_{ef}}{V_M} \tag{4}$$

Dacă puterea efectivă de rectificare se exprimă în KW, F_z în [N], v_d în [m/s] și V_M în [mm^3/min] atunci :

$$(L_{sp})_m = \frac{6120\ P_{ef}}{V_M} \quad \left[\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{mm^3}}\right] \tag{5}$$

Din relația (5) rezultă :

$$P_{ef} = \frac{(L_{sp})_m \cdot V_M}{6120} \quad [\mathrm{kW}] \tag{6}$$

Dacă se ține seama de intensitatea specifică de rectificare :

$$V_{sp} = \frac{V_M}{F_y} \tag{7}$$

atunci relația (6) devine :

$$P_{ef} = \frac{(L_{sp})_m \cdot V_{sp} \cdot F_y}{6120} \quad [\mathrm{kW}] \tag{8}$$

Lucrul mecanic specific de rectificare depinde de foarte mulți factori printre care se numără și proprietățile fizico-mecanice ale materialului supus prelucrării. Din datele experimentale obținute la rectificarea dife-

ritelor materiale cu unul și același disc de diamant de granulație ACB 125/100, 100% cu liant de bachelită B—156 a rezultat că lucrul mecanic specific de rectificare variază de la 85, în cazul prelucrării unui oțel rapid P9F5 pînă la 4 [Nm/mm^6] în cazul prelucrării germaniului, adică de peste 20 de ori [3].

Conform tabelului 1, se observă că puterile mașinilor de rectificat plan folosite în prezent variază de la 1,5 pînă la 11 kW. Aceste valori mari ale puterii sînt justificate de folosirea discurilor abrazive și a regimurilor intensive de așchiere.

Tabelul 1

Firma, țara, modelul	Lățimea mesei [mm]	Viteza mesei [m/min]	Diametrul discului abraziv [mm]	Lățimea discului abraziv [mm]	Viteza tangențială a discului [m/s]	Avansul vertical (max) [mm]	Puterea la axul principal [kW]
LSZ, U.R.S.S., ZD 722	320	30,0	450	63	33,8	1,108	10,0
WMW. R.D.G.	315	25,0	315	63	24,7	0,050	8,5
Tos. R.S.C.	300	16,0	250	25	36,8	0,050	2,2
Mattison, S.U.A.	305	37,0	508	76	39,3	0,100	11,0
Tompson, S.U.A.	305	30,0	500	76	31,4	0,100	11,0
Churchill, Anglia	355	30,5	457	51	34,5	0,025	7,5
Norton-Asquitt, Anglia	300	37,5	350	25	32,3	—	3,7
Blohm — R.F.G.	300	30,0	300	80	22,0	0,020	5,5
Hammelwerke — R.F.G.	280	30,0	300	20	10,0	0,040	1,8—4,5
Favretta, Italia	350	30,0	300	50	22,0	0,050	2,2/3,0
Erne — Somua, Franța	300	28,0	355	50	27,0	0,020	6,0
Nippei — Japonia	300	30,0	300	38	22,0	0,025	3,7
Hitachi — Japonia	300	25,0	305	50	22,5	0,020	3,7/3,0
Magerle, Elveția	320	30,0	300	100	10,0	0,030	6,7
Jacobsen Danemarca	350	30,0	300	50	22,0	0,030	3,7

Cu relațiile (6) sau (8), în funcție de volumul de date de care se dispune, se poate calcula puterea efectivă consumată în procesul de rectificare cu discuri diamantate.

În urma calculelor efectuate, a rezultat că puterea necesară rectificării unei game variate de materiale cu diverse discuri diamantate nu depășește 3,5 kW, puterea de 4,5 kW oferind rezerve suficiente pentru o eventuală creștere a consumului energetic cauzată de exploatarea intensivă a discurilor diamantate actuale sau de introducerea unor noi mărci de discuri cu

capacităţi aşchietoare superioare celor folosite în prezent. Aceste rezultate confirmă faptul că cu cît sînt mai ridicate proprietăţile aşchietoare ale discurilor diamantate cu atît mai mică este energia care trebuie consumată pentru îndepărtarea unei unităţi de masă de material.

2. Criteriul tehnologic

Domeniile de reglare a maşinilor de rectificat plan sînt determinate ca la orice maşină-unealtă de limitele extreme ale vitezelor de aşchiere şi ale avansului. Se pune deci problema, ce valori ale vitezei de aşchiere, ale avansului longitudinal şi transversal trebuie să aibă o maşină de rectificat plan pentru a justifica folosirea eficientă a discurilor diamantate. Pentru a da răspuns la această întrebare s-a analizat influenţa acestor parametrii tehnologici (v_{as}, w_1, s_{tr}) asupra rugozităţii suprafeţei prelucrate (R_a) consumului specific de diamant (q) şi intensităţii specifice de rectificare (V_{sp}).

Conform teoriei clasice a proceselor de rectificare cu discuri abrazive, mărirea vitezei de aşchiere la rectificare are o influenţă favorabilă asupra productivităţii procesului şi rugozităţii suprafeţelor prelucrate, deoarece au loc următoarele fenomene :

— se măreşte numărul de granule abrazive care trec în unitatea de timp prin zona de rectificare (efect cinematic) ceea ce corespunde unei creşteri proporţionale a vitezei de îndepărtare a materialului supus prelucrării.

— se micşorează rezistenţa la aşchiere opusă de material (efectul de viteză) ; acţiunea acestui fenomen se evaluează prin mărimea secţiunii limită de aşchie a fiecărei granule şi este o rezervă suplimentară (în raport cu efectul cinematic) de mărire a vitezei de îndepărtare a materialului, depinzînd de proprietăţile materialului de prelucrat şi de alte particularităţi ale procesului de rectificare.

— se măreşte procentul de granule abrazive, care aşchiază în raport cu procentul de granule abrazive care efectuează un lucru mecanic de deformaţie elasto-plastică şi de frecare (efect statistic).

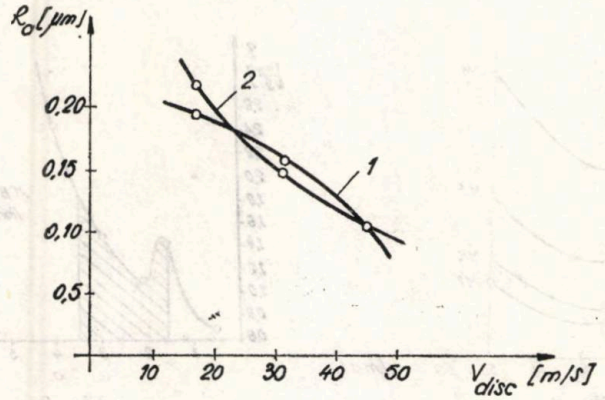
Analiza datelor experimentale obţinute de autori, cît şi a celor existente în literatura de specialitate indică că prin mărirea vitezei de aşchiere a discului diamantat, intensitatea specifică de rectificare (V_{sp}) se modifică puţin. De exemplu, variaţia vitezei discurilor diamantate cu liant metalic M1 şi MK de la 9 la 50 [m/s], adică de mai mult de 5 ori a indicat o creştere a capacităţii aşchietoare a sculei de circa 1,4—2 ori, iar în cazul unor discuri cu liant metalic M5 şi TM doar cu cîteva procente la creşterea vitezei de la 20 la 40 [m/s].

La mărirea vitezei discului cu liant metalic s-a observat că lucrul mecanic specific de rectificare creşte în mai mare măsură decît intensitatea specifică de rectificare.

Aceasta provoacă creşterea consumului specific de diamante şi a temperaturii în zona de aşchiere. În aceste condiţii mărirea vitezei discului micşorează eficacitatea folosirii discurilor diamantate cu liant metalic.

În cazul discurilor diamantate cu liant ceramic, mărirea vitezei de aşchiere de 3 ori a avut drept consecinţă creşterea proprietăţilor aşchietoare a discurilor de circa 1,5 ori.

Rugozitatea suprafeței prelucrate (R_a) scade odată cu creșterea vitezei de așchiere a discului pînă la o anumită valoare la care în sistemul elastic mașină-unealtă, piesă, sculă, dispozitiv (MUSPD) nu apar vibrații cauzate de dezechilibrarea dinamică a discului sau eroare de formă a supra-



1. pentru disc ACR 100/80;
2. pentru disc ACR 63/50.

Fig.1

feței așchietoare a discului. Apariția vibrațiilor conduce la creșterea valorilor lui R_a.

Figura 1 ilustrează faptul că în cazul prelucrării aliajului dur T15K6 cu discuri diferite și viteze de așchiere crescătoare a avut drept consecință micșorarea valorilor lui R_a.

În ceea ce privește consumul specific de diamante s-a constatat că există un domeniu al vitezelor de așchiere cuprins între 15 și 35 [m/s] pentru care acesta este minim. De exemplu în figura 2 sînt prezentate curbele de variație $q = F(v_{aș})$ obținute la rectificarea plăcuțelor din aliaj dur T15K6 cu discuri ACB 125/100, 100 % cu viteză de avans longitudinal 2 m/min și avans transversal 0,03 mm/cursă dublă pentru viteze de așchiere cuprinse între 9 și 50 [m/s] și lianți diferiți.

Avînd în vedere aceste dependențe, a reieșit că axul principal al mașinii de rectificat plan trebuie să aibă o gamă de turații care să asigure realizarea unor viteze de așchiere cuprinse între 15 și 45 [m/s].

Studierea dependenței $q = f(w_1)$ și $R_a = f(w_1)$ a condus la concluzia că mărirea vitezei mesei v_1 a mașinii de rectificat plan are drept consecință o creștere a consumului specific de diamant cît și a valorilor lui R_a (figura 3). Deși mărirea vitezei de avans longitudinal a masei conduce la creșterea intensității specifice de rectificare (figura 3c) stabilirea gamei de variație a lui v_1 este determinată de primele două legități : $q = f(w_1)$ și respectiv $R_a = f(w_1)$. Din acest considerent limita superioară a domeniului vitezelor de avans w_1 nu trebuie să depășească valorile 8—10 m/min.

Avansul transversal influențează în același mod ca și viteza de avans longitudinal a mesei asupra celor trei indici q, T_a, și V_{s_p} (figura 4).

Ținînd seama de valorile consumului specific de diamant (criteriul economic) și de rugozitatea suprafeței prelucrate s-a putut stabili valoarea

de 0,12 mm/cursă dublă ca fiind limita superioară recomandabilă pentru avansul transversal al capului de rectificat al mașinilor de rectificat plan cu discuri diamantate.

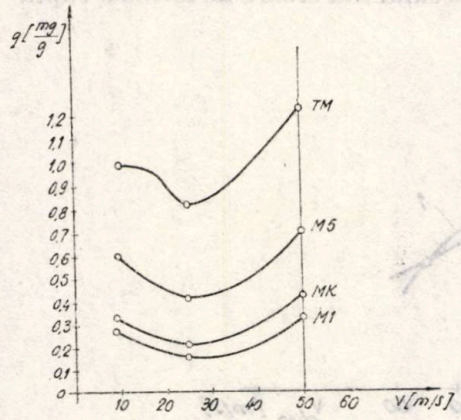


Fig. 2

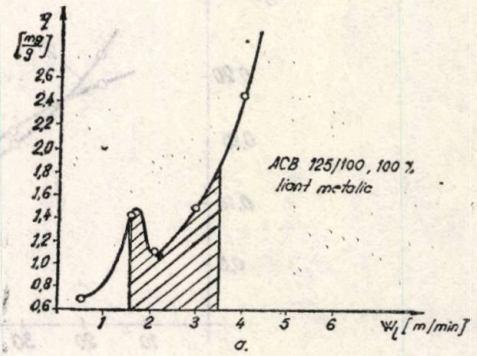


Fig. 3a

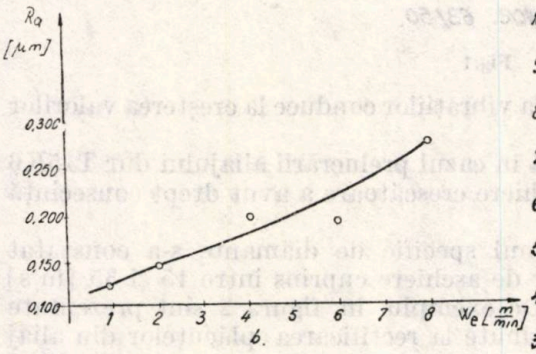


Fig. 3b

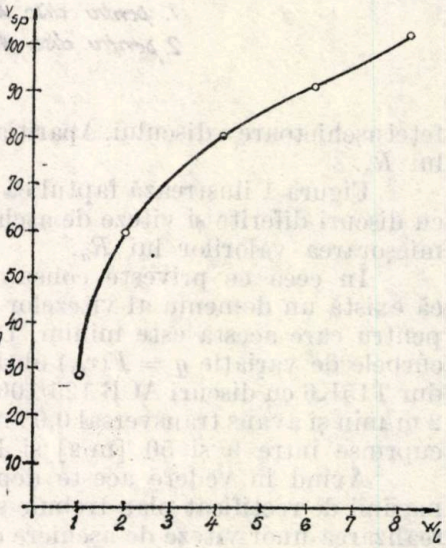


Fig. 3c

3. Criteriul dinamic

Influența comportării dinamice a mașinilor de rectificat plan asupra proceselor de rectificare cu discuri diamantate este însă insuficient studiată.

Unele aspecte calitative sînt prezentate în lucrările [1, 2, 4]. Conform [2] dependențele rugozitate (R_a), consum specific de diamant (q) și forțe de așchiere (F_y F_z) în funcție de amplitudinea vibrațiilor saniei și capului de rectificat în direcția avansului transversal la o frecvență constantă (circa 40 Hz) sînt date în figura 5.

Se observă că prin creșterea amplitudinii vibrațiilor Ay de la zero la 25 μm cresc : înălțimea microasperităților suprafeței prelucrate, pulsația

forțelor de așchiere F_y și F_z și consumul specific de diamant q (de circa 4 ori).

Sistemele elastice ale mașinilor de rectificat plan sînt considerate în majoritatea cazurilor, ca avînd un singur grad de libertate. Simplifi-

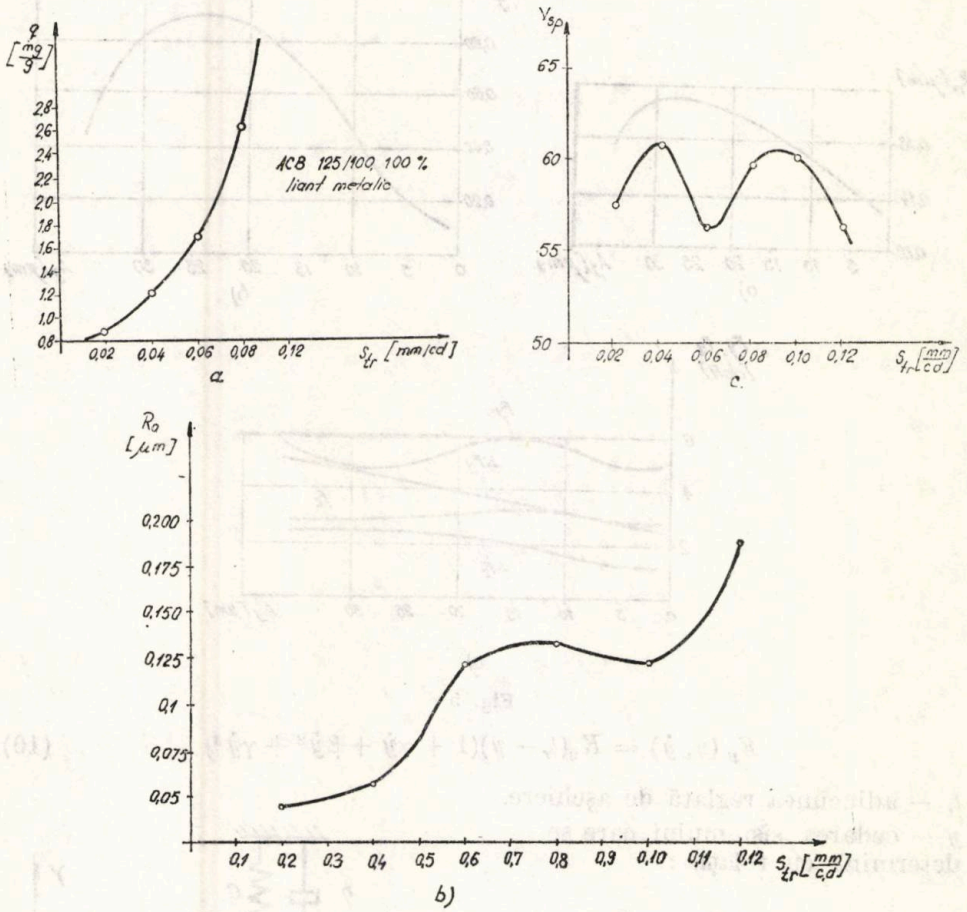


Fig. 4

carea sistemului este justificată prin aceea că deformațiile piesei, mesei și batiului sînt foarte mici în comparație cu cele ale ansamblului arborelui principal, putînd fi neglijate.

Pentru a stabili o relație între caracteristicile dinamice ale mașinii de rectificat plan și caracteristicile procesului de rectificare cu discuri diamantate vom folosi coeficientul de rigiditate dinamică de așchiere [5]

$$K = K_0\left[1 + \frac{2}{3}\beta\left(\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\eta(c + K_0)}{\gamma \cdot K_0 \cdot ct_r}\right)\right] \tag{9}$$

în care K_0 este rigiditatea dinamică de așchiere în condițiile absenței autovibrațiilor de rectificare;

c şi η — rigiditatea şi coeficientul de amortizare al capului de rectificat; α, β, γ — coeficienţii polinomului dependenţei forţei de aşchiere F_y de viteza de cedare (y) a sistemului:

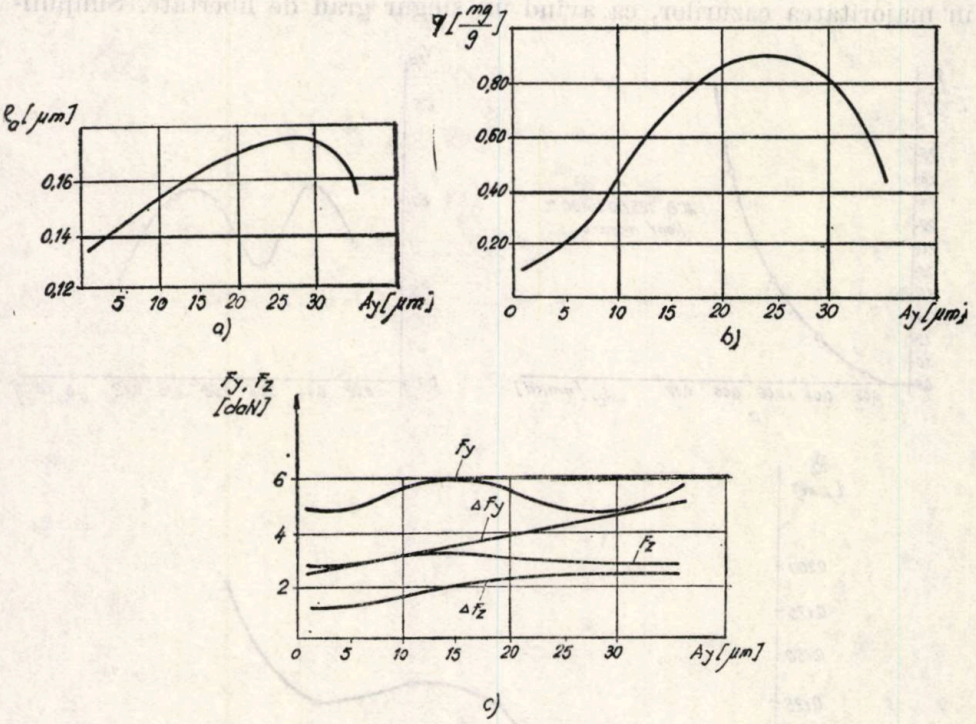


Fig. 5

$$F_y(y, \dot{y}) = K_0(t_r - y)(1 + \alpha\dot{y} + \beta\dot{y}^2 + \gamma\dot{y}^3) \qquad (10)$$

t_r — adîncimea reglată de aşchiere.

y — cedarea sistemului care se determină cu relaţia:

$$y = t_r - t_{ef} = \frac{K_0 \cdot t_r(1 + 0{,}5\,A^2\beta w^2)}{c + K_0(1 + 0{,}5\beta A^2\omega^2)} \qquad (11)$$

în care t_{ef} este adîncimea efectivă de rectificare, iar ω şi A frecvenţa, respectiv amplitudinea autovibraţiilor la rectificarea plană.

În funcţie de coeficientul de rigiditate dinamică K, adîncimea efectivă de rectificare este dată de relaţia:

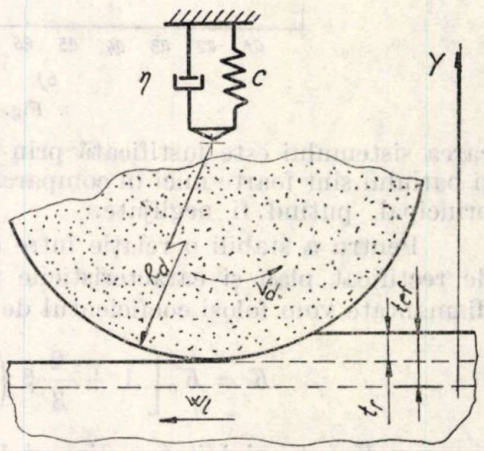


Fig. 6

$$t_{ef} = t_r \frac{c}{c + K} \tag{12}$$

Avînd în vedere această expresie, se poate calcula volumul de material așchiat cu formula :

$$V_M = t_{ef} \cdot s_{tr} \cdot w_l = t_r \cdot \frac{c}{c + K} \cdot s_{tr} \cdot v_l \tag{13}$$

în care s_{tr} și w_1 reprezintă avansul transversal și respectiv longitudinal la rectificarea plană.

Ținînd seama de relația (9) expresia (13) devine :

$$V_M = \frac{t_r \cdot s_{tr} \cdot w_l}{1 + \frac{K_0}{c} + \frac{2}{3} K_0 \beta \frac{\alpha}{\gamma c} - \frac{\frac{2}{3} K_0 \beta \eta (c + K_0)}{\gamma \cdot K_0 c^2 \cdot t_r}} \tag{14}$$

Conform relației [14] rezultă că productivitatea procesului de rectificare crește dacă rigiditatea E a capului de rectificat crește.

În ceea ce privește forța medie F_y aceasta se poate exprima sub forma :

$$\overline{F}_y = K \cdot t_{ef} = K \cdot \frac{t_r \cdot c}{c + K} \tag{15}$$

sau

$$F_y = \frac{t_r}{\frac{1}{c} + \frac{1}{K}} = \frac{t_r}{\frac{1}{c} + \frac{\gamma \cdot c \cdot t_r}{3\gamma \cdot K_0 \cdot c \cdot t_r \cdot 2\beta\alpha K_0 \cdot c \cdot t_r - 2\eta\beta c - 2\beta\eta K_0}} \tag{16}$$

Conform relației (16) că odată cu creșterea rigidității are loc o creștere a forțelor de așchiere F_y (figura 7).

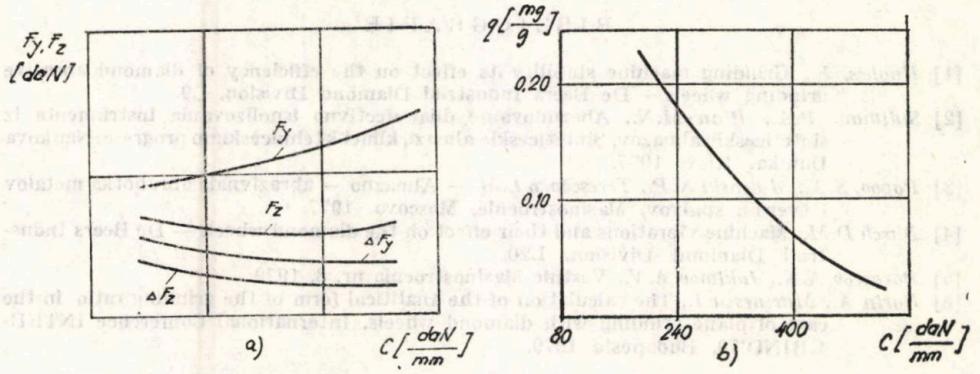


Fig. 7

Încercările experimentale efectuate pe o mașină de rectificat plan tip LSZ, mod 3B722 au condus la obținerea unor relații de dependență între componentele de așchiere F_z, F_y și repectiv consumul specific de

diamante în funcție de rigiditatea capului de rectificat :

$$P_y = a_y \cdot c^{by} \tag{17}$$

$$P_z = a_z \cdot c^{bz} \tag{18}$$

și respectiv :

$$q = a_q \cdot c^{-bq} \tag{19}$$

Ultima relație scoate în evidență faptul că la creșterea rigidității capului de rectificat consumul specific de diamant scade.

Pe baza cercetărilor teoretice și experimentale întreprinse s-a putut trage concluzia că amplitudinea vibrațiilor capului de rectificat și a piesei prelucrare în direcția axei Y nu trebuie să depășească 1,5—3 μm, iar amplitudinea vibrațiilor capului de rectificat în direcția axei X nu trebuie să depășească 5 μm. Amplitudinea vibrațiilor la cursa în gol nu trebuie să depășească 0,5—1 μm.

La proiectarea și executarea mașinilor de rectificat plan destinate rectificării cu discuri diamantate trebuie avut în vedere să nu apară vibrații cu frecvențe în limitele 35—60 Hz, ceea ce impune ca măsurile de izolație contra vibrațiilor să fie luate tocmai pentru excitatorii cu frecvențele acestui ordin de mărime.

Rigiditatea totală a sistemului mașină-unealtă-piesă-sculă-dispozitiv pentru o schemă de rectificare rigidă trebuie să se găsească în limitele 450—1500 daN/mm.

Caracteristicile de rigiditate trebuie stabilite experimental în funcție de tipodimensiunea mașinii-unelte, precizia de prelucrare impusă, rugozitatea și productivitatea prognozată ținînd seama de caracteristicile discurilor diamantate utilizate.

În concluzie, pe baza celor trei criterii prezentate în lucrare : criteriul energetic, tehnologic și dinamic se pot stabili puterea motorului electric de antrenare a lanțului cinematic principal, domeniile de reglare a vitezelor de așchiere, vitezelor de avans longitudinal al masei și a avansului transversal al saniei port piatră, caracteristicile dinamice ale mașinilor de rectificat plan cu discuri diamantate.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Hughes, F.*, Grinding machine stability-its effect on the efficiency of diamond abrasive grinding wheels — De Beers Industrial Diamond Division, L9.

[2] *Suliman, P.A., Piun-M.N.*, Abarudovanie dlia efectivno ispolizovania instrumenta iz sinteticeskih almazov, Sinteticeskie almazi, kliuci k tehniceskimu progrese. Naukova Dumka, Kiev, 1977.

[3] *Popov, S.A., Malenski N.P., Tereșcenko L.M.* — Almazno — abrazivnaia abrabotka metalov i tverdih spalvov, Mașinostroenie, Moscova, 1977.

[4] *Busch D.M.*, Machine vibrations and their effect on the diamond wheel. — De Beers Industrial Diamond Division, L20.

[5] *Parașcov A.N., Iakimov A.V.*, Vestnic Mașinostroenia nr. 8, 1979.

[6] *Dorin A., Marinescu I.*, The calculation of the analitical form of the grinding ratio in the case of plane grinding with diamond wheels. International Conference INTERGRIND'79, Budapesta 1979.

The Establishing of the Characteristics of the Plane Grinding Machines with Diamond Wheels

In the work are established the characteristics of the plane grinding machines with diamond wheels in the basis of three important criterions : power criterion, technological criterion and dynamical criterion.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

c. z. : 621.941

CONTRIBUȚII PRIVIND STABILIREA ECUAȚIEI PENTRU CALCULUL SECȚIUNII TRANSVERSALE REALE A AȘCHIEI

C. DUMITRAȘ, C. MILITARU *

În lucrare sînt prezentate unele ipoteze care au condus la stabilirea ecuației generalizate pentru calculul secțiunii transversale a aşchiei, la strunjirea longitudinală.

În continuare se arată influența diferiților factori asupra mărimii secțiunii transversale a aşchiei și condițiile cu ajutorul cărora se pot defini formele geometrice posibile ale acesteia.

Cunoașterea secțiunii transversale reale a unei aşchii prezintă o importanță deosebită pentru teoria aşchierii, deoarece mărimea componentelor forței de aşchiere la strunjire, frezare, rabotare, găurire, mortezare etc., depinde direct de valoarea acesteia.

Calculul secțiunii transversale a aşchiei cu ajutorul relației :

$$A = s\,t \ [\text{mm}^2], \tag{1}$$

indicată în literatura de specialitate [1, 2, 3, 4], conduce la mărimi exacte numai pentru cazul cînd : $\gamma = \lambda = 0$; $r = 0$, iar unghiul principal de atac ($\varkappa$) este egal cu 90 de grade.

În prezenta lucrare se urmărește ca, pe baza studiilor și cercetărilor efectuate, să se prezinte o nouă ecuație matematică generalizată, pentru calculul secțiunii transversale a aşchiei.

Analizînd schema procesului de aşchiere în cazul strunjirii cilindrice exterioare (fig. 1), realizat cu un cuțit prevăzut cu raza r la vîrf și unghiul principal de atac $\varkappa = 90°$, iar unghiurile de degajare (γ) și de înclinare a tăișului (λ) egale cu zero, rezultă că secțiunea transversală ABCDEFG a aşchiei se compune din paralelogramul BCDE, care are latura mare formată din tăișul rectiliniu și porțiunea ABEFG, corespunzătoare tăișului curbiliniu al sculei aşchietoare.

Manuscris predat redacției la data de 21 septembrie 1979

* Conf. dr. ing. ; Șef lucrări ing., Catedra Tehnologia construcției de mașini

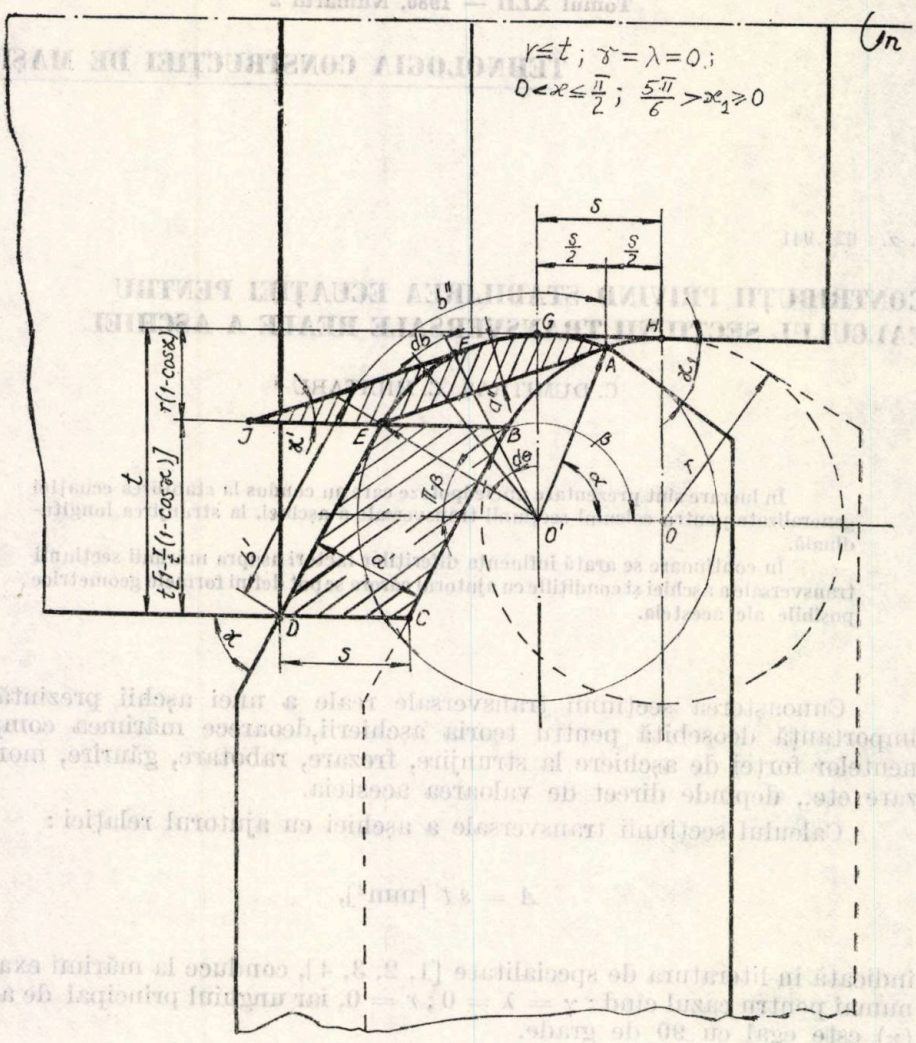


Fig. 1

Mărimea suprafeței A' corespunde paralelogramului BCDE și se poate determina cu relația :

$$A' = a'b' = (s \sin \varkappa)\left[\frac{t - r(1 - \cos \varkappa)}{\sin \varkappa}\right] =$$

$$= st\left[1 - \frac{r}{t}(1 - \cos \varkappa)\right] [\text{mm}^2], \qquad (2)$$

Întrucît

$$a' = s \cdot \sin \varkappa \text{ şi } b' = \frac{t}{\sin \varkappa}\left[1 - \frac{r}{t}(1 - \cos \varkappa)\right] \text{ unde :}$$

s reprezintă avansul de aşchiere, în mm/rot ;
t — adîncimea totală de aşchiere, în mm ;
$r(1 - \cos \varkappa)$ — adîncimea corespunzătoare tăişului curbiliu al sculei, în mm.

Dacă unghiul principal de atac ($\varkappa$) devine egal cu 90 de grade, relaţia (2) se reduce la forma :

$$A' = s(t - r) \quad [\text{mm}^2] \tag{3}$$

relaţie care se aseamănă cu relaţia menţionată în literatura de specialitate [1, 2, 3, 4].

Ecuaţia pentru determinarea mărimii suprafeţei ABEFG, din fig. 1, trebuie să aibă o expresie similară cu relaţia (2). Prin urmare, secţiunea transversală (A'') care corespunde porţiunii ABEFG, poate fi calculată cu relaţia :

$$A'' = a'' \cdot b'' \quad [\text{mm}^2] \tag{4}$$

în care :

a'' reprezintă grosimea medie a aşchiei corespunzătoare tăişului curbiliu al sculei, în mm ;
b'' — lăţimea aşchiei corespunzătoare tăişului curbiliniu al sculei, în mm.

Elementele din membrul doi al relaţiei (4) se pot calcula cu ajutorul expresiilor :

$$a'' = s \cdot \sin \varkappa' \tag{5}$$

În ecuaţia lui a'', $\varkappa'$ reprezintă unghiul principal de atac corespunzător tăişului curbiliniu EFG al sculei (v. fig. 1) şi se determină, conform indicaţiilor date în literatura de specialitate [2, 4], cu relaţia : $\varkappa' = \frac{\varkappa + \varkappa}{2}$

Prin urmare se poate scrie : $a'' = s \cdot \sin \frac{\varkappa + \varkappa_1}{2}$ [mm]

$$b'' = r \int_{\alpha}^{\beta} d\theta = r(\beta - \alpha) \quad [\text{mm}] \tag{5'}$$

Stabilirea limitelor α şi β, referitoare la domeniul de integrare, se poate face cu ajutorul schemei de aşchiere prezentată în fig. 2. Astfel, din triunghiurile AO'J şi O'AK rezultă :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \varkappa_1 \quad [\text{rad}] \tag{6}$$

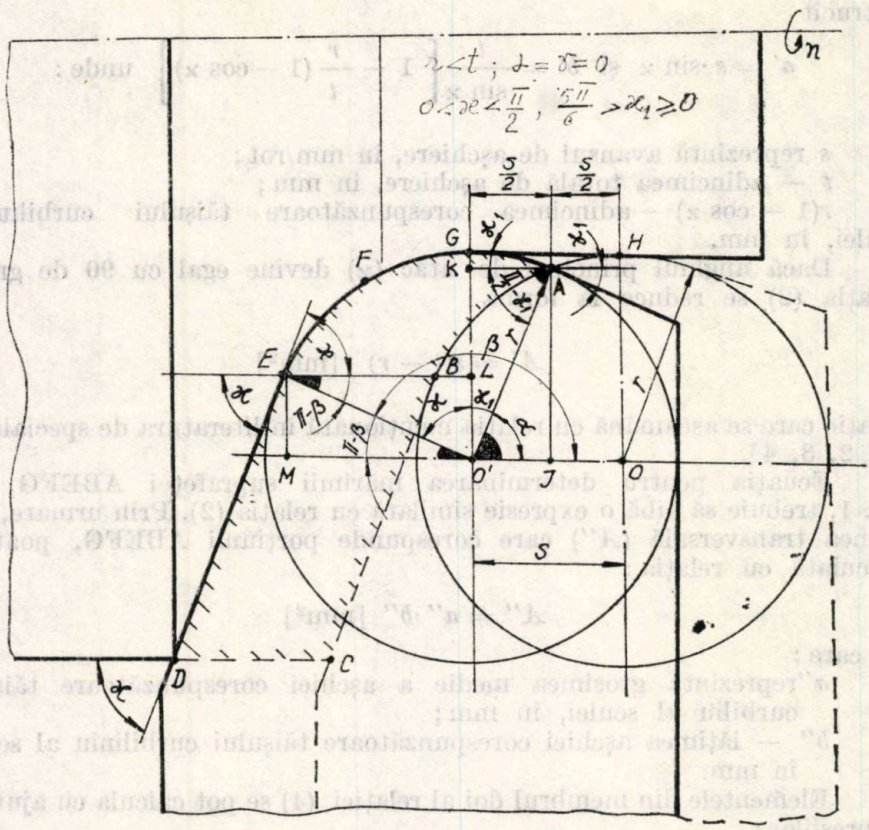


Fig. 2

După cum rezultă din figura 2, triunghiul O'EM se poate scrie:

$$\sin(\pi - \beta) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varkappa\right) \tag{7}$$

Din ecuația (7) rezultă că:

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \varkappa \quad [\text{rad}]$$

α și β depind de mărimea unghiurilor principale ($\varkappa$) și secundar ($\varkappa_1$) de atac și pot avea valorile din tabelul 1, atunci cînd unghiurile respective variază între 0 și 90 de grade.

Tabelul 1

$\varkappa$ [grade]	0	30	45	60	90	$\varkappa$ [grade]	0	30	45	60	90
β [grade]	90	120	135	150	180	α [grade]	90	60	45	30	0
β [rad]	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	α [rad]	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

Prin introducerea relațiilor (5), și (5′) în (4) se obține expresia generală pentru calculul secțiunii transversale a aşchiei generată de tăișul curbiliniu al sculei aşchietoare :

$$A'' = r\, a(\varkappa + \varkappa_1) \sin \frac{\varkappa + \varkappa_1}{2} \quad [\text{mm}^2] \tag{8}$$

în care :

r reprezintă raza vîrfului sculei, în mm ;

$\varkappa$ — unghiul principal de atac, în radiani ;

$\varkappa_1$ — unghiul secundar de atac, în radiani.

Ecuația (8) reprezintă suprafața unui paralelogram HEJG (v. fig. 1), în care latura mare $HE = JG = b'' = r(\varkappa + \varkappa_1)$, iar înălțimea $a'' = s \sin \frac{\varkappa + \varkappa_1}{2}$. Paralelogramul, astfel format, este echivalent cu suprafața ABEFG, deoarece zona AEB este egală cu zona FJE, întrucît $\sphericalangle FJE = \sphericalangle AEB = \varkappa'$ (deoarece acestora le corespunde același arc de cerc AB subînscris), iar latura $AE \| FJ$.

Prin însumarea relației (2) cu (8) rezultă ecuația generală pentru calculul secțiunii transversale reale a aşchiei de formă geometrică complexă, indicată în figura 1.

$$A = A' + A'' = s\, t \left[1 - \frac{r}{t}(1 - \cos \varkappa) + \frac{r}{t}(\varkappa + \varkappa_1) \sin \frac{\varkappa + \varkappa_1}{2}\right] \quad [\text{mm}^2] \tag{9}$$

Relația (9) determină secțiunea transversală a aşchiei în funcție de parametrii regimului de aşchiere (s) și (t), unghiurile principal ($\varkappa$) și secundar ($\varkappa_1$) de atac și raza (r) a vîrfului sculei aşchietoare.

Analizîndu-se diferitele scheme de aşchiere (fig. 3) se constată că relația (9) corespunde tuturor cazurilor întîlnite la prelucrarea prin strunjire, frezare, rabotare, găurire, broșare și mortezare. Astfel, pentru cazul cînd $r = 0$, $\varkappa = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} > \varkappa_1 \geqslant 0$ și $\lambda = \gamma = 0$, rezultă că, secțiunea

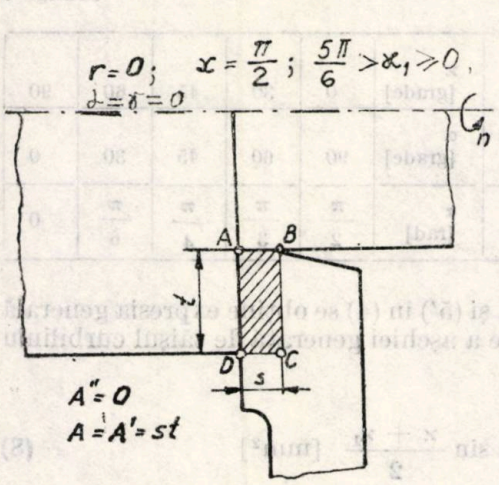


Fig. 3a

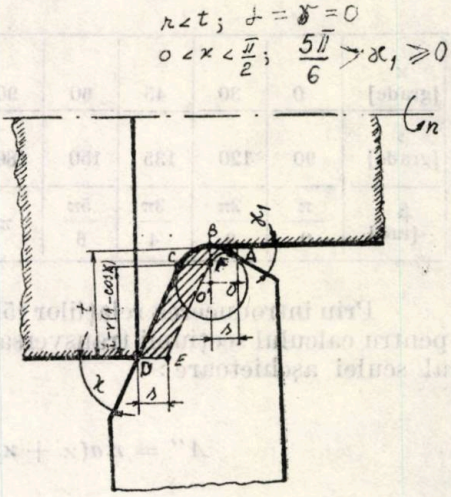


Fig. 3b

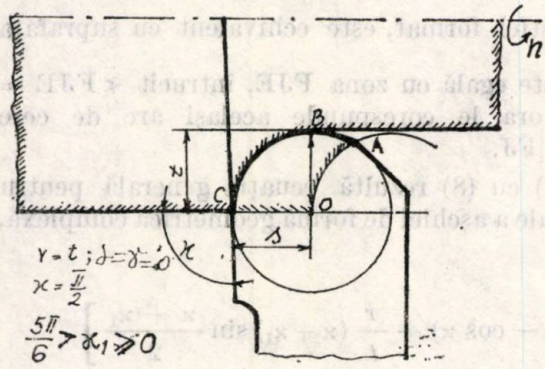


Fig. 3c

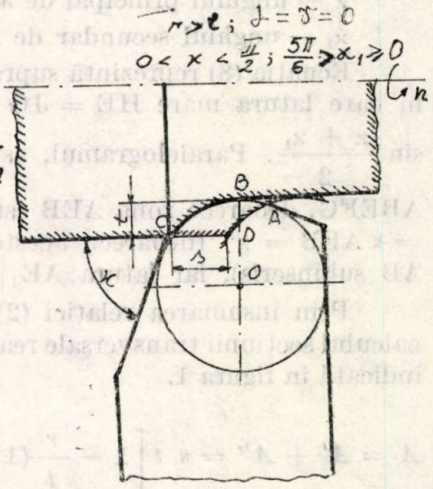


Fig. 3d

transversală a așchiei are forma unui dreptunghi ABCD (fig. 3 a), deoarece aria $A'' = 0$. În acest caz relația (9) devine :

$$A = A' = s \cdot t \ [\text{mm}^2], \tag{10}$$

relație care este menționată în diferite lucrări de specialitate.

Dacă $r < t$, $0 < \varkappa \leqslant \frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{6} > \varkappa_1 \geqslant 0$ şi $\gamma = \lambda = 0$ secțiunea transversală a aşchiei are forma geometrică ABCDEF din figura 3b, iar ecuația (9) devine:

$$A = st\left[1 - \frac{r}{t}(1 - \cos\varkappa) + \frac{r}{t}(\varkappa + \varkappa_1)\sin\frac{\varkappa + \varkappa_1}{2}\right] \text{ [mm}^2\text{]} \quad (11)$$

Admițîndu-se că: $r \geqslant t$, $0 < \varkappa \leqslant \frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{6} > \varkappa_1 \geqslant 0$ şi $\gamma = \lambda = 0$ rezultă că secțiunea transversală a aşchiei poate avea forma geometrică ABCO (fig. 3 c) sau ABCD din figura 3 d, iar ecuația (9) se reduce la forma:

$$A = A'' = rs(\varkappa + \varkappa_1)\sin\frac{\varkappa + \varkappa_1}{2} \text{ [mm}^2\text{]} \quad (12)$$

deoarece la limită pentru $\varkappa = \frac{\pi}{2}$, rezultă $A' = 0$.

Analiza prezentată arată că ecuațiile indicate în literatura de specialitate ,privind calculul secțiunii transversale a aşchiei, reprezintă un caz particular al relației (9).

Presupunînd că prelucrarea prin aşchiere se efectuează cu parametrii: $s = 0{,}5$ mm/rot; $t = 4$ mm; $r = 0{,}5$ mm; $\varkappa = 45°$, $\varkappa_1 = 30°$, iar $\gamma = \lambda = 0$ se constată că prin folosirea relației (9) la determinarea secțiunii transversale a aşchiei ,precizia de calcul crește cu 20 ... 30% față de ecuațiile menționate în literatura de specialitate [1, 2, 3, 4].

Avînd în vedere că la prelucrările prin aşchiere, în general, unghiurile de degajare (γ) şi de înclinare a tăişului (λ) au valori diferite de zero, rezultă că secțiunea transversală $nmm'n'$ a aşchiei (fig. 4) îşi modifică dimensiunile efective (a) şi (b).

În cazul în care unghiul de degajare (γ) şi de înclinare a tăişului sculei (λ) variază în sens pozitiv sau negativ (fig. 4), rezultă că secțiunea transversală reală (A) a aşchiei, indicată prin punctele $n_1n_1'm_1m_1'$, respectiv $n_2n_2m_2m_2$, se calculează cu relația:

$$A = \frac{st}{\sin\varkappa\cos\gamma\cos\lambda} \cdot \left[1 - \frac{r}{t}(1 - \cos\varkappa) + \frac{r}{t}(\varkappa + \varkappa_1)\sin\frac{\varkappa + \varkappa_1}{2}\right] \text{ [mm}^2\text{]} \quad (13)$$

Relația (13) arată că mărimea secțiunii transversale a aşchiei (A) depinde de raportul dintre raza vîrfului sculei şi adîncimea de aşchiere, avansul de lucru şi principalii parametri geometrici ai părții active a

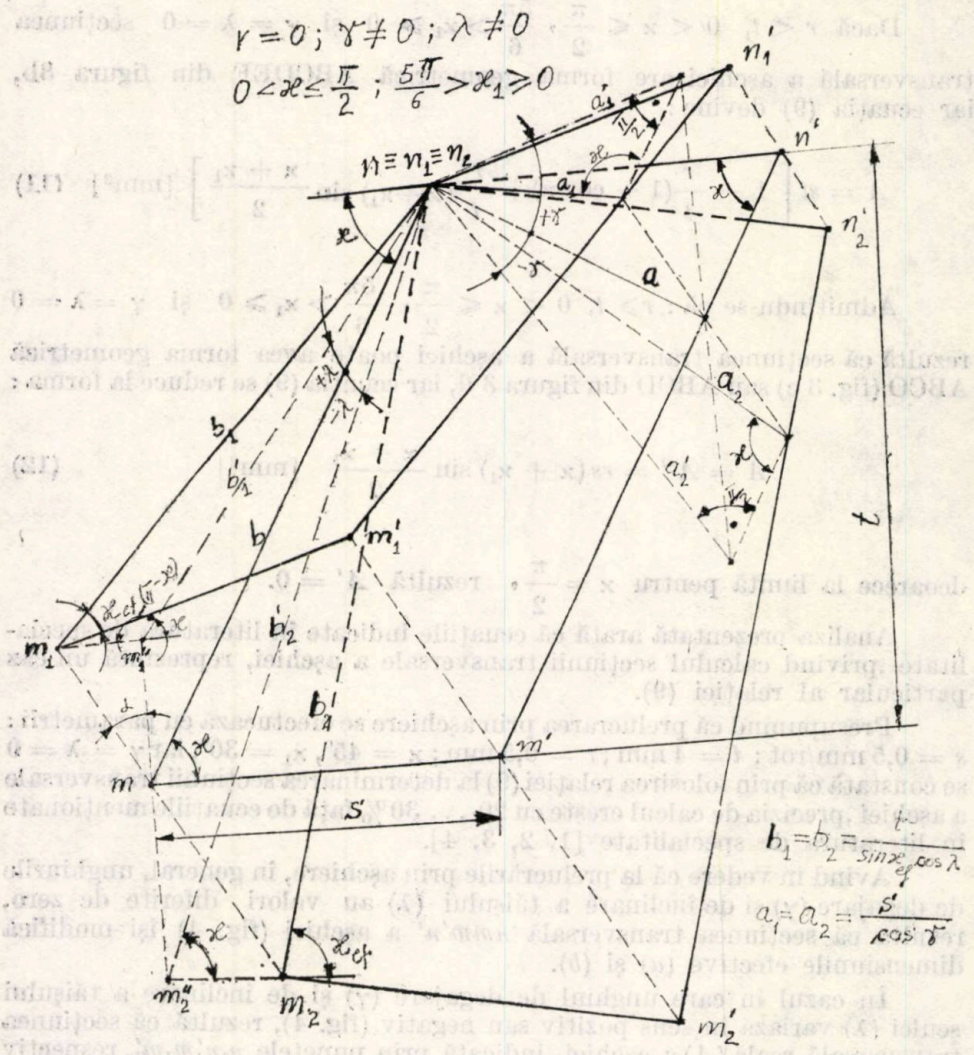


Fig. 4

sculei [unghiul principal ($\varkappa$) și secundar ($\varkappa_1$) de atac, unghiul de degajare γ și de înclinare a tăișului λ].

Prin urmare, relația (13) arată că secțiunea transversală reală a unei așchii se determină cu ajutorul unei funcții complexe de forma :

$$A = f(s, t, \gamma, \lambda, \varkappa, \varkappa_1, r)$$

Această funcție cuprinde un număr mare de factori care influențează, în mod deosebit, gradul de solicitare a sistemului tehnologic și modul de desfășurare a procesului de așchiere a metalelor.

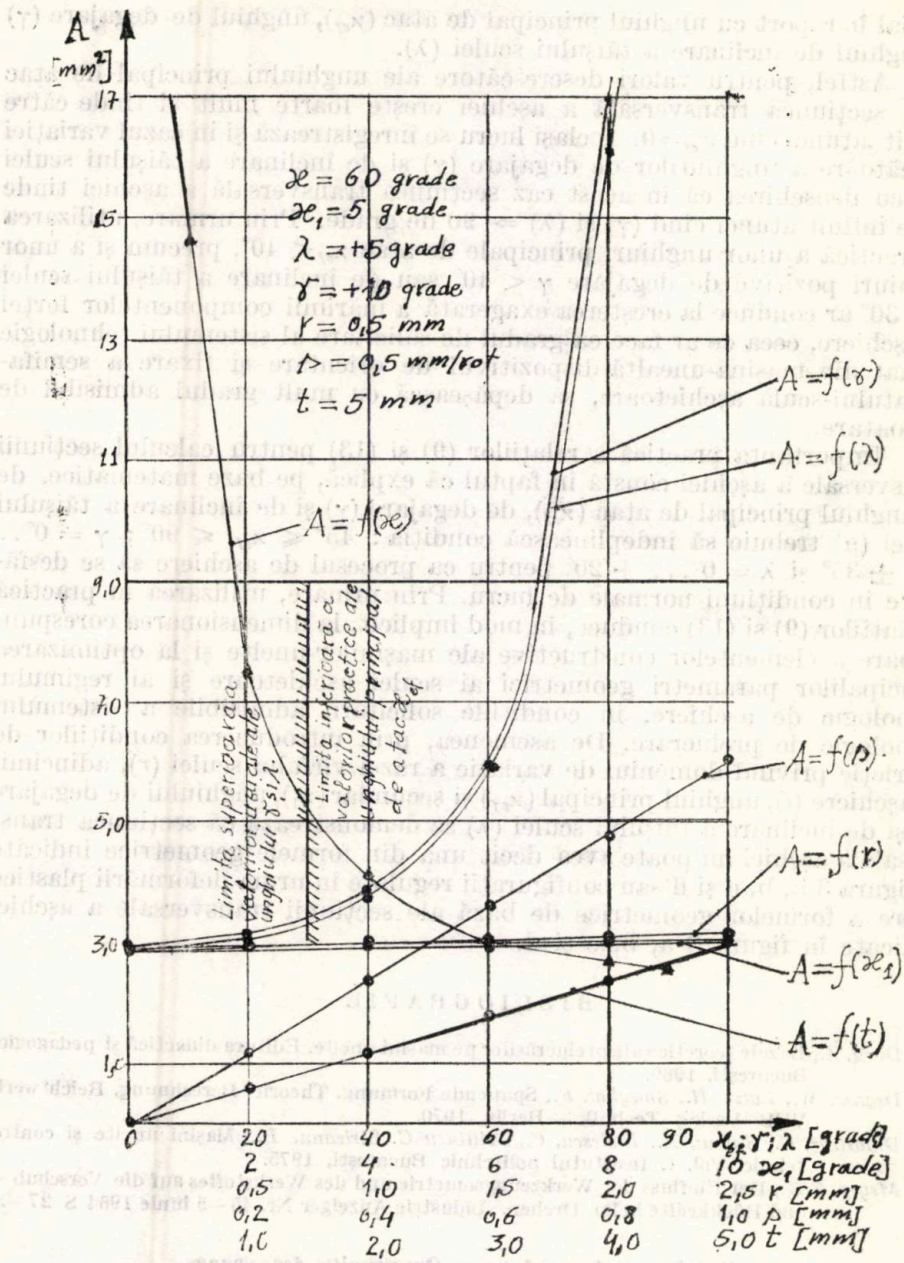


Fig. 5

Reprezentarea grafică a relației (13) (fig. 5) arată că secțiunea transversală reală a aşchiei crește liniar în raport cu avansul (a) și adîncimea (t) raza vîrfului sculei (r) și unghiul secundar de atac ($\varkappa_1$), cînd $\varkappa_1 \leqslant 10$ grade. Din figura 5 rezultă că, secțiunea transversală a aşchiei variază expo-

nențial în raport cu unghiul principal de atac ($\varkappa_{ef}$), unghiul de degajare (γ) și unghiul de înclinare a tăișului sculei (λ).

Astfel, pentru valori descrescătore ale unghiului principal de atac ($\varkappa_{ef}$), secțiunea transversală a așchiei crește foarte mult și tinde către infinit ,atunci cînd $\varkappa_{ef} \Rightarrow 0$. Același lucru se înregistrează și în cazul variației crescătoare a unghiurilor de degajare (γ) și de înclinare a tăișului sculei (λ), cu deosebirea că în acest caz secțiunea transversală a așchiei tinde către infinit atunci cînd (γ) și (λ) $\Rightarrow$ 90 de grade. Prin urmare, utilizarea în practică a unor unghiuri principale de atac $\varkappa_{ef} < 40°$, precum și a unor unghiuri pozitive de degajare $\gamma < 40°$ sau de înclinare a tăișului sculei $\lambda < 30°$ ar conduce la creșterea exagerată a mărimii componentelor forței de așchiere, ceea ce ar face ca gradul de solicitare al sistemului tehnologic format din mașina-unealtă-dispozitivul de orientare și fixare a semifabricatului-sculă așchietoare, să depășească cu mult gradul admisibil de exploatare.

Importanța practică a relațiilor (9) și (13) pentru calculul secțiunii transversale a așchiei constă în faptul că explică, pe baze matematice, de ce unghiul principal de atac ($\varkappa_{ef}$), de degajare (γ) și de înclinare a tăișului sculei (μ) trebuie să îndeplinească condiția : $45° \leqslant \varkappa_{ef} \leqslant 90°$; $\gamma = 0° .. \ldots \pm 35°$ și $\lambda = 0° \ldots \pm 20°$ pentru ca procesul de așchiere să se desfășoare în condițiuni normale de lucru. Prin urmare, utilizarea în practică a relațiilor (9) și (13) conduce, în mod implicit, la dimensionarea corespunzătoare a elementelor constructive ale mașinilor-unelte și la optimizarea principalilor parametri geometrici ai sculei așchietoare și ai regimului tehnologic de așchiere, în condițiile solicitării admisibile a sistemului tehnologic de prelucrare. De asemenea, prin introducerea condițiilor de restricție privind domeniul de variație a razei vîrfului sculei (r), adîncimii de așchiere (t), unghiul principal ($\varkappa_{ef}$) și secundar ($\varkappa_1$), unghiului de degajare (γ) și de înclinare a tăișului sculei (λ) se demonstrează că secțiunea transversală a așchiei nu poate avea decît una din formele geometrice indicate în figura 3 a, b, c și d sau configurații regulate în urma deformării plastice libere a formelor geometrice de bază ale secțiunii transversale a așchiei indicate în figura 3 a, b, c și d.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Duca, Z.*, Bazele teoretice ale prelucrărilor pe mașini unelte. Editura didactică și pedagogică București, 1969.

[2] *Degner, W., Lutze, H., Smeykal, F.*, Spanende Formung. Theorie, Berechnung, Reichtwerte VEB Verlag Technik — Berlin 1970.

[3] *Dumitraș, C., Sturzu, A., Bădescu, C., Militaru C. Gîrleanu, L.*, Mașini unelte și control tehnic. Vol. I. Institutul politehnic București, 1975.

[4] *Meyer, F.K.*, Der Einfluss der Werkzeuggeometrie und des Werkstoffes auf die Vorschub — und Rückkräfte beim Drehen. Industrie Anzeiger Nr. 45—5 iunie 1964 S 27—30

Berechnung des wirksamen Querschnitts des Spanes

In der vorliegenden Arbeit stehlt man einige Voraussetzungen vor, die zur Feststellung der allgemeinen Gleichung zur Berechung des wirksamen Querschnitts des Spanes geführt hat.

Weiterhin beschreiht man die Beinflussfaktoren, die auf das Mass des Querschnittes des Spanes wircken. Ausserdem bezeignet man die Kompatibilitätsbedingungen, mit denen man die wirksamen Querschnittformen in bezug auf die Schneidegeometrie beim Drehen festellen kann.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

HIDRAULICĂ

C.Z.: 621. 24
621. 67

INFLUENȚA PREROTAȚIEI ASUPRA PERFORMANȚELOR ENERGETICE ȘI HIDRAULICE ALE POMPELOR CENTRIFUGE

DAN ROBESCU*

Fenomenul de prerotație, definit de Steward în anul 1909, apare în conducta de aspirație a pompelor centrifuge care funcționează la regimuri diferite de cel nominal. Se propune un mod original de calcul a influenței intensității prerotației asupra parametrilor hidrodinamici și consumului de putere a pompei centrifuge cînd acest fenomen se simulează în sensul sau contra sensul de rotație a turbopompei.

Totodată se prezintă rezultatele experimentale obținute pe o instalație specială de simulare a fenomenului cînd în conducta de aspirație se introduce un mic rotor, antrenat din exterior care provoacă apariția unor prerotații de intensități și sensuri diferite.

Fenomenul de prerotație, studiat de Steward [5] în anul 1909, apare în conducta de aspirație a turbopompelor datorită funcționării acesteia la regimuri diferite de cel nominal.

Steward cu un instrument special, denumit rotormetru, care în esență reprezintă un mic rotor liber antrenat de curent, a constatat apariția și existența pretotației în conducta de admisie de 6″ a unei turbopompe centrifuge (fig. 1).

În conformitate cu determinările făcute de Steward (fig. 2) la debit nul rotormetrul are 233 rot/min (pompa fiind antrenată cu 1135 rot/min); pe măsură ce crește debitul de lichid turația rotormetrului se reduce treptat pînă la zero în cazul debitului nominal, mărindu-se ulterior pînă 40 rot/min pentru valoarea debitului maxim.

Experimentările făcute ulterior de Stepanoff [5] au arătat că la depășirea punctului de randament maxim, corespunzător punctului nominal de funcționare, sensul de prerotație se schimbă trecînd de la unul corespunzător celui dat de rotorul pompei la un sens contrar pentru debite superioare debitului nominal.

Se poate arăta că la turația rotormetrului de 233 rot/min (pentru $Q = 0$) și la diametrul conductei de 6″ peste înălțimea h corespunzătoare bazinului de aspirație, apare un surplus de sarcină $U^2/2\,g = 0{,}915$ m

Manuscris predat redacției la data de 23 ianuarie 1979.
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Hidraulică.

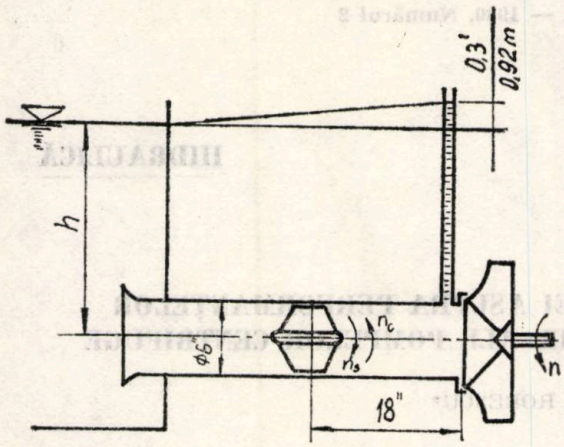
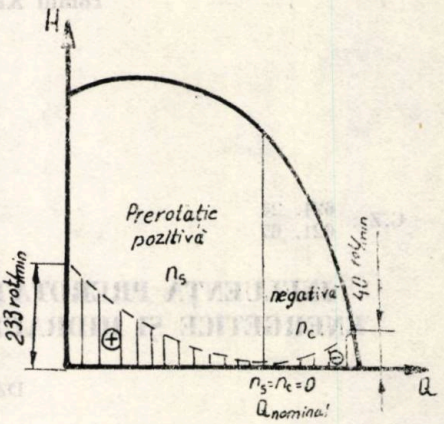


Fig. 1. Experienţa lui Steward.



Eig. 2. Fenomen de prerotaţie.

dat de înălţimea piezometrică a unui paraboloid de rotaţie; în acest caz jumătate din sarcina centrifugă este peste media „h" la peretele conductei de aspiraţie, iar cealaltă jumătate, în axul conductei, este sub medie.

Cercetările efectuate de autor au avut drept scop precizarea influenţei prerotaţiei, în sensul sau contra sensul turbopompei, asupra parametrilor hidrodinamici M [mCA] Q [m³/s] şi energetici N [kW], η [%].

Consideraţii teoretice asupra fenomenului de prerotaţie

Se consideră cazul simulării prerotaţiei pozitive şi negative, în conducta de aspiraţie a unei pompe centrifuge cu ajutorul unui mic rotor antrenat din exterior, cu turaţii diferite în gama de variaţie pînă la aceea corespunzătoare turbopompei.

În ipoteza că fluidul se aşterne pe pală la unghiul β_1, triunghiul de viteză de la intrarea în rotor va suferi o modificare majorînd sau micşorînd debitul după cum prerotaţia este în contra sensul turaţiei (mărimile notate cu indicele „c") sau în sensul rotorului (mărimile notate cu indicele „s").

Aşadar rezultă:

a) prerotaţie în sensul rotorului

$$C_{m_{1s}} < C_{m_1}; \quad \alpha_{1s} < \alpha_1; \quad C_{u_1} > C_{u_1} \tag{1}$$

Rezultă de aici că şocul de la intrarea în rotor este majorat şi din această cauză scade debitul de lichid aspirat;

b) prerotaţie în contra sensul turaţiei:

$$C_{m_{1c}} > C_{m_1}; \quad \alpha_{1c} > \alpha_1; \quad C_{u_{1c}} \vee C_{u_1} \tag{2}$$

Aşadar şocul de la intrarea în rotor se micşorează şi debitul creşte.

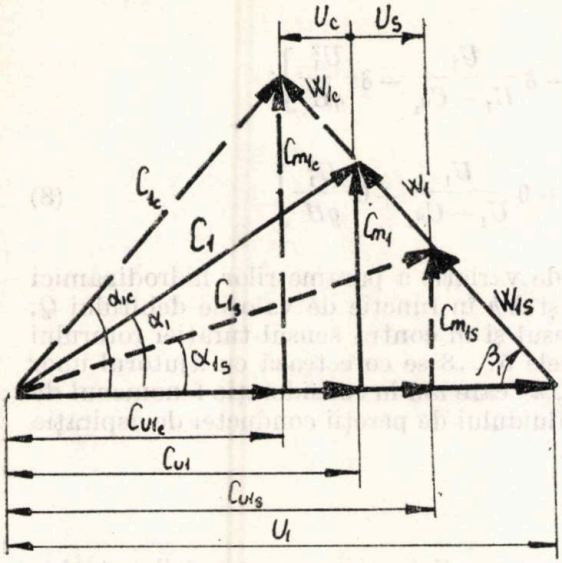


Fig. 3. Influența prerotației pozitive și negative.

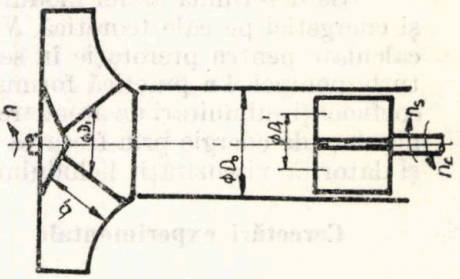


Fig. 4.Prerotația. Instalație experimentală.

Dacă se consideră formulele de calcul ale sarcinii H, debitul Q și puterii hidraulice N_h:

$$H = \frac{U_2 C_{u_2} - U_1 C_{u_1}}{g}; \qquad Q = \pi D_1 b_1 C_{m_1} \varepsilon_1; \qquad N_h = \frac{\gamma Q H}{102}$$

și ținînd seama de inegalitățile prezentate (1) și (2) se obține:

$$\begin{aligned} Q_s < Q \qquad N_s < H \qquad N_{h_s} < N_h \\ Q_c > Q \qquad H_c > H \qquad N_{h_c} > N_h \end{aligned} \tag{4}$$

Dacă se notează $U_{1c} = \delta U_1$ și $U_{1c} = \theta U_1$ conform [3] rezultă:
a) componenta meridiană a vitezei absolute

$$C_{m_{1s}} = \left(1 - \delta \frac{U_1}{U_1 - C_{u_1}}\right) C_{m_1}; \quad C_{m_{1c}} = \left(1 + \theta \frac{U_1}{U_1 - C_{u_1}}\right) C_{m_1} \tag{5}$$

b) debitul:

$$Q_s = Q\left(1 - \delta \frac{U_1}{U_1 - C_{u_1}}\right); \quad Q_c = Q\left(1 + \theta \frac{U_1}{U_1 - C_{u_1}}\right) \tag{6}$$

c) sarcina:

$$H_s = H - \delta \frac{U_1^2}{g}; \qquad H = H + \theta \frac{U_1^2}{g} \tag{7}$$

d) puterea hidraulică

$$N_{h_s} = N_h\left[1 - \delta\frac{U_1}{U_1 - C_{u_1}} - \delta\frac{U_1^2}{gH}\right];$$

$$N_{h_c} = N_h\left[1 + \theta\frac{U_1}{U_1 - C_{u_1}} + \theta\frac{U_1^2}{gH}\right] \tag{8}$$

Se determină astfel modul de variaţie a parametrilor hidrodinamici şi energetici pe cale teoretică N şi Nh în funcţie de valorile debitului Q, calculate pentru prerotaţie în sensul şi în contra sensul turaţiei rotorului turbopompei. În practică formulele 5...8 se corectează cu ajutorul unor coeficienţi subunitari de atenuare „k" care iau în consideraţie fenomenul de pierdere de energie prin frecarea fluidului de pereţii conductei de aspiraţie şi datorită viscozităţii lichidului.

Cercetări experimentale

Pentru a studia influenţa prerotaţiei asupra parametrilor turbopompei s-a construit în laboratorul de maşini hidraulice din IPB o instalaţie experimentală în circuit închis dotată cu diafragmă etalonată pentru măsurarea debitului vehiculat.

Pentru simularea fenomenului de prerotaţie în conducta de aspiraţie a turbopompei se introduce un rotor cu pale drepte antrenat din exterior de la un motor electric de curent continuu. Motorul, alimentat de la un grup Ward — Leonard, antrenează rotorul de prerotaţie cu trei turaţii diferite 480, 975, 1460 rot/min în sensul şi contra sensul turbopompei ce funcţionează la 1460 rot/min.

În timpul experimentărilor, efectuate în comun cu dr. ing. Iancu Costel, s-au făcut observaţii asupra curgerii prin conducta de aspiraţie executată din sticlă; aceasta a permis înregistrarea imaginilor pe peliculă cu şi fără stroboscop electronic. [7]

Totodată instalaţia experimentală a permis simularea unei sarcini de aspiraţie a turbopompei prin crearea unui vid artificial în rezervorul de aspiraţie cu ajutorul unei pompe cu palete culisante.

În tabelul 1 se indică abaterile parametrilor hidrodinamici şi energetici faţă de valorile corespunzătoare punctului nominal de funcţionare.

Tabelul 1

Mărime	Valoarea nominală	Abateri datorită prerotaţiei în % faţă de nominal					
		$\eta_{S3}=1460$ rot/min	$\eta_{S2}=975$ rot/min	$\eta_{S1}=480$ rot/min	$\eta_{C1}=580$ rot/min	$\eta_{C2}=975$ rot/min	$\eta_{C3}=1460$ rot/min
Q	24 l/s	−3,330	−1,660	−0,417	+0,417	+0,790	+1,040
H	9 mca	−6,110	−2,880	−0,770	+0,550	+1,110	+1,350
N	4530 W	−9,470	−6,170	−2,200	+2,640	+5,730	+8,150
η	46,8 %	−4,700	−3,420	−1,500	−2,140	−4,910	−7,91

În fig. 5. se prezintă modul de variație a parametrilor H, și N în funcție de debitul de lichid corespunzător prerotațiilor ca abatere față de valorile nominale.

Se constată astfel că sarcina, debitul și puterea cresc cu intensitatea prerotației contrară sensului de rotație a turbopompei în timp ce randamentul cade rapid.

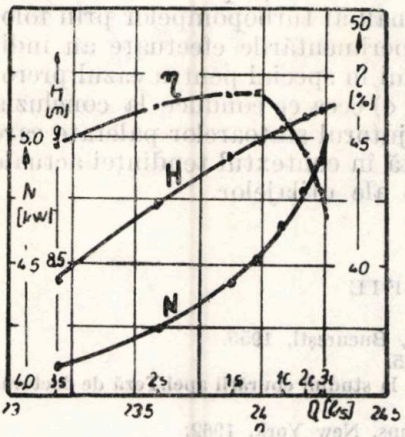


Fig. 5. Influența prerotației.

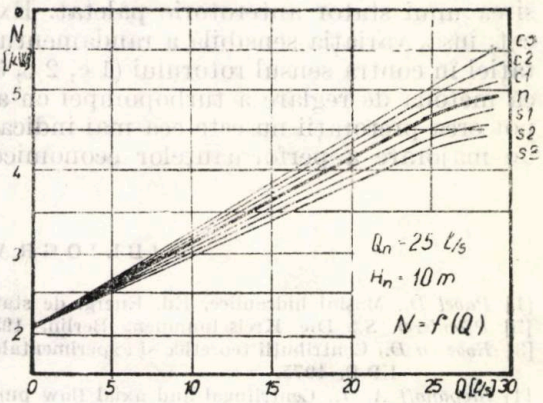


Fig. 6. Variația puterii electrice.

În fig. 6 și 7 se prezintă modul de variație a puterii și respectiv randamentului în funcție de intensitatea și sensul prerotației pentru întreaga gamă de variație a debitului de apă.

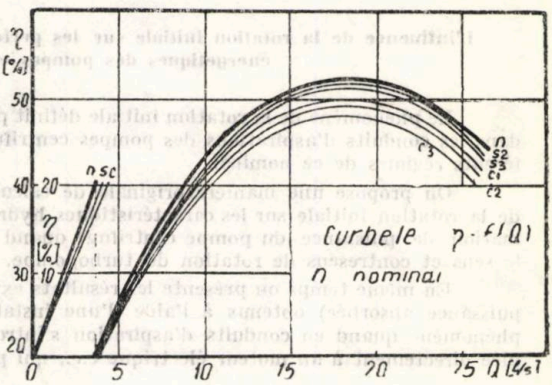


Fig. 7. Variația randamentului.

Concluzii

Prerotația este un fenomen ce apare în conducta de aspirație a unei turbopompe datorită funcționării agregatului la parametri diferiți de valorile nominale. Prerotația poate apare și datorită unor condiții specifice de aspirație legate în special de cota geodezică a nivelului static al apei din bazinul de aspirație ce poate genera apariția unui vîrtej care se propagă în conductă.

Efectul prerotaţiei asupra parametrilor funcţionali ai turbopompei poate fi apreciat cu ajutorul relaţiilor (6)...(8) date în prezenta lucrare Pentru calculul efectiv este necesară, pe de o parte determinarea vitezei periferice a lichidului, datorită prerotaţiei, în conducta de aspiraţie şi pe de altă parte cunoaşterea coeficientului de atenuare „k" cu valori subunitare.

Prerotaţia este un efect care în anumite situaţii poate fi utilizat în procesul de reglare a parametrilor funcţionali ai turbopompelor prin folosirea unui stator anterotoric paletat. Experimentările efectuate au indicat, însă, variaţia sensibilă a randamentului în special pentru cazul prerotaţiei în contra sensul rotorului (1 c, 2 c, 3 c) ceea ce conduce la concluzia că metoda de reglare a turbopompei cu ajutorul statoarelor paletate care pot crea prerotaţii nu este cea mai indicată în contextul tendinţei actuale de majorare a performanţelor economice ale utilajelor.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Pavel D.*, Maşini hidraulice, Ed. Energ. de stat, Bucureşti, 1955.
[2] *Pfleiderer S.*, Die Kreiselpumpen, Berlin, 1955.
[3] *Robescu D.*, Contribuţii teoretice şi experimentale la studiul epurării apei.Teză de doctorat I.P.P. 1975.
[4] *Stepanoff A. J.*, Centrifugal and axial flow pumps, New York, 1962.
[5] *Stepanoff A. J.*, Pumps and Blowers. Two phase flow, New York. 1965.
[6] *Weber P.*, Arbeitsmaschinen – Kreiselpumpen und Kreiselverdichter, vol. 2, Berlin,1952
[7] *Robescu., Iancu C.*, Cercetări experimentale asupra efectului de prerotaţie la o pompă centrifugă, lucrare experimentală efectuată în laboratorul de maşini hidraulice din I.P.B., 1972.

L'influence de la rotation initiale sur les performances hydrodynamiques et énergetiques des pompes centrifuges.

Le phénomène de la rotation initiale définit par Steward en 1909, se trouve dans les conduits d'aspirations des pompes centrifuges qui fonctionnent aux différents régimes de ce nominal.

On propose une manière originale de calcul de l'influence de l'intensité de la rotation initiale sur les caractéristiques hydrodinamiques et sur la consommation de puissance du pompe centrifuge quand on simule ce phénomène dans le sens et contresens de rotation du turbopompe.

En même temps on présente les résultats expérimentals (débit, rendement puissance absorbée) obtenus à l'aide d'une installation spéciale qui simule le phénomène quand en conduits d'aspiration s'introduit une petite roue, accouplée directement à un moteur électrique c.c., qui provoque une rotation initiale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématique et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti", «Buletinul Institutului politehnic "Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Instiut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

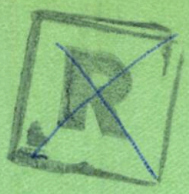
L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa : **INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI ROMANIA**
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Chimie-Metalurgie

1980 DEC 1

Lei 20

F1130/3



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 3 ANUL 1980
IULIE—SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Cioránescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

С. Г. Христова, Д. Д. Байнов

О глобально ограниченных решений одного класса интегродифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом . . . 3

Elisabeta Vasilescu

Model matematic pentru sinteza bipoziţională a multipletei spaţiale cu bare şi roţi dinţate 9

Ecaterina Cioară

Asupra unor noi algoritmi de clasificare dinamică şi aplicaţii în pratică 19

MECANICĂ

Şt. Staicu

Sur le choc du solide à appui 33

P. Bratu

Influenţa rigidităţii terenului asupra pulsaţiilor proprii ale sistemului maşină-teren în cazul compactoarelor vibratoare autopropulsate 47

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

B. Grünwald

Determinarea vitezei echivalente a mişcărilor gazelor din cilindrul motorului cu ardere internă 57

C. Pană, N. Negurescu, M. Popa

Unele aspecte ale dinamicii sistemului de distribuţie la motoarele cu ardere internă cu faze de distribuţie variabile 73

CAZANE

C. Neagu

Influenţa conţinutului de steril asupra timpului de ardere a particulei de şist bituminos 81

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

D. Drimer, Gh. Csapo

L'optimisation de la forme géométrique des transducteurs ultrasoniques magnétostrictifs de puissance 89

REZISTENŢA MATERIALELOR

M. Radeş

On the Effect of Bearing Damping on Critical Speeds of Flexible Rotors 101

SUMAR

MATEMATICĂ

C. I. Xpucmea, Д. Д. Бадиов

О годовално определенных решений одного класса интегродифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом . . . 3

Elisabeta Vasilescu

Model matematic pentru studiul bifurcațiilor a multiplelelor spațiale cu bare și rotiți diferite 9

Ecaterina Ciobata

Asupra unor noi algoritmi de clasificare dinamică și aplicații în practică . . . 19

MECANICĂ

Șt. Stoleru

Sur le choc du solide à appui 33

P. Bratu

Influența rigidității terenului asupra puterii sistemului mașină-teren în cazul comportării vibratorie autopropulsate . . . 47

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

R. Grünwald

Determinarea vitezei echivalente a mișcării gazelor din cilindrul motor rulat cu avioare interne 57

L. Frăș, N. Negureșu, M. Popa

Unele aspecte ale dinamicii sistemului de distribuție la motoarele cu avioare interne cu tare de distribuție variabile 73

CAZANE

C. Negoiță

Influența conținutului de sticlă asupra timpului de ardere a particulei de șist bituminos 81

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

D. Drimer, Gh. Ciupe

L'optimisation de la forme géométrique des transducteurs électromagnétiques magnétostrictifs de puissance 89

REZISTENȚA MATERIALELOR

M. Hoțea

On the Limit of Steering Diameter on Critical Speeds of Flexible Rotors . . . 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

c.z.: 517.9

MATEMATICĂ

О ГЛОБАЛЬНО ОГРАНИЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

С. Г. ХРИСТОВА, Д. Д. БАЙНОВ*

В работе доказаны теоремы о существовании и единственности глобально ограниченных решений одного класса дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.

В настоящей работе рассматривается вопрос о существовании и единственности решения системы интегро — дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.

Введем следующие обозначения: $\overline{m, n}$ — совокупность целых чисел $m, m+1, \ldots, n$, $0 \leqslant m \leqslant n$; $\mathbb{R}^{nm}$ — пространство $n \times m$ вещественных матриц A, полуупорядоченное при помощи неотрицательного конуса K^{nm} вещественных матриц, которые имеют неотрицательные элементы; $|A| \in K^{nm}$ — модуль матрицы $A \in \mathbb{R}^{nm}$; $\gamma(A)$ — спектральный радиус A; E_n — единичная $n \times n$ мартица; $\gamma = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$, $\tau = (\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n)$ — векторы из $\operatorname{int} K$; $\omega = [-\gamma_1, \gamma_1] \times [-\gamma_2, \gamma_2] \times \ldots \times [-\gamma_n, \gamma_n]$, $\Omega = [-\tau_1, \tau_1] \times [-\tau_2, \tau_2] \times \ldots \times [-\tau_n, \tau_n]$ — подмножества из $\mathbb{R}^n$; $H = \mathbb{R}^1 \times \Omega$, $G = \mathbb{R}^1 \times \Omega \times \Omega \times \mathbb{R}^1$ — множества; $I_a^+ = [a, \infty)$, $I_a^- = (-\infty, a]$ — интервалы, $C^k(I, D)$ — пространство k раз непрерывно дифференцируемых функций $x : I \leftarrow D$; $\|\|\cdot\|\|$ — норма в $C^0(I, R^n)$; $\|\|x\|\| = (|x|_1, |x|_2, \ldots, |x|_n)$ где $|x|_m = \sup\{|x_m(t)| : t \in I\}$.

Рассмотрим интегро — дифференциальное уравнение

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x_\Delta(t), W[t, x, x_\Delta]) \tag{1}$$

где $x_\Delta(t) = x(\Delta(t, x|t))$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$, $f = (f_1, \ldots, f_n)$

функция $f : G \to \mathbb{R}^n$ — непрерывна и равномерно ограничена по t, функция $\Delta : H \to \mathbb{R}^1$ — непрерывна, а

$$W[t, x, x_\Delta] = \int_0^1 F(t, s, x_\Delta(s), x_\Delta(s))\, ds$$

Приятно в редакцию 12—12 1976
* Пловдивский — Университет — Болгария

Предположим, что выполнено следующее условие (А):

А. В области G функции f_i, $i \in \overline{1, n}$ удовлетворяют неравенствам

$$0 < l_i\, h \leqslant (f_i\,(t,\, u + he_i,\, v,\, W[t,\, u + he_i,\, v]) -$$

$$-f_i(t,\, u,\, v,\, W[t,\, u,\, v])) \operatorname{sign}\left(m - i + \frac{1}{2}\right) \leqslant L_i\, h$$

где L_i, l_i — постоянные, для любых $h > 0$.

При исследовании глобально ограниченных решений уравнения (1) будем пользоваться итерационной схемы [I]

$$\dot{x}^{(k+1)}(t) + \lambda x^{(k+1)}(t) = \lambda x^{(k+1)}(t) +$$

$$+ f(t,\, x^{(k)}(t),\, x_\Delta^{(k)}(t),\, W(t,\, x^{(k)},\, x_\Delta^{(k)})) \tag{2}$$

где

$$\lambda = \operatorname{diag}\,(\lambda_+,\, \lambda_-) = \operatorname{diag}\,(\lambda_1,\, \ldots,\, \lambda_m\,;\, \lambda_{m+1},\, \ldots,\, \lambda_n)$$

$$\lambda_i = \frac{1}{2}\,(L_i + l_i) \operatorname{sign}\left(-m + \mathrm{i} - \frac{1}{2}\right) \tag{3}$$

Если функция $x^{(k)}$ равномерно ограничена, то единственное ограниченное решение уравнения (2) есть

$$x^{(k+1)} = \Pi x^{(k)}$$

где

$$\Pi\,\lambda x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t - s)\,(\lambda\, x(s) + f(s,\, x(s),\, x_\Delta(s)\; W(s,\, x(s),\, x_\Delta\,(s)))\,\mathrm{d}s \tag{4}$$

$$G(t) = \begin{cases} -\operatorname{diag}(e^{-\lambda_- t},\, 0) = G_-(t), & t < 0 \\ \operatorname{diag}(0,\, e^{\lambda_+ t}) = G_+(t), & t > 0 \end{cases} \tag{5}$$

$$G_+(+0) - G_-(-0) = E$$

Дальше будем считать, что $\gamma_i = h_i/l_i$, $i \in \overline{1, n}$, где

$$h_i = \sup\,\{|f_i(t,\, u - u_i l_i,\, v,\, W)| : (t,\, u,\, v,\, W) \in G\} \tag{6}$$

ТЕОРЕМА I. Пусть выполнено условие (А) и $\gamma \leqslant \tau$. Тогда существует хотя бы одного решения $x^* \in C^1(\mathbb{R}^1, \omega)$ уравнения (I).

Доказательство. Из условия (А), равенство (6) и того, что $\gamma \leqslant \tau$ следует, что для всех $(t, u, v) \in G$

$$\lambda_i u_i + f_i(t, u, v, W(t, u, v))| \leqslant |\lambda_i u_i +$$

$$+ f_i(t, u, v, W(t, u, v)) - f_i(t, u - u_i l_i, v, W(t, u - u_i l_i, v))| +$$

$$+ |f_i(t, u + u_i l_i, v, W(t, u + u_i l_i, v)| \leqslant$$

$$\leqslant \frac{L_i - l_i}{2} |u_i| + h_i \leqslant \frac{L_i - l_i}{2} \gamma_i + h_i = x.$$

Согласно (4), (5) и (3) оператор Π действующий непрерывно в $C^1(\mathbb{R}^1, \omega)$ расщепляется следующим образом

$$\Pi_i x(t) = \begin{cases} -\int_t^\infty e^{\lambda i(s-t)} X_i(s)\, ds, \ i \in \overline{1, m} \\ \int_{-\infty}^t e^{\lambda i(s-t)} X_i(s)\, ds, \ i \in \overline{m+1, n} \end{cases} \tag{7}$$

$$X_i(s) = \lambda_i x_i(s) - f_i(s, x(x), x_\Delta(s), W(s, x(s), x_\Delta(s)))$$

Пусть $\mu_i = 1/|\lambda_i|$. Тогда

$$|\Pi_i x(t)| \leqslant \mu_i x_i = \frac{L_i - l_i}{L_i + l_i} \gamma_i + \frac{2h_i}{L_i + l_i} = \gamma_i \tag{8}$$

Отсюда следует, что $|||\Pi x||| \leqslant \gamma$ и $\Pi C^1(\mathbb{R}, \omega) \subset C^1(\mathbb{R}^1, \omega)$.

Пусть $t, \bar{t} \in I$. Тогда из (7) и (8) следует, что

$$|\Pi x(t) - \Pi x(E)| \leqslant 2(E_n - \exp(-|\lambda|\ |t - \bar{t}|))\, \gamma$$

Следовательно множество $\Pi C^1(\mathbb{R}^1, \omega)$ равномерно непрерывно. Легко проверяется, что это множество выпукло и замкнуто. Тогда из принципа Шаудера следует утверждение теоремы.

Пусть выполнено следующее условие (Б):

Б. В области H и G функции f, F и s удовлетворяют обобщенное условие Липшица

$$|f(t, u, v, w) - f(t, \bar{u}, \bar{v}, \bar{w})| \leqslant L\,|u - \bar{u}| + M\,|v - \bar{v}| + N\,|w - \bar{w}|$$

$$|F(t, s, u, v) - F(t, s, \bar{u}, \bar{v})| \leqslant P\,|u - \bar{u}| + Q\,|v - \bar{v}|$$

$$|\Delta(t, u) - \Delta(t, \bar{u})| \leqslant S\,|u - \bar{u}|$$

где

$$L = [L_{ij}],\ M = [M_{jk}],\ S = (S_1, \ldots, S_n) \in K^n$$

$$P = [P_{jk}],\ Q = [Q_{jk}]$$

ТЕОРЕМА 2. Пусть выполнены условия теоремы I и условие (Б) и пусть $\rho(\Phi) < 1$, где

$$\Phi = [\Phi_{jk}] = |\lambda|^{-1}(L + N(P + Q) + M(E_n + BS)) + E_n \in K^n$$

$$\Phi_{jk} = \frac{2}{L_j + L_k}\left[\frac{L_j - l_j}{2} + \left(L - \frac{L_j - l_j}{2}\right)\operatorname{sign}^2(j-k) + \right.$$

$$\left. + M_{jk} + N_k P_{jk} + N_k Q_{jk} + S_k \sum_{i=1}^{n} M_{ik} B_i \right]$$

$$B_i = \operatorname{Sup}\{|f_i(t, u, v, w)| i\,(t, u, v, w) \in G\}$$

Тогда уравнение (I) имеет единственное решение $x^k \in C^1(\mathbb{R}^1, \omega)$.

Доказательство. Пусть $x,\ \bar{x} \in C^1(\mathbb{R}^1, \omega)$ две решения уравнения I). Тогда $x \equiv \Pi x$ и $\bar{x} \equiv \Pi\bar{x}$.

Положим $|||x - \bar{x}||| = \varepsilon\ \overline{\Delta} = \Delta(t, \bar{x}(t)),\ \bar{f} = f(t, \bar{x}(t), \bar{x}_{\overline{\Delta}}(t), W[t, \bar{x}, \bar{x}_{\overline{\Delta}}])$.

Введем обозначение $\varphi_0 = \varphi(t^\circ),\ t^\circ \in \mathbb{R}^1$.

Согласно условий теоремы 2 существует число $t^\circ \in \mathbb{R}^1$ такое, что

$$|x(t) - \bar{x}(t)| = |\Pi x(t) - \Pi\bar{x}(t)| \leqslant |\lambda|^{-1}|\lambda(x^\circ - \bar{x}^\circ) + f^\circ - \bar{f}^\circ| \leqslant$$

$$\leqslant |\lambda|^{-1}\{|\lambda(x^\circ - \bar{x}^\circ) + f(t^\circ, x^\circ, x(\Delta^\circ), W[t^\circ, x^\circ, x(\Delta^\circ)]) -$$

$$- f(t^\circ, \bar{x}^\circ, x(\Delta^\circ), W[t^\circ, x^\circ, x(\Delta^\circ)])| +$$

$$+ |f(t^\circ, \bar{x}^\circ, x(\Delta^\circ), W[t^\circ, \bar{x}^\circ, x(\Delta^\circ)]) -$$

$$- f(t^\circ, \bar{x}^\circ, x(\Delta^\circ), W[t^\circ, \bar{x}^\circ, x(\overline{\Delta}^\circ)])| +$$

$$+ |f(t^\circ, \bar{x}^\circ, x(\overline{\Delta}^\circ), W[t^\circ, \bar{x}^\circ, x(\overline{\Delta}^\circ)]) -$$

$$- f(t^\circ, \bar{x}^\circ, \bar{x}(\overline{\Delta}^\circ), W[t^\circ, x^\circ, \bar{x}(\overline{\Delta}^\circ)])\} \leqslant$$

$$\leqslant |\lambda|^{-1}(L + NP + M + NQ|\lambda|)\,\varepsilon + |\lambda|^{-1} M\,|x(\Delta^\circ) - x(\Delta^\circ)| +$$

$$+ |\lambda|^{-1} NQ \int_0^1 |x(\Delta^\circ) - x(\overline{\Delta}^\circ)| \, ds \leqslant$$

$$\leqslant |\lambda|^{-1} (L + NP - |\lambda| + M + NQ) \varepsilon + |\lambda|^{-1} (M + NQ) B |\Delta^\circ - \overline{\Delta}^\circ|$$

$$\leqslant |\lambda|^{-1} (L + NP - |\lambda| + M + NQ) \varepsilon + |\lambda|^{-1} (M + NQ) BS\varepsilon = \Phi\varepsilon$$

для всех $t \in \mathbb{R}^1$. Следовательно $\varepsilon \leqslant \Phi\varepsilon$, откуда следует, что $\varepsilon = 0$ и $x = \bar{x}$.

Этим теорема 2 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Константйнов М. М.* Ограниченные ре ения системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Rev. roum. de math. pures et appl., 1972, Nr 6, 885 — 894.

Asupra soluţiilor mărginite ale unei clase de ecuaţii integro-diferenţiale cu argument întîrziat

În lucrare sînt demonstrate teoreme relativ la existenţa şi unicitatea soluţiilor global mărginite ale unei clase de ecuaţii diferenţiale cu argument modificat.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Коллинеаннов М. М.* Ограниченные решения системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Rev. roum. de math. pures et appl., 1972, Nr 6, 885 – 894.

Asupra soluţiilor mărginite ale unei clase de ecuaţii integro diferenţiale cu argument întîrziat

În lucrare sînt demonstrate teoreme relativ la existenţa şi unicitatea soluţiilor global mărginite ale unei clase de ecuaţii diferenţiale cu argument modificat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

c.z.: 519.283 : 621.833

MODEL MATEMATIC PENTRU SINTEZA BIPOZIȚIONALĂ A MULTIPLETEI SPAȚIALE CU BARE ȘI ROȚI DINȚATE

ELISABETA VASILESCU*

În sinteza bipoziționalã a multipletei spațiale cu bare și roți apar dificultăți în rezolvarea unor sisteme de ecuații neliniare. Este prezentată o metodă de rezolvare a acestor sisteme de ecuații.

Introducere

Rezolvarea generală a pozițiilor în lanțurile cinematice tridimensionale se bazează pe geometria contururilor vectoriale. Pe baza conturului poligonal cu laturi perpendiculare, vectorul rezultant de poziție într-o multipletă spațială se obține din:

$$\bar{\Delta} = s_1\bar{e}_1 + a_1\bar{n}_1 + s_2\bar{e}_2 + a_2\bar{n}_2 + \ldots + a_p\bar{n}_{p-1} \tag{1}$$

Pentru calculele practice este necesară exprimarea acestui vector prin componentele sale pe axele unui triedru de referință. Pentru determinarea poziției vectorului unui punct de pe ultimul element al multipletei se folosesc relațiile vectoriale:

$$\sin \alpha_i \bar{n}_i = \bar{e}_i \times \bar{e}_{i+1}; \quad \cos \alpha_i = \bar{e}_i \cdot \bar{e}_{i+1}; \quad \bar{e}_i^2 = 1$$

$$\sin \theta_i \bar{e}_i = \bar{n}_{i-1} \times \bar{n}_i; \quad \cos \theta_i = \bar{n}_{i-1} \cdot \bar{n}_i; \quad \bar{n}_i^2 = 1$$

Expresiile versorilor axelor și normalelor în funcție de bazele triedrului fix sînt:

$$\bar{e}_i = A_i\bar{n}_0 + B_i\bar{e}_1 \times \bar{n}_0 + C_i \cdot \bar{e}_1$$

$$\bar{n}_i = D_i\bar{n}_0 + E_i\bar{e}_1 \times n_0 + F_i\bar{e}_1$$

cu notația $\sin x = \bar{x}$, $\cos x = \bar{\bar{x}}$, se cunosc:

$$A_1 = 0; \; B_1 = 0; \; C_1 = 1;$$

$$A_2 = \bar{\alpha}_1\bar{\theta}_1; \; B_2 = -\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\theta}}_1; \; C_2 = \bar{\bar{\alpha}}_1$$

Manuscris predat redacției la data 26 noiembrie 1979
* Șef lucrări ing. Catedra Geometrie descriptivă și desen.

$$A_3 = \bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\theta}_1 + \bar{\alpha}_2\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\theta}_2 + \bar{\bar{\alpha}}_1\alpha_2\theta_1\bar{\theta}_2; \quad B_3 = -(\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2 + \bar{\bar{\alpha}}_1\alpha_2\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\bar{\theta}}_2);$$

$$C_3 = \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\alpha}}_2 - \bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\theta}}_2$$

$$D_0 = 1; \; E_0 = 0; \; F_0 = 0 \tag{2}$$

$$D_1 = \bar{\bar{\theta}}_1; \; E_1 = \bar{\theta}_1; \; F_1 = 0$$

$$D_2 = \bar{\bar{\theta}}_1\bar{\bar{\theta}}_2 - \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2; \; E_2 = \bar{\theta}_1\bar{\bar{\theta}}_2 + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\theta}_2; \; F_2 = \bar{\alpha}_1\bar{\theta}_2$$

În multipleta spațială formată din bare și roți dințate (fig. 1) vectorul de poziție al unui punct P este determinat de relația (1). Proiectat pe

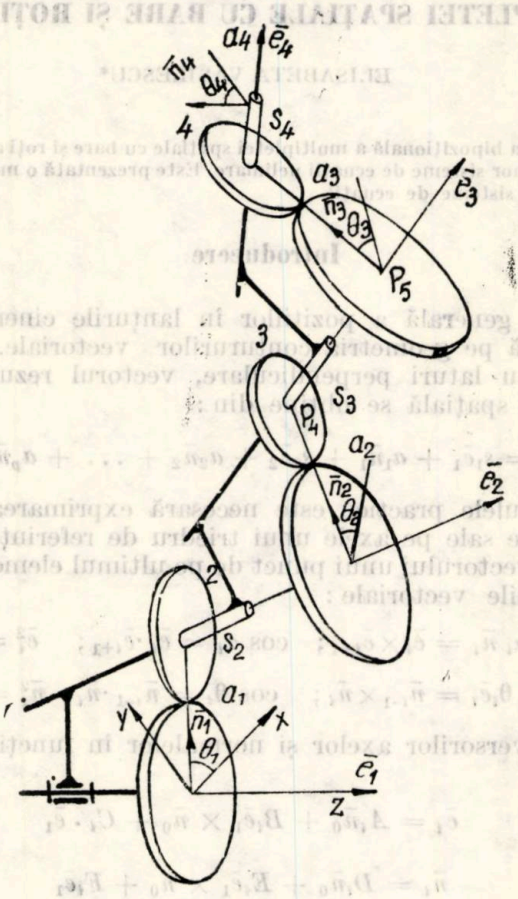


Fig. 1

axele triedrului fix acest vector are expresia:

$$\bar{r}_p = G_p\bar{n}_0 + H_p\bar{e}_1 \times n_0 + K_p\bar{e}_1 \qquad \text{cu}$$

$$G_p = s_1A_1 + a_1D_1 + s_2A_2 + \ldots a_{p-1}D_{p-1}$$

$$H_p = s_1B_1 + a_1E_1 + s_2B_2 + \ldots a_{p-1}E_{p-1}$$

$$K_p = s_1C_1 + a_1F_1 + s_2C_2 + \ldots a_{p-1}F_{p-1}$$

În multipleta spațială cu bare și roți intervin următoarele mărimi: unghiurile α_p între axe, lungimile s_p, distanțele a_p între axe, unghiurile de rotație θ_p și raportul de transmitere a mișcării

$$i_p = \frac{\nu_{p-1,\,p} \cos \beta_{p-1,\,p}}{r_{p+1,\,p} \cos \beta_{p+1,\,p}}$$

unde β_p este unghiul de înclinare al danturii roții dințate din angrenajul elicoidal, iar r_p este raza cercului primitiv al roții dințate. Expresiile coordonatelor unui punct $P(x, y, z)$ devin:

$$x = G_p\,;\; y = H_p\,;\; z = K_p$$

1. Sinteza bipoziționalã a multipletei cu bare și roți

În problemele de sinteză se cere determinarea tuturor dimensiunilor elementelor mecanismului astfel încît unul din elementele sale sau o porțiune din el să treacă prin anumite poziții impuse de procesul tehnologic. Pentru ca un punct P din multipleta considerată să treacă din poziția $P^{(1)}$ în poziția $P^{(2)}$ date se cere determinarea mărimilor a_p, s_p, θ_p, α_p, i_p, ceea ce duce la rezolvarea unor sisteme neliniare de ecuații. Considerînd rapoartele de transmitere intrînd în calcule sub forma unei constante k, se obțin în cazul sintezei bipoziționale 6 ecuații cu $3p - 2$ necunoscute ($s_1 = 0$). Expresiile coordonatelor punctelor $p^{(1)}$ și $P^{(2)}$ în funcție de necunoscute sînt:

$$x^{(1)} = F_1(a_1, a_2, \ldots a_{p-1}, s_1, s_2, \ldots s_{p-1}, \theta_1^{(1)}, K, \alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{p-2})$$

$$y^{(1)} = F_2(a_1, a_2, \ldots a_{p-1}, s_1, s_2, \ldots s_{p-1}, \theta_1^{(0)}, K, \alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{p-2})$$

$$z^{(1)} = F_3(a_1, a_2, \ldots a_{p-1}, s_1, s_2, \ldots s_{p-1}, \theta_1^{(1)}, K, \alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{p-2})$$

$$x^{(2)} = F_4(a_1, a_2, \ldots a_{p-1}, s_1, s_2, \ldots s_{p-1}, \theta_1^{(2)}, K, \alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{p-2})$$

$$y^{(2)} = F_5(a_1, a_2, \ldots a_{p-1}, s_1, s_2, \ldots I \ldots s_{p-1}, \theta_1^{(2)}, K, \alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{p-2})$$

$$z^{(2)} = F_6(a_1, a_2, \ldots a_{p-1}, s_1, s_2, \ldots s_{p-1}, \theta_1^{(2)}, K, \alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{p-2})$$

Nr. ecuații	Nr. axe (p)	Necunoscute
6	2	$3(a_1\ \theta_1^{(1)} \theta_1^{(2)})$
6	3	$7(a_1\ a_2 s_2 \theta_1^{(1)}\ \theta_1^{(2)}\ {}^2\alpha_1 K)$
6	4	$10(a_1 a_2 a_3 s_2 s_3 \theta_1^{(1)}\ \theta_1^{(2)}\ \alpha_1 \alpha_2 K)$
6	5	$13(a_1 a_2 a_3 a_4 s_2 s_3 s_4 \theta_1^{(1)}\ \theta_1^{(2)} \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 K)$

Pentru $p = 3$ se determină elementele multipletei spațiale cînd punctele P_4 și P_5 trec din poziția (1) în poziția (2) cunoscute, cu ajutorul sistemului:

$$x^{(1)} = a_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)} + s_2\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)} + a_2(\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)}\,\overline{i_1\theta_1^{(1)}} - \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\theta}_1^{(1)}\,i_1\theta_1^{(1)})$$

$$y^{(1)} = a_1\bar{\theta}_1^{(1)} - s_2\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)} + a_2(\bar{\theta}_1^{(1)}\,i_1\overline{\theta_1^{(1)}} + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)}\,i_1\theta_1^{(1)})$$

$$z^{(1)} = s_2\bar{\bar{\alpha}}_1 + a_2\bar{\alpha}_1\,\overline{i_1\theta_1^{(1)}}$$

$$x^{(2)} = a_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(2)} + s_2\bar{\alpha}_1\theta_1^{(2)} + a_2(\bar{\bar{\theta}}_1^{(2)}\,\overline{i_1\theta_1^{(2)}} - \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\theta}_1^{(2)}\,i_1\theta_1^{(2)}) \tag{3}$$

$$y^{(2)} = a_1\bar{\theta}_1^{(2)} - s_2\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)} + a_2(\bar{\theta}_1^{(2)}\,\overline{i_1\theta_1^{(2)}} + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(2)}\,i_1\theta_1^{(2)})$$

$$z^{(2)} = s_2\bar{\bar{\alpha}}_1 + a_2\bar{\alpha}_1\,\overline{i_1\theta_1^{(2)}}$$

Rezolvarea acestui sistem prin una din metodele de rezolvare a sistemelor de ecuații neliniare, presupune pentru asigurarea convergenței rapide a procedeului, o primă aproximare a valorilor inițiale cît mai apropiate de soluțiile sistemului. Domeniul mare de variație al necunoscutelor duce la dificultăți în aproximarea inițială a necunoscutelor. Se propune o metodă de rezolvare a acestui sistem cu ajutorul calculatorului.

Se scade ecuația a șasea din ecuația a treia:

$$z^1 - z^2 = a_2\bar{\alpha}_1(\overline{i_1\theta_1^{(1)}} - \overline{i_1\theta_1^{(2)}}$$

Deci

$$a_2 = \frac{z^{(1)} - z^{(2)}}{\bar{\alpha}_1(i_1\theta_1^{(1)} - i_1\theta_1^{(2)})} = A$$

$$s_2 = \frac{z_1^{(1)} - \dfrac{z^{(1)} - z^{(2)}}{i_1\theta_1^{(1)} - i_1\theta_1^{(2)}} \cdot i_1\theta^{(1)}}{\bar{\bar{\alpha}}_1} = B$$

Se notează

$$C = \bar{\bar{\theta}}_1^{(1)} \cdot \overline{i_1\theta_1^{(1)}} - \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\theta}_1^{(1)}\,i_1\,\theta_1^{(1)}$$

$$D = \bar{\theta}_1^{(1)}\,\overline{i_1\theta_1^{(1)}} + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)}\,\overline{i_1\theta_1^{(1)}}$$

$$E = \bar{\bar{\theta}}_1^{(2)}\,\overline{i_1\theta_1^{(2)}} - \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\theta}_1^{(2)}\overline{i_1\theta_1^{(2)}}$$

$$F = \bar{\theta}_1^{(2)}\,\overline{i_1\theta_2^{(2)}} + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(2)}\,i_1\theta_1^{(2)}$$

și rezultă :

$$a_1 = \frac{x^{(1)} - B\bar{\alpha}_1\bar{\theta}_1^{(1)} - A \cdot C}{\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)}}$$

$$a_1 = \frac{y^{(1)} + B\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(1)} - A \cdot D}{\bar{\theta}_1^{(1)}}$$

$$a_1 = \frac{x^{(2)} - B\bar{\alpha}_1\bar{\theta}_1^{(2)} - A \cdot E}{\bar{\bar{\theta}}_1^{(2)}} \qquad (4)$$

$$a_1 = \frac{y^{(2)} + B\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\theta}}_1^{(2)} - A \cdot F}{\bar{\theta}_1^{(2)}}$$

În expresiile (4) unghiurile $\theta_1^{(1)}$ și $\theta_1^{(2)}$ variază între 0° și 360°, unghiul α_1 între 0° și 45°, iar $k = i_1$ între 1/8 și 8. Organigrama programului de rezolvare a sistemului (3) cu ajutorul calculatorului este prezentată în fig. 2.

S-au ales următoarele date :

$$x^{(1)} = 24{,}6 \quad y^{(1)} = 4{,}9 ; \quad z^{(1)} = 12{,}4$$

$$x^{(2)} = 12{,}1 ; \quad y^{(2)} = 14 ; \quad z^{(2)} = 14{,}6$$

S-au obținut următoarele valori :

α_1	$\theta_1^{(1)}$	$\theta_1^{(2)}$	i_1	a_2	s_2
32,5°	17,5°	42,5°	1,5	9,0073	12,646

a_1		a_1	a_1	a_1		
16,714		18,290	16,666	16,436		
35°	20°	45°	1,25	9,3814	12,3615	
16,278		16,381	16,411	15,288		
32,5°	17,5°	40°	1,5	9,663	11,9798	
16,234		16,611	16,317	16,208		

Pentru un calcul exact se poate întrebuința în continuare metoda Newton de rezolvare a sistemelor neliniare.

Pentru punctul P_5 (fig. 2) sistemul neliniar scris cu notații restrînse devine :

$$x^{(1)} = a_1 D_1^{(1)} + s_2 A_2^{(1)} + a_2 D_2^{(1)} + s_3 A_3^{(1)}$$

$$y^{(1)} = a_1 E_1^{(1)} + s_2 B_2^{(1)} + a_2 E_2^{(1)} + s_3 B_3^{(1)}$$

$$z^{(1)} = a_1 F_1^{(1)} + s_2 C_2^{(1)} + a_2 F_2^{(1)} + s_3 C_3^{(1)}$$

$$x^{(2)} = a_1 D_1^{(2)} + s_2 A_2^{(2)} + a_2 D_2^{(2)} + s_3 A_3^{(2)}$$

$$y^{(2)} = a_1 E_1^{(2)} + s_2 B_2^{(2)} + a_2 E_2^{(2)} + s_3 B_3^{(2)}$$

$$z^{(2)} = a_1 F_1^{(2)} + s_2 C_2^{(2)} + a_2 F_2^{(2)} + s_3 C_3^{(2)}$$

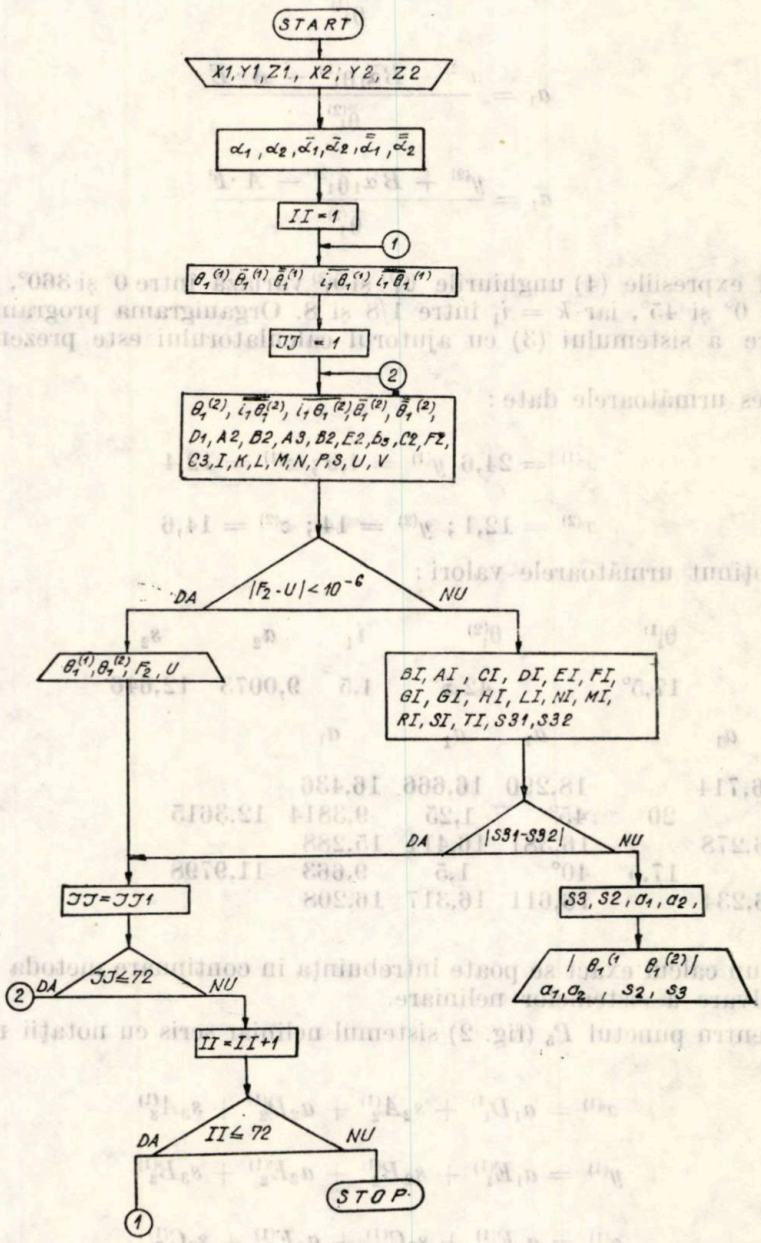


Fig. 2

S-au utilizat relațiile (2) în care s-a notat cu exponent (1) sau (2) după cum apare unghiul $\theta_1^{(1)}$ sau $\theta_1^{(2)}$. Se consideră ca necunoscute a_1, a_2, s_2, s_3, $\theta_1^{(1)}$, $\theta_1^{(2)}$ și se aleg valori pentru α_1, α_2 și i_1. Se calculează și se notează :

$$AI = \frac{z^{(1)} - z^{(2)}}{F_2^{(1)} - F_2^{(2)}} \qquad BI = \frac{C_3 - V}{F_2^{(1)} - F_2^{(2)}}$$

$$a_2 = AI - s_3 \cdot BI$$

$$CI = \frac{x^{(1)}}{D_1^{(1)}} - AI \cdot \frac{D_2^{(1)}}{D_1^{(1)}}; \quad DI = \frac{A_2^{(1)}}{D_1^{(1)}}; \quad EI = BI \cdot \frac{D_1^{(1)}}{D_1^{(1)}} - \frac{A_3^{(1)}}{D_1^{(1)}}$$

$$a_1 = CI - s_2 \cdot DI + s_3 \cdot EI$$

$$CI \cdot E_1^{(1)} + AI \cdot E_2^{(1)} = FI$$

$$-DI \cdot E_1^{(1)} + B_2^{(1)} = GI$$

$$EI \cdot E_1^{(1)} - BI \cdot E_2^{(1)} + B_3^{(1)} = HI$$

$$LI = \frac{y^{(1)}}{GI} - \frac{FI}{GI}; \quad NI = \frac{HI}{GI}$$

$$s_2 = LI - s_3 \cdot NI$$

$$CI \cdot D_1^{(1)} - LI \cdot DI \cdot D_1^{(2)} + LI \cdot A_2^{(2)} + AI \cdot D_2^{(2)} = MI$$

$$NI \cdot DI \cdot D_1^{(2)} + EI \cdot D_1^{(2)} - NI \cdot A_2^{(2)} - BI \cdot D_2^{(2)} = RI$$

$$s_3 = \frac{x^{(2)}}{RI} - \frac{MI}{RI}$$

$$CI \cdot E_1^{(2)} - LI \cdot DI \cdot E_1^{(2)} + LI \cdot B_2^{(2)} + AI \cdot E_2^{(2)} = SI$$

$$NI \cdot DI \cdot E_1^{(2)} + EI \cdot E_1^{(2)} - NI \cdot B_2^{(2)} - BI \cdot E_2^{(2)} + B_3^{(2)} = TI$$

$$s_3 = \frac{y^{(2)}}{TI} - \frac{SI}{TI}$$

Organigrama programului de calcul este prezentată în fig. 3
S-au folosit următoarele date :

$$x^{(1)} = 20\,; \; y^{(1)} = 5\,; \; z^{(1)} = 12{,}5$$

$$x^{(2)} = 12\,; \; y^{(2)} = 14\,; \; z^{(2)} = 14{,}5$$

$$i_1 = 2\,; \quad \alpha_1 = 30^\circ\,; \; \alpha_2 = 20^\circ$$

S-au obținut următoarele rezultate :

$\theta_1^{(1)} = 15°$; $\theta_1^{(2)} = 255°$; $a_1 = 0{,}75$; $a_2 = 0{,}75$; $s_2 = 22{,}31$; $s_3 = 6{,}75$

$\theta_1^{(1)} = 21°$; $\theta_1^{(2)} = 24°$; $a_1 = 0{,}81$; $a_2 = 26{,}25$; $s_2 = 14{,}56$; $s_3 = 11{,}69$

Unghiurile $\theta_1^{(1)}$ și $\theta_2^{(2)}$ au variat între 0° și 360°.

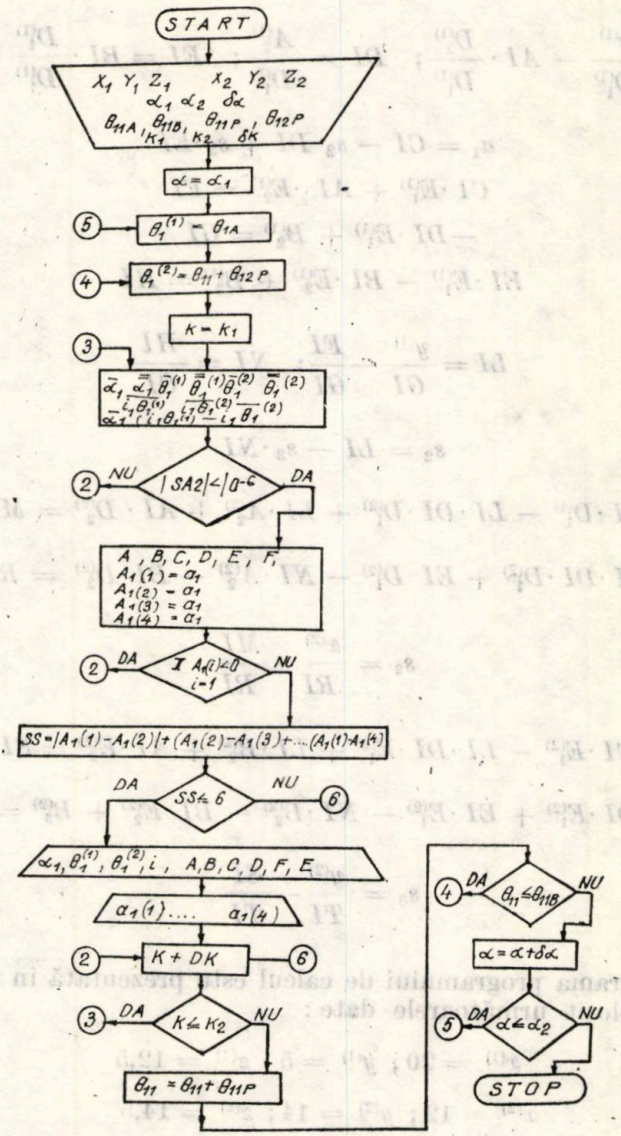


Fig. 3

Concluzii

Lanţurile cinematice spaţiale, deschise, au o largă aplicabilitate în domeniul roboţilor şi manipulatorilor. Metoda prezentată oferă posibilitatea aflării soluţiilor sistemului de ecuaţii neliniare, utilizat în sinteza bipoziţională a multipletei spaţiale cu bare articulate şi roţi dinţate, sau a unor valori apropiate de soluţii.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Chr. Pelecudi.* Teoria mecanismelor spaţiale Ed. A. 1972.
[2] *Chr. Pelecudi, A. Marinescu.* Higher acceleration in the motion of the three dimensional multiplet with links and gears. A.S.M.E. publication 1975.
[3] *N. Bakhvalov* Methodes numériques. Ed. de Moscou 1973.

A Mathematical Model for the Two Position Synthesis of the Three-Dimensional Multiplet with Links and Gears

In the two position synthesis of the three-dimensional multiplet with links and gears dificulties occur in solving some nonlinear equations. A method for solving this system is presented herein.

Concluzii

Lanțurile cinematice spațiale, deschise, au o largă aplicabilitate în domeniul robotilor și manipulatorilor. Metoda prezentată oferă posibilitatea aflării soluțiilor sistemului de ecuații neliniare, utilizat în sinteza hipozițională a multipletei spațiale cu bare articulate și roți dințate, sau a unor valori apropiate de soluții.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Chr. Pelecudi.* Teoria mecanismelor spațiale Ed. A. 1972.

[2] *Chr. Pelecudi, A. Marinescu.* Higher acceleration in the motion of the three dimensional multiplet with links and gears. A.S.M.E. publication 1975.

[3] *N. Bakhvalov* Methodes numériques. Ed. de Moscou 1973.

A Mathematical Model for the Two Position Synthesis of the Three-Dimensional Multiplet with Links and Gears

In the two position synthesis of the three-dimensional multiplet with links and gears difficulties occur in solving some nonlinear equations. A method for solving this system is presented herein.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z : 681.3.04/06

ASUPRA UNOR NOI ALGORITMI DE CLASIFICARE DINAMICĂ ȘI APLICAȚII ÎN PRACTICĂ

ECATERINA CIOARĂ *

Dintre tehnicile de clasificare automată, cele de clasificare dinamică sînt net superioare în raport cu precedentele, atît în ce privește timpul de calcul, cît și locul-memorie ocupat. Lucrarea prezintă trei algoritmi de clasificare dinamică care răspund unui scop taxonomic de tipul : găsirea printre toate partițiile în „k" clase a unei mulțimi finite E, a acelei partiții care este optimă în raport cu un criteriu dat W. Se dă apoi programul de calcul corespunzător „CLADIN" și se comentează rezultatele aplicării lui în trei domenii de activitate : economie, tehnică, medicină.

Dintre algoritmii de clasificare automată propuși pînă în prezent algoritmul „nodurilor dinamice" [3] este superior tuturor algoritmilor care realizează partiția unei mulțimi finite E în „k" clase astfel încît fiecare obiect „să se asemene" mai mult cu obiectele din clasa din care face parte decît cu cele exterioare.

Superioritatea lui în raport cu algoritmii precedenți constă în următoarele :

— în cazul unei mulțimi mari de obiecte ($n = 350$) algoritmul este interesant prin rapiditatea sa și puținul loc memorie — ocupat ; în timp ce majoritatea algoritmilor propuși anterior au ca punct de plecare matricea distanțelor (d_{ij}, $i, j = 1, \ldots, n$ al cărei număr maxim de elemente destinte este $N = \frac{n(n-1)}{2}$ unde $n = \text{card}\,(E)$, acest tablou este inutil pentru metoda în discuție algoritmul necesitînd numai calculul distanților dintre obiecte și anumite grupe de obiecte.

— convergența algoritmului este asigurată după maximum 5 iterații, oprirea intervenind într-o manieră naturală.

Scopul acestei lucrări este prezentarea unor variante ale metodei „nodurilor dinamice" pentru care se enunță și se demonstrează teorema de convergență. Se fac apoi comparații între metodele expuse și se prezintă și programul de calcul corespunzător precum și rezultatele obținute în urma aplicării lui în unele domenii de activitate : economie, tehnică, medicină.

Manuscris predat redacției la data de 14 decembrie 1979

* Lector dr. Catedra Matematici I

1 Algoritmul „nodurilor dinamice" [3], [2]

Fie :

— E — mulțimea obiectelor ce urmează a fi clasificate, presupusă finită, $E \subset R^n$.

— A — o mulțime (care va fi R^n sau E în funcție de variantele alese)

— d — o funcție care va exprima distanța dintre elementele lui E,

$$d : E \times E \to R^+$$

— D — o aplicație care va reprezenta distanța dintre un element al mulțimii E și un element al lui $P(E)$:

$$D : E \times T \times P(E) \to R^+$$

unde $T = \{i / 1 \leqslant i \leqslant k,\ k \text{ intreg}\}$, iar $P(E)$ — mulțimea părților lui E

— P^k — mulțimea partițiilor în k clase ale mulțimii E, adică :

$$P^k = \{P = (P_1, \ldots P_i, \ldots P_k) / k \leqslant n,\ P_i \subset E,\ P_i \cap P_j = \emptyset$$

$$\text{pt. } i \neq j, \bigcup_{i=1}^{k} P_i = E\}$$

— L^k — mulțimea k — uplurilor lui A, adică

$$L^k = \{ L = (L_1, - L_i, \ldots L_k) / L_i \subset A, (\forall)\ i = 1, \ldots k\}$$

— $V^k = P^k \times L^k$

— $f : L^k \times P^k$ prin $P = f(L)$ astfel încît dacă $P = (P_1, \ldots P_i, \ldots P_k)$ atunci

$$P_i = \{x \in E / D(x, i, L) \leqslant D(x, j, L)\ (\forall)\ j \neq i, i = 1, \ldots k\}$$

— $R : A \times T \times P^k \to R$

n_i — un număr fixat, constant în timpul derulării algoritmului

— $g : P^k \to L^k$ definită prin $g(P) = L$ unde dacă $L = (L_1, \ldots L_i, \ldots \ldots L_k)$ atunci L_i este mulțimea formată din n_i elemente ale mulțimii A astfel încît :

$$(\forall)\ a \in (A - L_i),\ (\forall)\ b \in L_i, \text{ avem } R(b, i, P) \leqslant R(a, i, P)$$

— $W : L^k \times P^k \to R$ astfel încît :

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} R(y,i,P) \quad (\forall)\, v = (L_1 P) \in V^k$$

Algoritmul „nodurilor dinamice" constă în aplicarea alternativă a funcţiilor „f" şi „g" pleoînd de la o alegere $L^{(0)} = (L_1^{(0)}, \ldots L_i^{(0)}, \ldots L_k^{(0)}) \in \in L^k$, funcţia criteriu W trebuind să descrească în timpul derulării algoritmului.

Fie aplicaţia $h : L^k \times P^k \to L^k \times P^k$ definită astfel :

$$h(v) = (g(P), \quad f \circ g\ (P)) \qquad (\forall)\, v = (L,P) \in V^k$$

— fie şirul $(v_n)_{n \in N}$ definit prin v_0 şi $v_{n+1} = h(v_n)$ şi şirul real $(u_n)_{n \in N}$ definit prin $u_n = W(v_n)$

Vom spune că elementul $v_n = (L^{(n)}, P^{(n)})$ este *stabil* dacă $L^{(n)} = = g(P^{(n)}) = L^{(n+1)}$ sau dacă $P^{(n)} = f(L^{(n+1)}) = P^{(n+1)}$

Cînd un element stabil este atins, algoritmul se opreşte (practic algoritmul se opreşte dacă $\left| 1 - \frac{u_{n+1}}{u_n} \right|$ este de ordinul preciziei calculelor)

2. Studiul unor variante ale metodei şi proprietăţi de convergenţă ale criteriului W asociat

2.1. *Metoda masei constante*

Vom înzestra fiecare element $x \in E$ cu o funcţie masă (măsură) definită prin $\mu : E \to R^+$; măsura mulţimii $X \in P(E)$ o vom nota tot cu μ şi o vom defini prin $\mu(X) = \text{card}\ (X)$

În această metodă vom lua $\mu(x) = 1$, $(\forall)\ x \in E$ şi deci $\mu(X) = = \text{card}\ (X)$, $(\forall)\ X \in P(E)$

Vom lua apoi ;

— $A = E$

— $D(x, i, L) = \dfrac{1}{\text{card}\ (L_i)} \sum\limits_{y \in L_i} d(x, y) = D_1(x, L_i)$

$(\forall)\ x \in E, L \in L^k$

— $R(x, i, P) = D_1(x, P_i) \dfrac{\text{card}\ (P_i)}{\text{card}\ (L_i)}$ unde $P = (P_1, \ldots P_i \ldots P_k)$

— $W(v) = \sum\limits_{i=1}^{k} \sum\limits_{y \in L_i} R(y, i, P) = \sum\limits_{i=1}^{k} \sum\limits_{y \in L_i} \sum\limits_{x \in P_i} \dfrac{1}{\text{card}\ (L_i)} d(x, y)$

pentru $(\forall) v = (L, P) \in V^k$

Teoremă

Fie aplicaţia $S : L^k \times L^k \to R^+$ astfel încît :

$$S(L, M) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{x \in L_i} R(x,i, f(M)) \quad (\forall) L, M \in L^k$$

Dacă R este *semi-pătrată* în (f,g,w) adică dacă $(\forall)\ L \in L^k$, $M = g\,o\,f\,(L)$ avem : $S(M, M) \leqslant S\,(M, L)$, atunci şirul $(u_n)_{n \in N}$ definit anterior este un şir convergent descrescător, iar şirul $(v_n)_{n \in N}$ converge către un element stabil.

Teoremă de convergenţă

Criteriul W asociat metodei masei constante descreşte în timpul derulării algoritmului de bază şi şirul $(v_n)_{n \in N}$ converge către un element stabil.

Demonstraţie

E suficient să arătăm că R este semi-pătrată în (f, g, w)
Fie $L = (L_1, \ldots L_i, \ldots L_k) \in L^k$, $M = g\,o\,f\,(L)$ unde

$$f(L) = P = (P_1, \ldots P_i, \ldots P_k)\,;\ M = (M_1, \ldots M_i, \ldots M_k)\,;$$

$$f(M) = Q = (Q_1, \ldots Q_i, \ldots Q_k)$$

$$S(M, L) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in M_i} R\,(y,i, P) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in M_i} \frac{\text{card}\ (P_i)}{\text{card}\ (L_i)}\, D_1\,(y, P_i)\,;$$

dar card (L_i) = card (M_i) şi deci :

$$S(M, L) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in M_i} \frac{1}{\text{card}\ (M_i)} \sum_{x \in P_i} \mathrm{d}(x, y) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{x \in P_i} D_1(x, M_i)$$

$$S(M, M) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in M_i} R\,(y, i, Q) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in M_i} \frac{1}{\text{card}\ (M_i)} \sum_{z \in Q_i} d(z, y) =$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \sum_{z \in Q_i} D_1(z, M_i)$$

dar cum P şi Q sînt partiţii ale mulţimii E, avem prin construcţia lui f :

$$Q_i = \{z \in E / D_1(z, M_i) \leqslant D_1(z, M_j)\ (\forall)\ j \neq i\}$$

deci $s(M, M) \leqslant S\,(M, L)$

Expresia criteriului W în cazul cînd „d" este o distanță pătratică

Fie $v = (L, P)$, $L \in L^k$, $P \in P^k$

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} R(y, i, P) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} \frac{1}{\text{card } (L_i)} \sum_{x \in P_i} \text{d}(x, y) =$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \sum_{x \in P_i} D_1(x, L_i)$$

Conform teoremei 1 a lui Huygens* avem :

$D_1(x, L_i) = \text{d}(x, G(L_i)) + \text{Var } (L_i)$, de unde :

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{x \in P_i} \text{d}(x, G(L_i)) + \sum_{i=1}^{k} \text{card } (P_i) \text{ Var } (L_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \text{Card } (P_i) \; [\text{Var}_{L_i}(P_i) + \text{Var } (L_i)] \qquad (1)$$

Prin definiție, $\text{Var}_A(B) = \sum_{b \in B} \frac{\mu(b)}{\mu(B)} \text{d}(b, G(A))$

Dar cum avem și :

$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} \frac{\text{card } (P_i)}{\text{card } (L_i)} D_1(y, P_i)$, conform definiției lui D_1 rezultă :

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} \frac{\text{card } (P_i)}{\text{card } (L_i)} \cdot d(x, G(P_i)) + \sum_{i=1}^{k} \text{card } (P_i) \cdot \text{Var } (P_i)$$

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \text{card } (P_i)[\text{Var } P_i(L_i) + \text{Var } (P_i)] \qquad (2)$$

de unde adunînd (1) și (2) obținem :

$$W(v) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \text{card } (P_i)[\text{Var}(P_i) + \text{Var } (L_i) + \text{Var}_{L_i}(P_i) +$$

$$+ \text{Var}_{P_i}(L_i)]$$

* *Teorema 1 a lui Huygens* : Dacă „d" este o distanță definită printr-o formă pătratică pozitiv definită, atunci distanța dintre un element $x \in E$ și o mulțime de elemente $A \in P(E)$ este dată de :

$$D(x, A) = d(x, G, (A)) + \text{Var } (A)$$

unde $G(A)$ este centrul de greutate al mulțimii A, iar Var (A) este varianta mulțimii A.

dar cum

$$\mathrm{Var}_{L_i}(P_i) = d(G(P_i), G(L_i)) + \mathrm{Var}\,(P_i)$$

avem

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \mathrm{card}\,(P_i)[\mathrm{Var}(P_i) + \mathrm{Var}\,(L_i) + d(G\,(P_i), G(L_i))]$$

2.2. *Metoda masei variabile*

În această metodă $\mu(x)$ este oarecare; Luăm :

— $A = E$

— $D\,(x, i, L) = \sum_{y \in L_i} \mu(y)\, d(x, y) = D_2(x, L_i)$ $(\forall) x \in E, L \in L^k$

— $\mathrm{card}\,(L_i) = n_i$

— $R\,(x, i, P) = D_2(x, P_i)\, \mu(x)$

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} R(y, i, P) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} \mu(y) \sum_{x \in P_i} \mu(x) d(x, y),\ (\forall) V = (L, P) \in V^k$$

Expresia criteriului în cazul cînd „d" este o distanţă pătratică.

Deoarece $D_2(x, P) = \mu(P)\, D_1(x, P)$ făcînd un raţionament analog obţinem :

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \mu(P_i)\ \mu(L_i)\ [\mathrm{Var}\,(P_i) + \mathrm{Var}\,(L_i) + d(G(P_i), G(L_i))]$$

2.3. *Metoda centrului de greutate*

În această metodă vom considera :

— $\mu(x)$ — oarecare

— $A = R^n$

— $D(x, i, L) = d(x, G(L_i))$

— $g : P^k \to L^k$ astfel încît $g(P) = L$, $P \in P^k$, $L \in L^k$

— $R(x, i, P) = \sum_{y \in P_i} \mu(y)\, d(x, y) = D_2\,(x, P_i)$

— $\mathrm{card}\ (L_i) = 1$

Se arată imediat că elementul „x" pentru care $R(x, i, P)$ are valoarea minimă este $L_i = G(P_i)$

$$-W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} R(y, i, P) \qquad (\forall) v = (L, P) \in V^k$$

Teorema de convergență corespunzătoare metodelor 2.2 și 2.3 este analoagă teoremei 2.1 și se demonstrează analog.

Expresia criteriului în cazul distanței „d" pătratice

Fie $y = (M, P)$ și $M = g(P)$; atunci

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{x \in L_i} R(x, i, P) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{x \in M_i} \sum_{y \in P_i} \mu(y) d(y, x)$$

cum $M_i = G(P_i)$ rezultă că :

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in P_i} \mu(y)\, d(y, G(P_i)) \quad \text{sau :}$$

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \mu(P_i) \operatorname{Var}(P_i), \quad (\forall)\ v = (L,\ P) \in V^k$$

Comparații între metodele expuse

Conform teoremei 2 a lui Huygens * avem :

$$I(E) = \sum_{i=1}^{k} \mu(P_i)\, \mathrm{d}(G(P_i), G(E)) + \sum_{i=1}^{k} \mu(P_i) \operatorname{Var}(P_i)$$

unde $P = (P_1, \ldots, P_i, \ldots P_k)$ este o partiție a lui E.

* *Teorema 2 a lui Huygens* : Dacă $I(E) = \frac{1}{\mu(E)} \sum_{x \in E} \mu(x) d(x, G(E))$ este inerția mulțimii totale E și $(A_1, \ldots A_k)$ este o partiție a lui E atunci : $I(E) = \frac{1}{\mu(E)} \sum_{i=1}^{k} \mu(A_i) \operatorname{Var}(A_i) +$ $+ \frac{1}{\mu(E)} \sum_{i=1}^{k} \mu(A_i)\, d(G(A_i), G(E))$.

Dacă notăm cu W_3 criteriul metodei 2.3, atunci :

$$I(E) = \sum_{i=1}^{k} \mu(P_i) d(G(P_i), G(E)) + W_3(v)) \text{ unde } v = (L, P)$$

Deci dacă descreşte W_3 atunci valoarea $\sum_{i=1}^{k} \mu(P_i) d(G(P_i), G(E))$ creşte la fiecare iteraţie a algoritmului; aceasta are drept consecinţă depărtarea centrelor de greutate ale claselor de centrul de greutate general, $G(E)$. Deci va fi dificil să observăm o formă omogenă în jurul centrului de greutate general dacă folosim metoda 2.3.

Dacă vom numi diametrul unei clase, suma distanţelor fiecărui punct al clasei la centrul său de greutate, atunci pentru varianta 2.3 problema clasificării constă în a găsi partiţia lui E pentru care fiecare clasă va avea cel mai mic diametru posibil, indiferent de natura centrelor acestor clase, pentru că centrele utilizate nu aparţin în mod necesar mulţimii E, ele putînd fi complet artificiale. Din contră, pentru celelalte metode nucleele sînt construite cu ajutorul elementelor mulţimii E.

Problema clasificării constă, pentru oricare din metodele alese, în a găsi partiţia pentru care elemenele fiecărei clase să fie cît mai apropiate posibil de elementele nucleelor corespunzătoare. Astfel în cazul variantei 2.3 vor putea apare clase cu nuclee vide în timp ce pentru celelalte variante vor apare clase avînd nuclee semnificative.

Principalul avantaj al variantei 2.3 constă în rapiditatea sa; totuşi soluţia obţinută nu poate fi cea mai semnificativă datorită poziţiei artificiale a centrelor. Celelalte variante prezintă următoarele avantaje :

— utilizarea nucleelor permite obţinerea de partiţii pentru clasele ce se formează în jurul regiunilor de densitate mare atenuînd efectul punctelor marginale

— nucleele au avantajul de a reduce efectul artificial datorat unei alegeri proaste a lui k, prin apariţia claselor vide.

Importanţa parametrilor iniţiali în metodele expuse.

Parametrii iniţiali sînt :

a) număr de clase cerute; b) număr de etaloane pe nucleu

a) Metoda 2.3. ne dă o clasificare în care numărul de clase obţinut este egal cu numărul de clase fixat la plecare. Din contră, celelalte metode ne dau un număr de clase în general mai mic decît numărul de clase cerut.

b) Numărul de etaloane pe clasă serveşte în metoda 2.3 numai pentru calculul centrelor de greutate la prima iteraţie; în timp ce în celelalte metode el joacă un rol important. Dacă luăm prea multe etaloane pe nucleu atunci plecînd cu o alegere oarecare (generată aleator) vom obţine centre de greutate aproape egale. Dacă luăm prea puţine etaloane pe nucleu, vom obţine prea multe clase vide. S-a constatat experimental că nr. de

etaloane pe nucleu trebuie să varieze între 10% și 20% din nr. total de elemente divizat prin nr. de clase cerut.

În general se poate lua:

$$n_i = 3/4 \cdot \text{card}\,(E)/k$$

3 Programul de calcul

Programul de clasificare dinamică numit — „CLADIN" determină partiția unei mulțimi E în k clase pentru care:

— elementele fiecărei clase „se aseamănă" între ele cît mai mult posibil.

— elementele a două clase diferite „se aseamănă" cît mai puțin posibil.

Măsura de similaritate între elemente este dată printr-o distanță „d" pătratică de matrice pozitiv definită D, adică de forma:

$$d(i, j) = (i - j)^T D(i - j)$$

Programul posedă două module asociate la două distanțe utilizate:

1) distanța euclidiană pentru care D este matricea unitate

2) distanța x^2 pentru care D este matricea diagonală:

$\left\{\frac{1}{x_{\cdot 1}}, \ldots \frac{1}{x_{\cdot m}}\right\}$ unde dacă (x_i^j) este matricea datelor cu $i=1, \ldots$ $\ldots m$; $j = 1, \ldots n$, cu $n = \text{card}(E)$ și $m =$ nr. de criterii pe individ, atunci $x_{\cdot i} = \sum_{j=1}^{n} x_i^j$ $(\forall)$ $i = 1, \ldots m$

Amintim că distanța x^2 este dată de:

$$d(x^j, x^k) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{x_{\cdot 1}} \left[\frac{x_i^j}{x^j} - \frac{x_i^k}{x^k}\right]^2 \text{ conform [1]}$$

Programul are două părți principale:

A — prima parte generează o partiție pe mulțimea E numită partiția „formelor tari" folosind două module și anume:

— *modulul NODIN* care permite găsirea unei partiții P în k clase a mulțimii E plecînd de la o alegere $L^{(0)}$ a nucleelor.

— *modulul INFOR* care utilizează partiția P găsită mai sus pentru a construi o partiție F „mai fină" numită partiția „formelor tari".

B — a doua parte construiește ierarhia formelor tari conform „teoremei conexiunilor descedente" [5] folosind *modulul CONEX* și trasează arborele ierarhic folosind *modulul ARBORE IERARHIC*

Programul conține:

La intrare:

1. *Lista parametrilor utilizați*

— numărul de indivizi de clasificat — IMAX
— numărul de parametri pe individ — JMAX
— numărul de clase cerute — KMAX
— număr de iterații — NALG
— număr de alegeri ale nucleelor — IPTION
— parametrul definind distanța — IMAT = $\begin{cases} 0 - \text{distanță euclidiană} \\ 1 - \text{dist. } \chi^2 \end{cases}$

2. *Tablourile datelor*: NUMSUJ (I), $I = 1$, I·MAX
TAB (J), $J = 1$, JMAX

La ieșire:

1. Lista parametrilor utilizați
2. Tablourile datelor
3. Pentru fiecare alegere a etaloanelor:
   a) pentru fiecare iterație: — indivizii claselor C_k, $k = 1$, KMAX și numărul lor
   — indivizii nucleelor L_k, $K = 1$, KMAX și numărul lor.
   — varianța nucleelor Var (L_k), $k = 1$, KMAX
   — varianța claselor Var(C_k), $k = 1$, KMAX
   — distanța de la nucleu la clasă: $D(L_k, C_k) = \text{card}(C_k)[\text{Var}(C_k) + \text{Var}(L_k) + d(g(C_k), g(L_k))]$ $k = 1$, KMAX
   — valoarea criteriului pentru fiecare iterație:

$$W(L, P) = V_2 = \sum_{k=1}^{KMAX} D(L_k, C_k)$$

   b) numărul de forme tari
4. indivizii formelor tari
5. arborele ierarhic.

4. **Aplicații:**

Exemplul 1. Clasificarea unor produse (Policolor) în funcție de tehnologii și timpii mașină ocupați pe operații.

În acest exemplu datele au fost furnizate de Policolor — București. Un număr de 40 de sortimente au fost clasificate după 25 de parametri care reprezintă timpii mașină utilizați în efectuarea anumitor operații necesare pentru fabricarea produselor. Aplicînd metoda 2.1 cu $n = 40$; $k = 6$, $n_i = 3$, $(\forall)$ $i = 1, \ldots 6$ am obținut după 10 alegeri ale nucleelor; 12 forme tari, ce corespund celor 6 clase obținute la a 10-a alegere. Arborele ierarhic obținut pune în evidență gradul de coeziune al formelor între ele (vezi rezultatele anexate).

Programul dă o asociere a sortimentelor în funcție de tehnologii și timpii mașină ocupați pe operații și astfel se poate obține o jalonare a capacităților de produse pe grupe de utilaje.

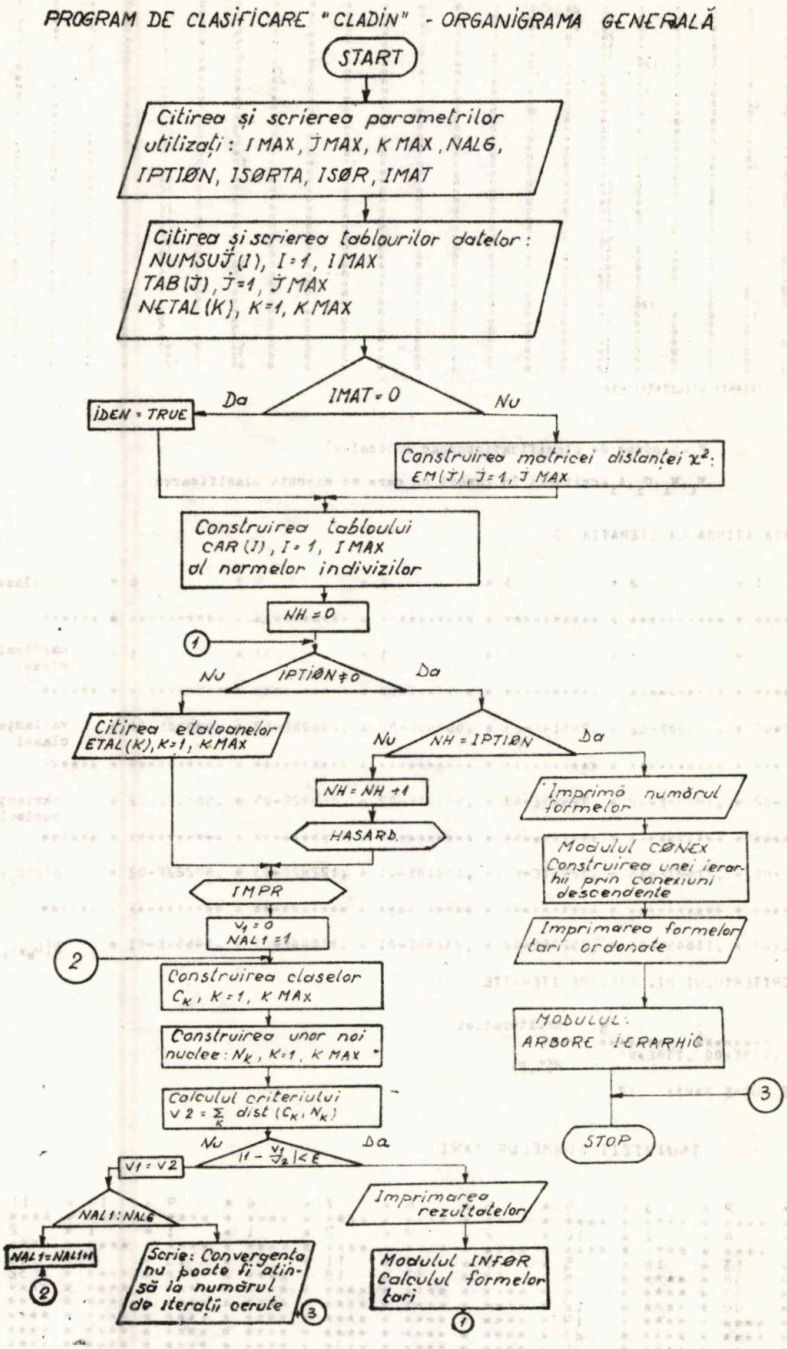
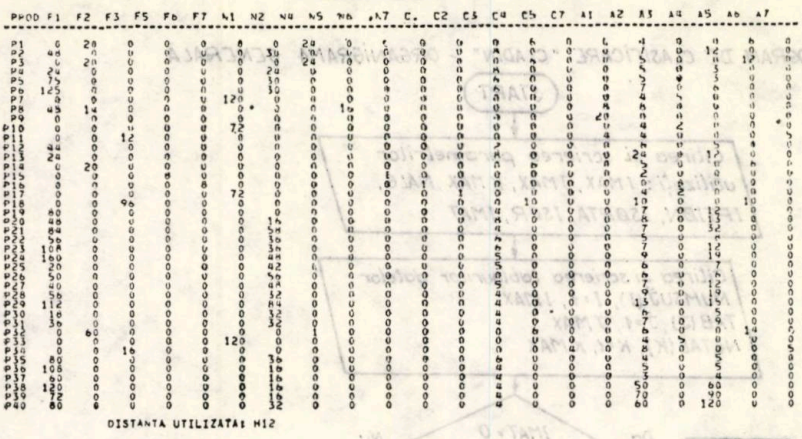

PROGRAM DE CLASIFICARE "CLADIN" - ORGANIGRAMA GENERALĂ
START
Citirea și scrierea parametrilor utilizați: IMAX, JMAX, KMAX, NALG, IPTIØN, ISØRTA, ISØR, IMAT
Citirea și scrierea tablourilor datelor: NUMSUJ(I), I=1, IMAX; TAB(J), J=1, JMAX; NETAL(K), K=1, KMAX
IMAT=0
Da
Nu
IDEN=TRUE
Construirea matricei distanței χ²: EM(J), J=1, JMAX
Construirea tabloului CAR(I), I=1, IMAX al normelor indivizilor
NH=0
1
IPTIØN≠0
Nu
Da
Citirea etaloanelor ETAL(K), K=1, KMAX
NH=IPTIØN
Nu
Da
NH=NH+1
HASARD
IMPR
V1=0
NAL1=1
2
Construirea claselor C_K, K=1, KMAX
Construirea unor noi nuclee: N_K, K=1, KMAX
Calculul criteriului V2 = Σ_K dist(C_K, N_K)
Nu
Da
|1 - V1/V2| < ε
V1=V2
NAL1=NALG
NAL1=NAL1+1
2
Scrie: Convergența nu poate fi atinsă la numărul de iterații cerute
3
Imprimarea rezultatelor
Modulul INFØR Calculul formelor tari
1
Imprimă numărul formelor
Modulul CØNEX Construirea unei ierarhii prin conexiuni descendente
Imprimarea formelor tari ordonate
MODULUL: ARBORE IERARHIC
3
STOP

Fig. 1

TABLOUL DATELOR



DISTANTA UTILIZATA: M12

P_i-produse de clasificat(produse Policolor)

F_i, N_i, C_i, A_i-criterii în raport cu care se execută clasificarea

CONVERGENTA ATINSA LA ITERATIA 3

1	2	3	4	5	6	nr.clasei
0	3	4	1	31	1	cardinalul clasei
.00000E+00	.19408E-02	.96114E-03	.00000E+00	.24828E-02	.00000E+00	varianţa clasei
.19408E-02	.19408E-02	.79949E-03	.80321E-02	.86692E-05	.58617E-02	varianţa nucleului
.00000E+00	.71627E-15	.12051E-03	.15218E-01	.12282E-03	.88222E-02	$d(g(C_k), g(L_k))$
.00000E+00	.11645E-01	.75246E-02	.23250E-01	.81044E-01	.14684E-01	$D(L_k, C_k)$

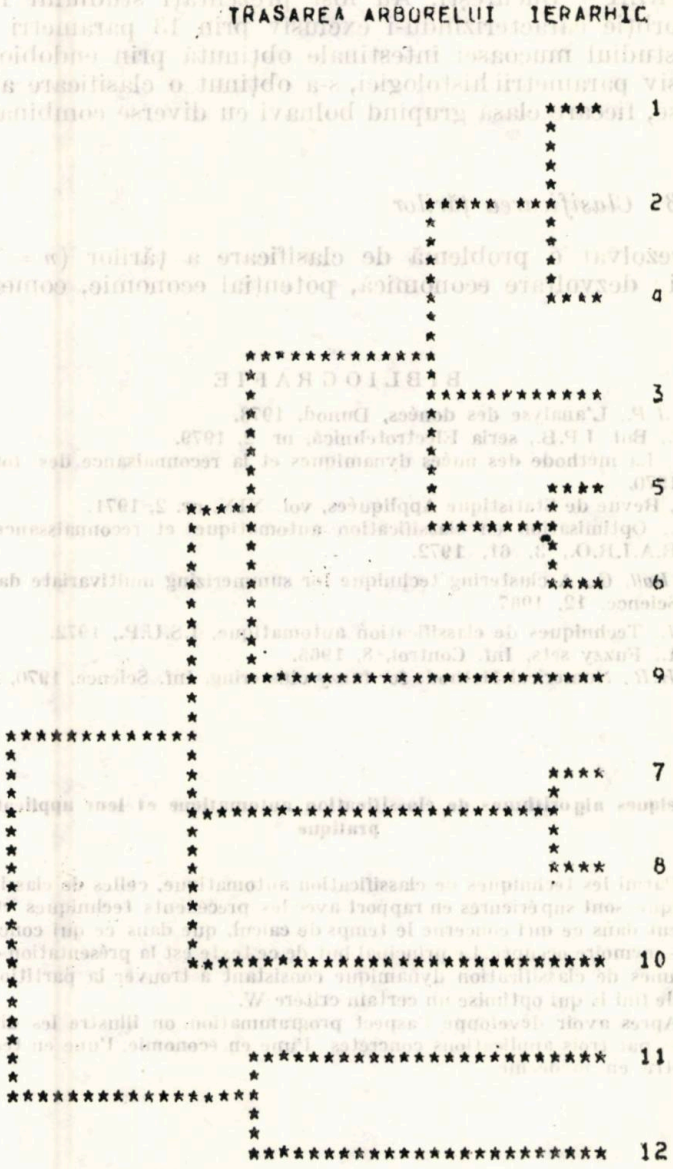
VALOAREA CRITERIULUI PT. FIECARE ITERATIE

1	2	3	nr.iteraţiei
.145E+00	.138E+00	.138E+00	W(L,P)

NUMARUL DE FORME TARI: 12

INDIVIZII FORMELOR TARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12	4	1	10	2	7	2	1	1	1	2	2
2	13	16	5	7	10	11	34	15	9	14	1
4	38	****	6	17	33	18	****	****	****	32	3
20	39	****	8	****	****	****	****	****	****	****	****
21	40	****	12	****	****	****	****	****	****	****	****
22	****	****	19	****	****	****	****	****	****	****	****
25	****	****	23	****	****	****	****	****	****	****	****
26	****	****	24	****	****	****	****	****	****	****	****
27	****	****	35	****	****	****	****	****	****	****	****
28	****	****	36	****	****	****	****	****	****	****	****
29	****	****	37	****	****	****	****	****	****	****	****
30	****	****	****	****	****	****	****	****	****	****	****
31	****	****	****	****	****	****	****	****	****	****	****
****	****	****	****	****	****	****	****	****	****	****	****


TRASAREA ARBORELUI IERARHIC
1
2
4
3
5
6
9
7
8
10
11
12

Exemplul 2. Clasificarea bolnavilor cu sindrom de malabsorbție în funcție de parametrii histologici obținuți prin biopsie intestinală.

În acest exemplu datele au fost furnizate de clinica de pediatrie EMILIA IRZA — București. Au fost prezentați studiului 146 bolnavi cu malabsorbție caracterizîndu-i exclusiv prin 13 parametri histologici oferiți de studiul mucoasei intestinale obținută prin endobiopsie. Utilizînd exclusiv parametrii histologici, s-a obținut o clasificare a bolnavilor în șase clase, fiecare clasă grupînd bolnavi cu diverse combinații și grade de leziuni.

Exemplul 3: *Clasificarea țărilor*

S-a rezolvat o problemă de clasificare a țărilor ($n = 124$) după trei criterii: dezvoltare economică, potențial economic, comerț exterior.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Benzécri, J.P.*, L'analyse des donées, Dunod, 1973.
[2] *Cioară, E.*, Bul. I.P.B., seria Electrotehnică, nr. 2, 1979.
[3] *Diday, E.*, La méthode des nuées dynamiques et la reconnaisance des formes, I.R.I.A. 1970.
[4] *Diday, E.*, Revue de Statistique Appliquées, vol. XIX, nr. 2, 1971.
[4] *Diday, E.*, Optimisation en classification automatique et reconnaissance des formes, R.A.I.R.O., 3, 61, 1972.
[6] *Hall, D., Ball, G.*, A clustering technique for summerizing multivariate data, Behaviour Science, 12, 1967.
[7] *Jambu, M.*, Techniques de classification automatique, I.S.U.P., 1972.
[8] *Zahn, L.A.*, Fuzzy sets, Inf. Control, 8, 1965.
[9] *Ruspini, H.R*, Numerical Methods for fuzzy clustering, Inf. Science, 1970, 2.

Sur quelques algorithmes de classification automatique et leur application en pratique

Parmi les techniques de classification automatique, celles de classification dynamique sont supérieures en rapport avec les précédents techniques étudiées, également dans ce qui concerne le temps de calcul, que dans ce qui concerne la place — mémoire occupée. Le principal but de ce texte est la présentation de trois algorithmes de classification dynamique consistant à trouver la partition d'un ensemble fini E qui optimise un certain critère W.

Après avoir développé l'aspect programmation, on illustre les différents résultats par trois applications concrètes l'une en économie, l'une en technique et l'autre en médecine.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

MECANICĂ

C.Z.: 531.1/.4

SUR LE CHOC DU SOLIDE À APPUI

ȘTEFAN STAICU *

L'article fait l'étude du choc d'un solide en mouvement général en supposant que l'un de ses points est assujetti de rester d'une manière permanente sur une surface ou sur une courbe.

En écrivant les équations générales du choc, on détermine la percution de liaison et les éléments cinématiques du mouvement à la fin du choc.

En suite, on fait l'analyse des conditions concernant l'application d'une percution extérieure, afin d'obtenir toutes les distributions possibles des vitesses instantanées à la fin du choc.

Soit un corp solide de masse M soumis à une percution $\vec{P}$ appliquée à un point A. Dans le cas où le solide est soumis aux liaisons il faudrait tenir compte du torseur des percutions de liaison dans les équations générales du choc.

I. Choc du solide dans le cas où l'un de ses points se trouve continuellement sur une surface polie

Supposons qu'un point O du solide est assujetti de se déplacer sur une surface fixe ($\sum$). Cela signifie que le solide est pourvu d'un appui au point O.

En connaissant la vitesse $\vec{v}_0'$ du point O ainsi que la vitesse angulaire $\vec{\omega}'$ autour du centre des masses, avant le choc, on cherche la percution $\vec{P}_n'$ et les paramètres cinématiques du mouvement du solide $\vec{v}_0''$, $\vec{\omega}''$ à la fin du choc. Ceux-ci représenteront, au fond, la vitesse initiale de O et respectivement la vitesse angulaire initiale autour du centre des masses pour le mouvement général du solide commençant à la fin du choc.

Pour cela on va rapporter le mouvement du solide à un système d'axes mobiles $Cxyz$, solidaire au corps, ayant l'origine au centre des masses C et les axes Cx, Cy, Cz dirigés suivant les directions principales et centrales d'inertie (fig. 1.).

Pour faire l'étude complet du problème on utilise les théorèmes généraux du choc.

Ouvrage reçu à la rédaction le 19 Mars 1980

* Maître Assistant dr. ing. Chaire de Mécanique

Théorème de la quantité de mouvement :

$$\vec{H}'' - \vec{H}' = \vec{P}'_n + \vec{P}, \tag{1.1}$$

où

$$\vec{H}' = M\vec{v}'_C = M(\vec{v}_0 + \vec{\omega}' \wedge \vec{OC}), \quad \vec{H}'' = M\vec{v}''_C = M(\vec{v}''_0 + \vec{\omega}'' \wedge \vec{OC}). \tag{1.2}$$

Puisque la liaison est idéale, la percution $\vec{P}'_n$ sera dirigée le long de la normale au point O à la surface (Σ). Soit $f(x, y, z) = 0$ l'équation de la surface (Σ) par rapport au système $Cxyz$; on peut écrire

$$\vec{P}'_n = = \lambda_f \vec{\nabla} f \tag{1.3.}$$

où λ_f este un paramètre scalaire inconnu.

En projetant la relation (1.1) sur les axes du système $Cxyz$ on obtient les équations :

$$\left.\begin{aligned} M(\delta v_{0x} - z_0\delta\omega_y + y_0\delta\omega_z) &= \\ &= \lambda_f \frac{\partial f}{\partial x} + P_x \\ M(\delta v_{0y} - x_0\delta\omega_z + z_0\delta\omega_x) &= \\ &= \lambda_f \frac{\delta f}{\delta y} + P_y \\ M(\delta v_{0z} - y_0\delta\omega_x + x\delta_0\omega_y) &= \\ &= \lambda_f \frac{\delta f}{\delta z} + P_z \end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

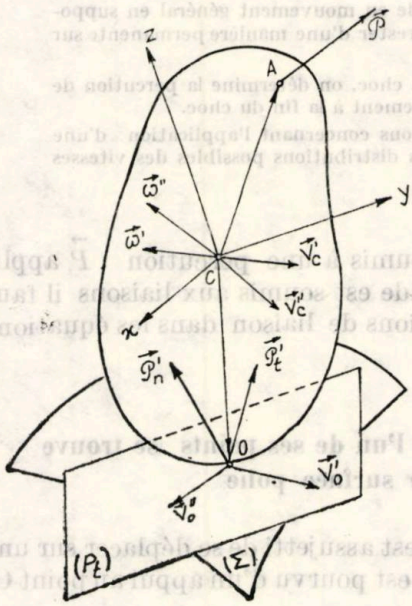


Fig. 1

où x_0, y_0, z_0 sont les coordonnées du point O et P_x, P_y, P_z représentent les composantes de la percution extérieure $\vec{P}$. De même, on a noté par δ l'opérateur du saut fini, pendant la durée du choc.

Théorème du moment cinétique par rapport au centre des masses C :

$$\vec{K}''_C - \vec{K}'_C = \vec{CO} \wedge \vec{P}'_n + \vec{CA} \wedge \vec{P}, \tag{1.5}$$

où

$$\vec{K}'_c = J_1\omega'_x\vec{i} + J_2\omega'_y\vec{j} + J_{3z}\omega'_z\vec{k}, \quad \vec{K}''_C = J_1\omega''_x\vec{i} + J_2\omega''_y\vec{j} + J_3\omega''_z\vec{k} \tag{1.6}$$

J_1, J_2, J_3 — moments principaux et centraux d'inertie du solide.

Notons par x. y, z les coordonnées de A et projetons la relation (1.5) suivant les trois axes ; on obtient

$$\left.\begin{aligned} J_1\delta\omega_x &= \lambda_f\left(y_0\frac{\partial f}{\partial z} - z_0\frac{\partial f}{\partial y}\right) + yP_z - zP_y \\ J_2\delta\omega_y &= \lambda_f\left(z_0\frac{\partial f}{\partial x} - x_0\frac{\partial f}{\partial z}\right) + zP_x - xP_z \\ J_3\delta\omega_z &= \lambda_f\left(x_0\frac{\partial f}{\partial y} - y_0\frac{\partial f}{\partial x}\right) + xP_y - yP_x \end{aligned}\right\} \tag{1.7}$$

Puisque les vecteurs $\vec{v}_0'$, $\vec{v}_0''$ ainsi que le saut de la vitesse du point O pendant l'intervalle du choc sont situés dans le plan tangent (P_t), on peut écrire :

$$\delta\vec{v}_0\cdot\vec{\nabla}f = 0. \tag{1.8}$$

En suite, on multiplie chaque équation du système (1.4) par $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ respectivement $\frac{\partial f}{\partial z}$ et on les additionne ; on obtient

$$\delta\omega_x\left(y_0\frac{\partial f}{\partial z} - z_0\frac{\partial f}{\partial y}\right) + \delta\omega_y\left(z_0\frac{\partial f}{\partial x} - x_0\frac{\partial f}{\partial z}\right) + \\ + \delta\omega_y\left(x_0\frac{\partial f}{\partial y} - y_0\frac{\partial f}{\partial x}\right) = -\frac{1}{M}(\vec{P} + \lambda_f\vec{\nabla}f)\cdot\vec{\nabla}f. \tag{1.9}$$

Compte tenu de (1.7) on peut tirer de (1.9) l'expression du paramètre λ.

En introduisant la valeur de λ en (1.4) et (1.7), on peut obtenir les composantes des vecteurs $\vec{v}_0''$, $\vec{\omega}''$.

Supposons que le point O coïncide avec le centre des masse C : cela revient à faire $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$; on obtient :

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_f = -\frac{\vec{P}\vec{\nabla}f}{(\vec{\nabla}f)^2},\quad \vec{v}_0'' = \vec{v}_0' + \frac{1}{M}(\vec{P} + \lambda_f\vec{\nabla}f) \\ &\omega_x'' = \omega_x' + \frac{1}{J_1}(yP_z - zP_y) \\ &\omega_y'' = \omega_y' + \frac{1}{J_2}(zP_x - xP_z) \\ &\omega_z'' = \omega_z' + \frac{1}{J_3}(xP_y - yP_x). \end{aligned}\right\} \tag{1.10}$$

Cas possibles.

1°. Pour que le mouvement du solide à la fin du choc corresponde à une translation instantanée, de vitesse $\vec{v}_0''$ il faut

$$\omega_x'' = 0, \quad \omega_y'' = 0, \quad \omega_z'' = 0, \tag{1.11}$$

d'où on obtient le système

$$yP_z - zP_y = -J_1\omega_x', \quad zP_x - xP_z = -J_2\omega_y', \quad xP_y - yP_x = -J_3\omega_z', \tag{1.12}$$

dont le déterminant principal est nul. Ce système est compatible et simplement déterminé à condition que le déterminant caractéristique soit nul :

$$\vec{K}_C' \cdot \vec{P} = 0. \tag{1.13}$$

Alors, la percution sera appliquée aux points d'une droite définie par deux des équations] (1.12), ayant le support situé dans un plan normal au moment cinétique initial du solide calculé par rapport au centre des masses.

2°. Pour que le mouvement du solide à la fin du choc caractérise une rotation instantanée, à la vitesse angulaire $\vec{\omega}''$ autour d'un axe passant par un point I (a, b, c) du solide sont nécessaires les conditions

$$v_{Ix}'' = 0, \quad v_{Iy}'' = 0, \quad v_{Iz}'' = 0. \tag{1.14}$$

d'où sortent les équations

$$b\omega_z'' - c\omega_y'' = v_{0x}'', \quad c\omega_x'' - a\omega_z'' = v_{0z}'', \quad a\omega_y'' - b\omega_x'' = v_{0z}''. \tag{1.15}$$

Compte tenu de (1.10) le système (1.15) devient

$$\left.\begin{aligned}
\left(\frac{bP_y}{J_3} + \frac{cP_z}{J_2}\right)x - \frac{bP_x}{J_3}y - \frac{cP_x}{J_2}z &= \frac{P_x}{M} + v_{0x}' - b\omega_z' + cw_y' + \frac{\lambda_f}{M}\frac{\partial f}{\partial x} \\
-\frac{aP_y}{J_3}x + \left(\frac{cP_z}{J_1} + \frac{aP_x}{J_3}\right)y - \frac{cP_y}{J_1}z &= \frac{P_y}{M} + v_{0y}' - c\omega_x' + a\omega_z' + \frac{\lambda_f}{M}\frac{\partial f}{\partial y} \\
-\frac{aP_z}{J_2}x - \frac{bP_z}{J_1}y + \left(\frac{aP_x}{J_2} + \frac{bP_y}{J_1}\right)z &= \frac{P_z}{M} + v_{0z}' - a\omega_y' + b\omega_x' + \frac{\lambda_f}{M}\frac{\partial f}{\partial z}
\end{aligned}\right\} \tag{1.16}$$

dont le déterminant principal Δ est nul.

Pour que ce système soit compatible et simplement déterminé il faut que le déterminant caractéristique soit nul :

$$\Delta_z = \frac{P_z}{MJ_1J_2J_3}(aJ_1P_x + bJ_2P_y + cJ_3P_z)\left[a\left(P_x + Mv'_{0x} + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}\right)+\right.$$

$$\left.+ b\left(P_x + Mv'_{0y} + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial y}\right) + c\left(P_z + Mv'_{0z} + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial z}\right)\right] = 0, \quad (1.17)$$

d'où on tire la condition

$$\vec{OI}\cdot(\vec{P} + M\vec{v}'_0 + \lambda_f\vec{\nabla}f) = 0. \quad (1.18)$$

Dans ce cas, la percution sera appliquée aux points d'une droite définie par deux des équations (1.16) et ses composantes satisfairont la condition (1.18) ; le vecteur de position du point I aura une direction normale au plan défini par la somme vectorielle de la percution $\vec{P}$ et de la q.d.m. initiale $M\vec{v}'_0$ et la normale au point O à la surface.

Le cas où le solide est brusquement fixé à son point I, équivaut à l'introduction d'une liaison rigide, persistante et on l'obtient en faisant $x = a$, $y = b$, $z = c$.

En particulier, analysons le cas de la rotation instantanée autour du centre des masses du solide, où $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$.

On obtient les conditions

$$\frac{P_x + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}}{v'_{0x}} = \frac{P_y + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial y}}{v'_{0y}} = \frac{P_z + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial z}}{v'_{0z}} = -\frac{1}{M}. \quad (1.19)$$

Celles—ci nous montrent que le solide continuera son mouvement après le choc, par une distribution des vitesses caractèrisant une rotation instantanée autour d'un axe passant par le centre des masses, à condition que le support de la percution soit parallèle au plan défini par le vecteur q.d.m. initial et la normale au point O à la surface.

3°. Pour que le mouvement du solide à la fin du choc soit défini par une distribution des vitesses caractérisant un mouvement hélicoïdal autour d'un axe passant par un point I (a, b, c), on écrit les conditions

$$\frac{\omega''_x}{v''_{0x} + c\omega''_y - b\omega''_z} = \frac{\omega''_y}{v''_{0y} + a\omega''_z - c\omega''_x} = \frac{\omega''_z}{v''_{0z} + b\omega''_x - a\omega''_y} = \alpha, \quad (1.20)$$

avec la notation

$$\alpha = \frac{|\vec{\omega}''|}{|\vec{v}''_I|}.$$

Un cas intéressant serait celui d'un mouvement hélicoïdal autour d'un axe passant par le centre des masses. En introduisant en (1.16) $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$, on obtient un système dont le déterminant principal est nul. Ces équations pourront définir une droite des points d'application de la percution extérieure, à condition que leur déterminant caractéristique soit également nul :

$$J_1\omega_x' P_x + J_2\omega_y' P_y + J_3\omega_z' P_z = \frac{\alpha}{M}\Big[J_1 P_x\Big(Mv_{0x}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x} + P_x\Big) +$$

$$+ J_2 P_y\Big(Mv_{0y}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial y} + P_y\Big) + J_3 P_z\Big(Mv_{0z}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial z} + P_z\Big)\Big]. \tag{1.21}$$

Ce cas correspond au mouvement général du solide, parce que sa distribution des vitesses est réductible à celle du mouvement hélicoïdal.

4°. Pour que le solide s'arrête brusquement par l'action d'une seule percution $\vec{P}$ à un certain point sont nécessaires les conditions $\vec{v}_0'' = \vec{0}$, $\vec{\omega}'' = \vec{0}$ d'où on tire les équations

$$\left.\begin{aligned} &\frac{v_{0x}'}{P_x + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}} = \frac{v_{0y}'}{P_y + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}} = \frac{v_{0y}'}{P_z + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial z}} = -\frac{1}{M} \\ &yP_z - zP_y = -J_1\omega_x', \quad zP_x - xP_z = -J_2\omega_y', \quad xP_y - yP_x = -J_3\omega_z' \end{aligned}\right\} \tag{1.22}$$

et la condition supplémentaire

$$\vec{K}_C'\cdot(M\vec{v}_0' + \lambda_f\vec{\nabla}f) = 0. \tag{1.23}$$

Alors, l'arrêt instantané du solide par l'application d'une seule percution extérieure $\vec{P}$ est bien possible à condition que le vecteur moment cinétique initial par rapport au centre des masses ait la direction perpendiculaire au plan défini par le vecteur q.d.m. initial et la normale au point O à la surface. De même, la percution sera appliquée à un point de la droite donnée par les équations

$$y = \frac{Mv_{0y}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial y}}{Mv_{0x}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}}x - \frac{J_3\omega_z'}{Mv_{0x}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}}, \quad z = \frac{Mv_{0z}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial z}}{Mv_{0x}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}}x + \frac{J_2\omega_y'}{Mv_{0x}' + \lambda_f\frac{\partial f}{\partial x}}, \tag{1.24}$$

et aura son support situé dans un plan normal au moment cinétique initial du solide calculé par rapport au centre des masses.

II. Choc du solide dans le cas où l'un de ses points se trouve continuellement sur une courbe polie

Dans ce qui suit on suppose qu'un point O du solide est assujetti de se déplacer le long d'une courbe fixe (Γ). Cette liaison du solide équivant à un appui au point considéré.

La liaison étant idéale, la percution $\vec{P}'_n$ agira dans le plan normal au point O à la courbe (Γ).

Soit $\varphi(x, y, z) = 0$, $\psi(x, y, z) = 0$ les équations de la courbe par rapport au système d'axes $Cxyz$; la percution $\vec{P}'_n$ aura l'expression

$$\vec{P}'_n = \lambda_\varphi \vec{\nabla}\varphi + \lambda_\psi \vec{\nabla}\psi, \qquad (2.1)$$

où λ_φ, λ_ψ représentent deux scalaires inconnus.

Afin de déterminer les vitesses $\vec{v}''_0$, $\vec{\omega}''$ et la percution $\vec{P}'_n$ on utilise le théorème de la q.d.m. (1.1) et le théorème du moment cinétique (1.5).

En projetant ces relations vectorielles sur les axes Cx, Cy, Cz, on obtient le système d'équations :

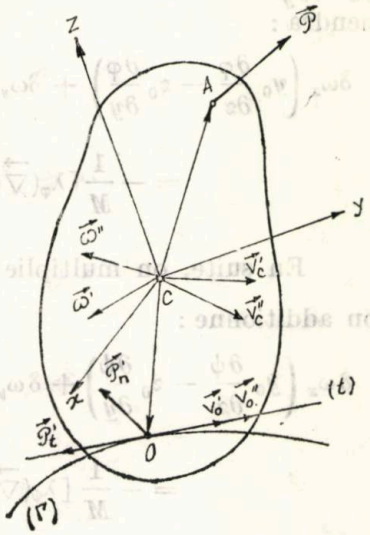


Fig. 2

$$\left.\begin{aligned}
M(\delta v_{0x} - z_0\delta\omega_y + y_0\delta\omega_z) &= \lambda_\varphi \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \lambda_\psi \frac{\partial\psi}{\partial x} + P_x \\
M(\delta v_{0y} - x_0\delta\omega_z + z_0\delta\omega_x) &= \lambda_\varphi \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \lambda_\psi \frac{\partial\psi}{\partial y} + P_y \\
M(\delta v_{0z} - y_0\delta\omega_x + x_0\delta\omega_y) &= \lambda_\varphi \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \lambda_\psi \frac{\partial\psi}{\partial z} + P_z \\
J_1\delta\omega_x &= \lambda_\varphi\left(y_0\frac{\partial\varphi}{\delta z} - z_0\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) + \lambda_\psi\left(y_0\frac{\partial\psi}{\partial z} - z_0\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) + yP_z - zP_y \\
J_2\delta\omega_y &= \lambda_\varphi\left(z_0\frac{\partial\varphi}{\partial x} - x_0\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) + \lambda_\psi\left(z_0\frac{\partial\psi}{\partial x} - x_0\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) + zP_x - xP_z \\
J_3\delta\omega_z &= \lambda_\varphi\left(x_0\frac{\partial\varphi}{\partial y} - y_0\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + \lambda_\psi\left(x_0\frac{\partial\psi}{\partial y} - y_0\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) + xP_y - yP_x.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

Mais les vecteurs $\vec{v}_0'$, $\vec{v}_0''$ sont situés sur la tangente (t) au point O à la courbe, tel qu'on peut écrire les conditions de liaison

$$\delta\vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla}\varphi = 0, \quad \delta\vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla}\psi = 0. \tag{2.3}$$

Multiplions les premières trois équations du système (2.2) par $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$ et respectivement $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ et additionnons sur la colonne ; on obtiendra :

$$\delta\omega_x\left(y_0\frac{\partial\varphi}{\partial z} - z_0\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) + \delta\omega_y\left(z_0\frac{\partial\varphi}{\partial x} - x_0\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) + \delta\omega_z\left(x_0\frac{\partial\varphi}{\partial z} - y_0\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) =$$

$$= -\frac{1}{M}[\lambda_\varphi(\vec{\nabla}\varphi)^2 + \lambda_\psi(\vec{\nabla}\varphi\cdot\vec{\nabla}\psi) + \vec{P}\cdot\vec{\nabla}\varphi]. \tag{2.4}$$

En suite, on multiplie les mêmes équations par $\frac{\partial\psi}{\partial x}$, $\frac{\partial\psi}{\partial y}$, $\frac{\partial\psi}{\partial z}$ et on additionne :

$$\delta\omega_x\left(y_0\frac{\partial\psi}{\partial z} - z_0\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) + \delta\omega_y\left(z_0\frac{\partial\psi}{\partial x} - x_0\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) + \delta\omega_z\left(x_0\frac{\partial\psi}{\partial y} - y_0\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) =$$

$$= -\frac{1}{M}[\lambda_\psi(\vec{\nabla}\psi)^2 + \lambda_\varphi(\vec{\nabla}\varphi\cdot\vec{\nabla}\psi) + \vec{P}\cdot\vec{\nabla}\psi] \tag{2.5}$$

De ces deux relations on tire les paramètres λ_φ, λ_ψ qu'on va les introduire en (2.2) pour obtenir les composantes des vecteurs : $\vec{v}_0''$, $\vec{\omega}''$.

Dans le cas où le point O coïncide avec le centre des masses C, on aura :

$$\left.\begin{aligned}
\lambda_\varphi &= \frac{(\vec{\nabla}\varphi\cdot\vec{\nabla}\psi)(\vec{P}\cdot\vec{\nabla}\psi) - (\vec{\nabla}\psi)^2\cdot(\vec{P}\cdot\vec{\nabla}\varphi)}{(\vec{\nabla}\varphi)^2(\vec{\nabla}\psi)^2 - (\vec{\nabla}\varphi\cdot\vec{\nabla}\psi)^2} \\
\lambda_\psi &= \frac{(\vec{\nabla}\varphi\vec{\nabla}\psi)(\vec{P}\vec{\nabla}\varphi) - (\vec{\nabla}\varphi)^2\cdot(\vec{P}\cdot\vec{\nabla}\psi)}{(\vec{\nabla}\varphi)^2(\vec{\nabla}\psi)^2 - (\vec{\nabla}\varphi\cdot\vec{\nabla}\psi)^2} \\
\vec{v}_0'' &= \vec{v}_0' + \frac{1}{M}(\vec{P} + \lambda_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda_\psi\vec{\nabla}\psi) \\
\omega_x'' &= \omega_x' + \frac{1}{J_1}(yP_z - zP_y) \\
\omega_y'' &= \omega_y' + \frac{1}{J_2}(zP_x - xP_z) \\
\omega_z'' &= \omega_z' + \frac{1}{J_3}(xP_y - yP_x)
\end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

Cas possibles.

1°. Pour que le mouvement du solide à la fin du choc représente une translation instantanée, de vitesse $\vec{v}_0''$, la percution devrait être appliquée aux points de la droite donée par les équations (1.12). La direction de cette percution est définie par la condition (1.13).

2°. Pour que le mouvement du solide à la fin du choc corresponde à une rotation instantanée, de vitesse angulaire $\vec{\omega}''$ autour d'un axe passant par le point I (a, b, c) on écrit les conditions (1.15) ; soit

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{bP_y}{J_3}+\frac{cP_z}{J_2}\right)x-\frac{bP_x}{J_3}\,y-\frac{cP_x}{J_2}\,z=\frac{P_x}{M}+v'_{0x}-b\omega'_z+c\omega'_y+\\
&\qquad+\frac{\lambda_\varphi}{M}\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\lambda_\psi}{M}\frac{\partial\psi}{\partial x}\\
&-\frac{aP_y}{J_3}\,x+\left(\frac{cP_z}{J_1}+\frac{aP_x}{J_3}\right)y-\frac{cP_y}{J_1}\,z=\frac{P_y}{M}+v'_{0y}-c\omega'_x+a\omega'_z+\\
&\qquad+\frac{\lambda_\varphi}{M}\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\frac{\lambda_\psi}{M}\frac{\partial\psi}{\partial y}\\
&-\frac{aP_z}{J_2}\,x-\frac{bP_z}{J_1}\,y+\left(\frac{aP_x}{J_2}+\frac{bP_y}{J_1}\right)z=\frac{P_z}{M}+v'_{0z}-a\omega'_z+b\omega'_x+\\
&\qquad+\frac{\lambda_\varphi}{M}\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{\lambda_\psi}{M}\frac{\partial\psi}{\partial z}.
\end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

Le déterminant principal Δ étant nul, ce système est compatible et simplement déterminé à condition que le déterminant caractéristique Δ_z soit nul. C'est ainsi qu'on obtient la condition

$$\vec{CI}\cdot(\vec{P}+M\vec{v}'_0+\lambda_\varphi\vec{\nabla}\varphi+\lambda_\psi\vec{\nabla}\psi)=0. \tag{2.8}$$

Si on fait $x=a,\ y=a, z=a,$ dans les résultats précédents on obtient le cas où le solide est brusquement fixé au point I.

Les conditions de la rotation instantanée autour du centre des masses $(a=0,\ b=0,\ c=0)$ seront

$$\frac{P_x+\lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}}{v'_{0x}}=\frac{P_y+\lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial y}}{v'_{0y}}=\frac{P_z+\lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial z}}{v'_{0z}}=-M. \tag{2.9}$$

3°. Pour que le mouvement du solide à la fin du choc soit défini par une distribution des vitesses d'un mouvement helicoïdal autour d'un axe passant par I (a, b, c) on doit poser des conditions analogues à (1.20).

Supposons, en particulier, les cas d'un axe du mouvement helicoïdal passant par le centre des masses $(a = 0, \quad b = 0, \quad c = 0)$; on obtient la condition

$$J_1\omega_x' P_x + J_2\omega_y' P_y + J_3\omega_z' P_z = \frac{\beta}{M}\Big[J_1 P_x\Big(P_x + Mv_{0x}' + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big) + J_2 P_y\Big(P_y + Mv_{0y}' + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial y}\Big) + J_3 P_z\Big(P_z + Mv_{0z}' + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial z}\Big)\Big], \tag{2.10}$$

et le système

$$\left.\begin{aligned} yP_z - zP_y &= -J_1\omega_x' + J_1\frac{\beta}{M}\Big(P_x + Mv_{0x}' + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big)\\ zP_x - xP_z &= -J_2\omega_y' + J_2\frac{\beta}{M}\Big(P_y + Mv_{0y}' + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial y}\Big)\\ xP_y - yP_x &= -J_3\omega_z' + J_3\frac{\beta}{M}\Big(P_z + Mv_{0z}' + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial z}\Big) \end{aligned}\right\} \tag{2.11}$$

avec la notation $\beta = \dfrac{|\vec{\omega}''|}{|\vec{v}_I''|}$.

4°. Pour que le solide s'arrête brusquement par l'application d'une seule percution extérieure $\vec{P}$, à un point donné, on pose les conditions $\vec{v}_0'' = \vec{0}$, $\vec{\omega}'' = \vec{0}$, d'où on obtient

$$\left.\begin{aligned} &\frac{v_{0x}'}{P_x + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}} = \frac{v_{0y}'}{P_y + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial y}} = \frac{v_{0z}'}{P_z + \lambda_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \lambda_\psi\frac{\partial\psi}{\partial z}} = -\frac{1}{M}\\ &yP_z - zP_y = -J_1\omega_x', \quad zP_x - xP_z = -J_2\omega_y', \quad xP_y - yP_x = -J_3\omega_z' \end{aligned}\right\} \tag{2.12}$$

et la relation supplémentaire

$$\vec{K}_C'(M\vec{v}_0' + \lambda_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda_\psi\vec{\nabla}\psi) = 0. \tag{2.13}$$

Par conséquent la percution $\vec{P}$ sera appliquée à tout point de la droite donnée par les équations

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{Mv'_{0y} + \lambda_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \lambda_\psi \frac{\partial \psi}{\partial y}}{Mv'_{0x} + \lambda_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \lambda_\psi \frac{\partial \psi}{\partial x}} x - \frac{J_3 \omega'_z}{Mv'_{0x} + \lambda_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \lambda_\psi \frac{\partial \psi}{\partial x}} \\ z &= \frac{Mv'_{0z} + \lambda_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \lambda_\psi \frac{\partial \psi}{\partial z}}{Mv'_{0x} + \lambda_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \lambda_\psi \frac{\partial \psi}{\partial x}} x - \frac{J_2 \omega'_y}{Mv'_{0x} + \lambda_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \lambda_\psi \frac{\partial \psi}{\partial x}}; \end{aligned}\right\} \quad (2.14)$$

le support de la percution se trouve dans un plan normal au moment cinétique initial du solide par rapport à son centre de gravité.

III. Influence du frottement au glissement sur le choc du solide

1°. *Cas du solide s'appuyant contre une surface fixe.*

La percution de liaison $\vec{P}$ aura, cette fois-ci, une composante normale $\vec{P}'_n$ et une autre tangentielle $\vec{P}'_t$ se trouvant dans le plan tangent à la surface, soit :

$$\vec{P}'_n = \lambda'_f \vec{\nabla} f, \quad \vec{P}'_t = \lambda_T \delta \vec{v}_0, \quad (3.1)$$

où λ'_f, λ_T représentent deux paramètres scalaires inconnus.

Les équations générales du choc (1.4), (1.7) prendront une nouvelle forme :

$$\left.\begin{aligned} M(\delta \vec{v}_0 + \delta \vec{\omega} \wedge \vec{OC}) &= \lambda'_f \vec{\nabla} f + \lambda_T \delta \vec{v}_0 + \vec{P} \\ \delta \vec{K}_C &= \vec{CO} \wedge (\lambda'_f \vec{\nabla} f + \lambda_T \delta \vec{v}_0) + \vec{CA} \wedge \vec{P}. \end{aligned}\right\} \quad (3.2)$$

On ajoute, à ces deux relations, la condition de coefficient de frottement μ :

$$\lambda_T |\delta \vec{v}_0| = \mu \lambda'_f |\vec{\nabla} f|, \quad (3.3)$$

et la condition

$$\delta \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} f = 0, \quad (3.4)$$

prouvant la permanence des vitesses $\vec{v}'_0$, $\vec{v}''_0$ dans la plan tangent (P_t).

Ces quatre relations pourriont bien nous donner λ'_f, λ_T ainsi que les composantes des vecteurs $\vec{v}''_0$, $\vec{\omega}''$.

Un cas intéressant serait celui où le point O coïncide avec le centre des masses C ; on faira $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$ dans les relations précédentes et on obtiendra :

$$\lambda'_f = -\frac{\vec{P}\cdot\vec{\nabla}f}{(\vec{\nabla}f)^2}, \quad \lambda_T = M\left(1 + \frac{|\vec{P} + \lambda'_f\vec{\nabla}f|}{\mu\lambda'_f|\vec{\nabla}f|}\right)^{-1}, \tag{3.5 a}$$

$$\vec{v}''_0 = \vec{v}'_0 + \frac{1}{M - \lambda_T}(\vec{P} + \lambda'_f\vec{\nabla}f). \tag{3.5 b}$$

Tous les cas possibles obtenus là—dessus, en négligeant le frottement, se retrouvant à présent en remplaçant la masse M par l'expression

$$M - \lambda_T = M\left(1 - \mu\frac{\vec{P}\vec{\nabla}f}{|\vec{P} + \lambda'_f\vec{\nabla}f|\cdot|\vec{\nabla}f|}\right)^{-1}. \tag{3.6}$$

2°. *Cas du solide s'appuyant contre une courbe fixe.*
Les composantes de la percution de contact au point O seront

$$\vec{P}'_n = \lambda'_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda'_\psi\vec{\nabla}\psi, \quad \vec{P}'_t = \lambda_T\delta\vec{v}_0.$$

En appliquant toujours les théorèmes généraux des collisions on aura :

$$\left.\begin{aligned}(M - \lambda_T)(\delta\vec{v}_0 + \delta\vec{\omega}\wedge\vec{OC}) &= \lambda'_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda'_\psi\vec{\nabla}\psi + \vec{P}\\ J_1\delta\omega_x\vec{i} + J_2\delta\omega_y\vec{j} + J_3\delta\omega_z\vec{k} &= \vec{CO}\wedge(\lambda'_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda'_\psi\vec{\nabla}\psi + \lambda_T\delta\vec{v}_0) + \vec{CA}\wedge\vec{P}.\end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

Ces relations avec les conditions suivantes

$$\delta\vec{v}_0\cdot\vec{\nabla}\varphi = 0, \quad \delta\vec{v}_0\cdot\vec{\nabla}\psi = 0, \quad |\delta\vec{v}_0| = \frac{\mu}{\lambda_T}|\lambda'_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda'_\psi\vec{\nabla}\psi|, \tag{3.9}$$

conduisent vers un système algébriques d'où on tire : λ'_φ, λ'_ψ, λ_T, v''_{0x}, v''_{0y}, v''_{0z}, ω''_x, ω''_y, ω''_z.

Dans le cas particulier où le solide s'appuie contre la courbe à son centre de gravité C, les relations (3.8), (3.9) vont nous donner :

$$\lambda'_\varphi = \lambda_\varphi, \quad \lambda'_\psi = \lambda_\psi, \quad \lambda_T = M\left(1 + \frac{|\vec{P} + \lambda'_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda'_\psi\vec{\nabla}\psi|}{\mu|\lambda'_\varphi\vec{\nabla}\varphi + \lambda'_\psi\vec{\nabla}\psi|}\right)^{-1}, \tag{3.10 a}$$

$$\vec{v}_0'' = \vec{v}_0' + \frac{1}{M - \lambda_T}(\vec{P} + \lambda_\varphi' \vec{\nabla}\varphi + \lambda_\psi' \vec{\nabla}\psi). \qquad (3.10\ b)$$

Les résultats obtenus dans le cas du choc avec frottement peuvent être tirés de ceux obtenus dans le cas du choc du solide sur une courbe idéale à condition de remplacer la masse M par la valeur augmentée

$$M - \lambda_T = M\left(1 + \frac{\mu|\lambda_\varphi' \vec{\nabla}\varphi + \lambda_\psi' \vec{\nabla}\psi|}{|P + \lambda_\varphi' \vec{\nabla}\varphi + \lambda_\psi' \vec{\nabla}\varphi|}\right)^{-1}. \qquad (3.11)$$

BIBLIOGRAPHIE

1. *W. Kecs, P. P. Teodorescu,* Aplicaţii ale teoriei distribuţiilor în mecanică. Edit. Academiei, 1970.
2. *Şt. Staicu,* Mecanica. Dinamica şi elemente de Mecanica fluidelor. Litografia Institutului Politehnic Bucureşti, 1973.
3. *Şt. Staicu,* Metode energetice pentru studiul ciocnirilor. St. Cerc. Mec. Apl., 35, 4, 1976.

Asupra ciocnirii solidului rezemat

Lucrarea studiază ciocnirea unui solid aflat în mişcarea generală, în ipoteza că unul din punctele sale este obligat să rămînă permanent pe o suprafaţă sau pe o curbă.

Scriind ecuaţiile generale ale ciocnirii, se determină percuţia de legătură şi elementele cinematice ale mişcării la sfîrşitul ciocnirii.

În continuare se analizează condiţiile de aplicare a percuţiei exterioare, pentru a obţine toate distribuţiile posibile ale vitezelor instantanee de la sfîrşitul ciocnirii.

$$\vec{\varepsilon}_0'' = \vec{\varepsilon}_1' + \frac{1}{M - \lambda_1^2}(\vec{P} + \lambda_2^2 \overrightarrow{\nabla} \varphi + \lambda_2^2 \overrightarrow{\nabla} \psi). \qquad (3.10\ b)$$

Les résultats obtenus dans le cas du choc avec frottement peuvent être très différents de ceux obtenus dans le cas du choc du solide sur une courbe idéale à condition de remplacer la masse M par la valeur augmentée

$$M - \lambda_1^2 = M\left(1 + \frac{\mu_1 \lambda_2^2 \overrightarrow{\nabla} \varphi + \lambda_2^2 \overrightarrow{\nabla} \psi}{\vec{P} + \lambda_2^2 \overrightarrow{\nabla} \varphi + \lambda_2^2 \overrightarrow{\nabla} \psi}\right)^{-1}. \qquad (3.11)$$

BIBLIOGRAPHIE

1. M. Kreé, P. P. Laborescu. Applicatii ale teoriei distributiilor în mecanică. Edit. Academiei, 1970.
2. St. Stefan. Mecanica. Dinamica si elemente de Mecanica fluidelor. Litografia Institutului Politehnic Bucuresti. 1973.
3. Ş. Sinicu. Metode energetice pentru studiul cioculuiri elastic. St. Cerc. Mec. Apl., 35, 4, 1976.

Lucrarea studiază ciocnirea unui solid aflat în mişcare generală în spaţiu cu unul din punctele sale este obligat să rămână permanent pe o suprafaţă sau pe o curbă.

Scrind ecuaţiile generale ale ciocnirii, se determină perechile de legături şi elementele cinematice ale mişcării la sfîrşitul ciocnirii.

În continuare se analizează condiţiile de aplicare a percutiei exterioare, pentru a obţine toate distribuţiile posibile ale vitezelor înstantanee de la sfîrşitul ciocnirii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

c.z.: 531.32
621—752
550.3

INFLUENȚA RIGIDITĂȚII TERENULUI ASUPRA PULSAȚIILOR PROPRII ALE SISTEMULUI MAȘINĂ-TEREN ÎN CAZUL COMPACTOARELOR VIBRATOARE AUTOPROPULSATE

POLIDOR BRATU *

În articol se prezintă influența rigidității terenului asupra frecvențelor (pulsațiilor) proprii ale mașinilor de compactat prin vibrare.
Pentru aceasta au fost utilizate rezultatele experimentale privind rigiditatea solului în condițiile utilizării a două tipuri constructive de compactoare vibratoare autopropulsate de fabricație românească CVA 4—5 și CVA 10.

Mașinile autopropulsate de compactat prin vibrare sînt destinate tehnologiilor de compactare a sistemelor rutiere, canalelor, barajelor, digurilor, precum și a fundațiilor speciale. Aceste mașini, de o construcție mai deosebită, trebuie să răspundă simultan la două deziderate opuse și anume : generarea vibrațiilor de lucru la unul din rulouri, pentru realizarea compactării dinamice, pe de o parte, și izolarea vibrațiilor transmise la șasiul mașinii, pe de altă parte.

În cadrul INCERC au fost realizate proiectele unor astfel de mașini, care conțin două trepte de izolare și amortizare a vibrațiilor, pe baza utilizării elementelor antivibratile din cauciuc. Prezența celor două trepte de amortizare cît și forma constructivă adoptată, constituie particularități originale ale mașinilor noastre de compactat prin vibrare, în raport cu cele executate pe plan mondial.

În vederea analizei modului de realizare a parametrilor vibrațiilor de lucru la organul de compactat și a vibrațiilor cu nivel cît mai scăzut la celelalte subansamble, pentru o anumită formă constructivă, este necesară studierea influenței rigidității terenului de compactat asupra pulsațiilor proprii ale mașinii. În acest sens, lucrarea prezintă variația pulsațiilor proprii în funcție de categoria de teren pentru două forme constructive de utilaje CVA 4—5 și CVA 10 executate de I.M. „Nicolina" Iași, în scopul definirii domeniului de lucru.

Manuscris predat redacției la data de 15 ianuarie 1980
* Cercet. șt. ing. INCERC — București

1. Modelul dinamic

Se consideră modelul real al unui compactor vibrator autopropulsat (fig. 1) compus din următoarele elemente : 1 — ruloul vibrator ; 2 — șasiul anterior ; 3 — prima treaptă elastică de izolare a vibrațiilor ; 4 — a doua treaptă elastică de izolare a vibrațiilor ; 5 — șasiul posterior ; 6 — ruloul posterior, care este și de tracțiune. Avînd în vedere gradul ridicat de simetrie al mașinii față de planul longitudinal median, construcția simetrică a șasiului anterior față de axa ruloului vibrator și gradul de identitate, calitativ, cît mai ridicat al elementelor antivibratile din cauciuc, mașina poate fi modelată ca în figura 2. Se observă că sistemul se caracterizează prin patru grade de libertate, iar cele două trepte de izolare a vibrațiilor, precum și mediul compactat au fost modelate numai ca elemente elastice, deoarece valorile pulsațiilor proprii, în acest caz, sînt afectate cu o abatere de cca 5%, față de modelarea vîscoelastică de tip Voigt-Kelvin.

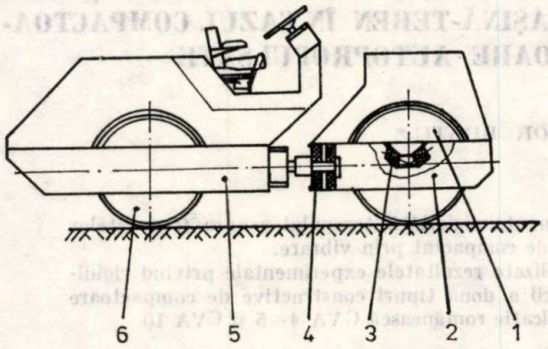


Fig. 1

Elementele masice ale mașinii schematizate în fig.2, sînt : m_1 — masa ruloului vibrator din față ; m_2 — masa șasiului anterior ; m, J — masa și respectiv momentul de inerție masic față de centrul de greutate C, ale șasiului posterior ; m_s — masa ruloului de tracțiune pentru deplasarea mașinii din spate. De asemenea, s-au utilizat notațiile k_2, k_3, pentru coeficienții de rigiditate echivalenți ai celor două trepte de izolare și k_1, k_4 pentru coeficienții de rigiditate ai terenului (mediului de compactat), corespunzător suprafeței de contact la ruloul anterior și respectiv posterior.

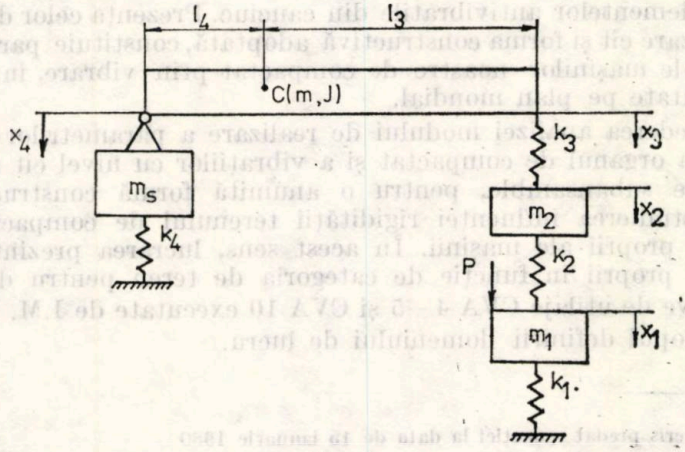


Fig. 2

2. Ecuațiile diferențiale de mișcare

Pentru modelul dinamic din fig. 2, se poate scrie energia cinetică sub forma:

$$2T = m_1\dot{x}_1^2 + m_2\dot{x}_2^2 + m_3\dot{x}_3^2 + m_4\dot{x}_4^2 + 2_{34}\dot{x}_3\dot{x}_4 \tag{1}$$

în care:

$m_3 = \dfrac{ml_4^2 + J}{1^2}$ — masa redusă a șasiului posterior pentru punctul de rezemare 3.

$m_4 = \dfrac{ml_3^2 + J}{1^2} + m_s$ — masa redusă a șasiului posterior față de punctul de rezemare 4, însumată cu masa m_s a ruloului posterior de tracțiune.

$m_{34} = \dfrac{ml_3l_4 - J}{1^2}$ — masa redusă a șasiului posterior.

Utilizînd notația matricială și produsul scalar în spații Hilbert, forma pătratică (1) poate fi scrisă astfel:

$$2\mathbf{T} = < \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} >. \tag{2}$$

unde:

$\dot{\mathbf{x}}$ — vectorul vitezelor, avînd $\dot{\mathbf{x}}^T = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4]$

$\mathbf{M}$ — matricea de inerție.

Matricea de inerție este pozitiv definită, simetrică, nesingulară și are forma:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & m_{34} \\ 0 & 0 & m_{34} & m_4 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Energia potențială de deformare a sistemului elastic, considerată față de poziția de echilibru static, are expresia:

$$2\Pi = k_1x_1^2 + k_2(x_1 - x_2)^2 + k_3(x_2 - x_3)^2 + k_4x_4^2 \tag{4}$$

În notație matricială forma pătratică (4) poate fi scrisă astfel:

$$2\Pi = \langle \mathbf{u}, \mathbf{K}_0, \mathbf{u} \rangle \tag{5}$$

în care:

$\mathbf{K}_0 = \text{DIAG}\ (k_1, k_2, k_3, k_4)$ matricea coeficienților de rigiditate

$\mathbf{u}$ — vectorul deformațiilor elementelor elastice, avînd

$$\mathbf{u}^T = [u_1, u_2, u_3, u_4]$$

Componentele vectorului $\mathbf{u}$ sînt determinate de deplasările x_j, $j = 1 \ldots 4$, ale sistemului mecanic, astfel:

$$\mathbf{u}_1 = x_1,$$

$$u_2 = x_1 - x_2,$$

$$u_3 = x_2 - x_3,$$

$$u_4 = x_4.$$

Legătura dintre deplasări și deformații se realizează cu transformarea liniară

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} \tag{6}$$

unde:

$\mathbf{A}$ — matricea de influență a deplasărilor asupra deformațiilor.

$\mathbf{x}$ — vectorul deplasărilor, avînd $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]$.

Matricea $\mathbf{A}$ are următoarea structură:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Folosind relația (6), forma pătratică (5) poate fi exprimată în coordonatele vectorului deplasare $\mathbf{x}$.

$$2\Pi = \langle \mathbf{Ax}, \mathbf{K}_0\mathbf{u} \rangle \tag{8}$$

Dacă se consideră $\mathcal{H}$ un spațiu Hilbert, atunci pentru orice operator liniar continuu V există un singur operator liniar continuu V^*, numit operator adjunct, astfel încît are loc identitatea:

$$\langle Vx, y \rangle = \langle x, V^*y \rangle \qquad \text{pentru orice } x, y \in \mathcal{H}$$

și egalitatea

$$|V| = |V|^*$$

În acest caz pe spațiul Hilbert $\mathcal{H}$ se poate considera matricea $\mathbf{A} = (a_{ij})$ ca un operator liniar continuu, avînd ca operator adjunct matricea $\mathbf{A}^T = (a)$ ca urmare,relația (8) se scrie sub forma :

$$2\Pi = \langle \mathbf{x}, \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{u} \rangle \tag{9}$$

și ținînd seama de relația (6), avem :

$$2\Pi = \langle \mathbf{x}, \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{x} \rangle \tag{10}$$

Notăm cu $\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}$ și vom avea, în final :

$$2\Pi = \langle \mathbf{x}, \mathbf{K}\mathbf{x} \rangle \tag{11}$$

Folosind ecuațiile lui Lagrenge de speța a doua, pentru cazul elastic și în absența forțelor perturbatoare se obține ecuația diferențială a mișcării sub forma :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \tag{12}$$

Pentru ecuația diferențială (12) se caută soluții de forma :

$$\mathbf{x} = \mathrm{Re}\,\{\mathbf{a}e^{ipt}\} \tag{13}$$

unde :

$\mathbf{a}$ — vectorul — coloană al amplitudinilor necunoscute, pentru care $\mathbf{a}^T = [a_1, a_2, a_3, a_4]$

p — pulsația proprie.

Din (12) și (13) rezultă sistemul de ecuații algebrice de forma :

$$(\mathbf{K} - \mathrm{p}^2\mathbf{M})\mathbf{a} = 0. \tag{14}$$

Este necesar ca relația (14) să fie satisfăcută de vectorul $\mathbf{a}$ și scalarul p, deci rezolvarea problemei de valori proprii și vectori proprii referitoare la matricile pătratice K și M de dimensiune 4×4.

Prin utilizarea unui program de calcul în limbaj FORTRAN, a fost posibilă determinarea pulsațiilor proprii p_1, p_2, p_3, p_4 și a vectorilor proprii, pentru diverse categorii de teren, diferențiate între ele prin coeficientul de rigiditate, în condițiile a două tipuri constructive de compactoare vibratoare.

3. Coeficientul de rigiditate al terenului (mediului de compactat)

Necesitatea de a evalua cît mai precis influența terenului asupra parametrilor vibrațiilor utilajului, a condus la adaptarea mai multor modele mecanice pentru pămînturi. Astfel, modelele cunoscute iau în considerație principalele proprietăți ale pămînturilor cum ar fi : elasticitatea, plasti-

citatea, amortizarea vîscoasă și frecarea uscată. În acest sens au fost utilizate următoarele modele pentru pămînturi: Voigt-Kelvin, Bathelt P—E, Ephremides, Dvorak și Peter, Hartmann, Maxwell. Acestea sînt modele compuse mixte pe baza următoarelor modele simple: Hooke, Newton, Saint-Venant și Bethelt P.

Avînd în vedere că presiunea efectivă de lucru, la utilajele din această clasă, este max. 1,5 daN/cm² (pentru a se evita înfundarea în material) și amplitudinea mică (0,25 — 1,5) mm a vibrațiilor de lucru, experiența a arătat [1], [2], [9], că pentru modelele amintite se poate reține, ca preponderentă, proprietatea de elasticitate a pămîntului.

La acestea se mai adaugă și faptul că regimul de lucru al acestor mașini este postrezonanța, justificat de faptul că aici amplitudinea ruloului compactor este constantă, iar amplitudinea vibrațiilor transmise la celelalte subansamble ale mașinii este mică.

Ca urmare, se va ține seama numai de deformațiile elastice reversibile și în acest caz se poate scrie, [4], [10]:

$$k = C_z \cdot S \tag{15}$$

unde:

K — coeficientul de rigiditate al pămîntului;

C_z — coeficientul de contracție elastică uniformă, corespunzător suprafeței de contact cu aria S;

S — aria suprafeței de contact dintre rulou și teren (mediu de compactat).

Suprafața echivalentă de contact este asimilată ca pentru o placă dreptunghiulară pentru care avem [4], [8], [10]:

$$C_z = \varkappa_z \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}} \tag{16}$$

unde:

$\varkappa_z$ = coeficient ce ține seama de raportul între dimensiunile plăcii;

E = modulul de elasticitate al pămîntului;

μ = coeficientul lui Poisson.

Coeficientul de rigiditate k^*, determinat pe cale experimentală, corespunzător unei suprafețe de contact dreptunghiulară (placă de probă) cu aria S^*, va avea expresia:

$$k^* = \varkappa_z \frac{E}{1-\mu^2} \sqrt{S^*}, \tag{17}$$

iar coeficientul de rigiditate k pentru suprafața reală de contact cu aria S, va fi:

$$k = \varkappa_z \frac{E}{1-\mu^2} \sqrt{S}. \tag{18}$$

Din relațiile (17) și (18) rezultă, valoarea lui k funcție de coeficientul k^* determinat experimental, astfel:

$$k = k^* \sqrt{\frac{S}{S^*}}. \tag{19}$$

Experimentările din cadrul INCERC au fost efectuate cu ajutorul unei plăci de probă cu aria $S^* = 900$ cm^2, pe care se află solidarizat un excitator electrodinamic alimentat de la un generator cu frecvență variabilă [15]. De asemenea, aceste rezultate au fost comparate și cu cele obținute la noi în țară [5] și pe plan mondial [10]. În tabelul 1, se dau valorile coeficienților de rigiditate determinați în regim dinamic pentru patru categorii de teren (mediu de compactat) și pentru două tipuri diferite de compactoare vibratoare.

Tabelul 1

Natura terenului de compactat	Coeficientul de rigiditate 10^6K, [N/m]	
	CVA 4—5	CVA 10
Pămînt nisipos cu pietriș sort (3—7) mm, afînat	20,0	44,0
Pietriș sort (7—15) mm, afînat. Nisip fin argilos, afînat.	30,0	67,5
Nisip cu granulație medie și ușor argilos, afînat.	40,0	90,0
Nisip cu granulație medie pînă la mare și pietriș (7—15) mm precompactat. Argilă cu pietriș, compactă.	52,0	120,0

4. Pulsațiile proprii al sistemului mașină-teren

Utilizînd coeficienții de rigiditate corespunzători categoriilor de teren din tabela 1, au fost calculate pulsațiile proprii pentru compactorul vibrator autopropulsat CVA 4—5, iar valorile sînt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Coeficientul de rigiditate 10^6K, [N/m]	Pulsații proprii, [s^{-1}]			
	p_1	p_2	p_3	p_4
20	24,13	62,22	132,76	161,89
30	24,45	62,66	162,29	194,71
40	24,61	62,87	187,23	222,82
50	24,72	63,01	213,36	352,48
Coeficientul de rigiditate echivalent pentru treapta: I-a, $k_2 = 2{,}132 \cdot 10^6$ N/m; a-II-a, $k_3 = 2{,}00 \cdot 10^6$ N/m				

În mod similar au fost calculate pulsațiile proprii pentru compactorul vibrator autopropulsat CVA—10, în condițiile a două valori diferite ale coeficientului de rigiditate echivalent pentru treapta a doua elastică. Valorile pulsațiilor proprii, în acest caz sînt prezentate în tabelele 3 și 4.

Tabelul 3

Coeficient de rigiditate 10^6 K, [N/m]	Pulsațiile proprii, [s^{-1}]			
	p_1	p_2	p_3	p_4
44,0	13,21	85,32	109,67	165,95
67,5	13,30	86,36	134,91	203,14
90,0	13,34	86,72	155,40	233,37
120,0	13,37	86,95	179,30	268,48
Coeficientul de rigiditate echivalent pentru treapta : I-a, $k_2 = 2,42 \cdot 10^6$ N/m a II-a $k_2 = 3,04 \cdot 10^6$ N/m				

Tabelul 4

Coeficientul de rigiditate 10^3K, [N/m]	Pulsațiile proprii, [s^{-1}]			
	p_1	p_2	p_3	p_4
44,00	15,32	121,70	129,95	166,45
67,5	15,46	121,98	141,01	203,25
90,00	15,52	122,75	158,31	233,42
120,00	15,57	122,07	181,07	268,50
Coeficientul de rigiditate echivalent pentru treapta : I-a, $k_2 = 2,42 \cdot 10^6$ N/m a II-a $k_3 = 8,70 \cdot 10^6$ N/m				

Concluzii

Mașinile de compactat prin vibrare, de tipul cilindrilor compactori vibratori cu două rulouri, dintre care cel din față vibrator, iar cel din spate, pentru deplasare, schematizate prin modelul dinamic cu patru grade de libertate (fig. 2), funcționează în regim de postrezonanță ($\omega > p_4$). Pentru aceasta este necesară analiza regimului de funcționare în raport cu rigiditatea mediului de compactat. Astfel, se subliniază următoarele :

a) —coeficienții de rigiditate ai terenului, introduși în calcul, trebuie să fie determinați experimental ținînd seama de aria suprafeței de contact dintre ruloul compactor și teren ;

b) — categoriile de teren prezentate în tabelul 1, lasă neschimbate primele două pulsații proprii, conducînd la modificări importante ale pulsațiilor p_3 și p_4.

Avînd în vedere faptul că pulsația ω a forței perturbatoare, necesară vibrațiilor de lucru, este cuprinsă în intervalul (180—314) s^{-1}, rezultă că regimul vibrațiilor forțate trebuie ales astfel încît, pentru fiecare material de compactat, să se poată atinge funcționarea în regim de postrezonanță, ($\omega > p_4$).

BIBLIOGRAFIE

[1] *Bărdescu, I.*, Studiul vibrațiilor la plăcile vibratoare pentru compactarea pămînturilor Teză de doctorat. Institutul de Construcții, București, 1971.
[2] *Bratu, P.*, St. cerc. mec. apl., nr. 3, tom 35, 1976.
[3] *Bratu, P.*, Revista Construcții, nr. 4, 1975.
[4] *Buzdugan Gh.* Dinamica fundațiilor de mașini, București, Edit. Academiei R.S.R. 1968.
[5] *Buzdugan Gh., Radeș, M.*, Revista Construcții, Nr. 6, 1977.
[6] *Catoire, B.*, Construction, mai 1966.
[7] *Forssblad, L., Gessler, S.*, Vibrocompactarea solului, a umpluturii de piatră și a îmbrăcăminților asfaltice. București, Simpozion firma Dynapac, 1976.
[8] *Hamburger, L., Buzdugan, Gh.*, Combaterea vibrațiilor în întreprinderi. Editura Academie R.S.R., 1 53.
[9] *Mihăilescu Șt., Vlasiu Gh.*, Mașini de construcții și procedee de lucru. București Edit didactică și pedagogică, 1973.
[10] *Mohsin, S.H.*, Baumaschine und Bautechnik nr. 10, 1966.
[11] *Radeș, M.*, Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice. București, Edit. Academiei R.S.R., 1979.
[12] *Radeș, M.*, Determinarea caracteristicilor dinamice ale materialelor și structurilor., Lucrările conferinței „Vibrații în construcția de mașini", Timișoara, 1975.
[13] *Stanciu, C., Welter, L., Bratu, P.*, Studiu parametrilor dinamici ai cilindrilor compactori vibratori autopropulsați. Lucările conferinței „Vibrații în construcția de mașini" Timișoara, 1975.
[14] *Vaicum, Al.*, Studiul reologic al corpurilor solide, București, Edit. Academiei R.S.R., 1978.
[15] * * * — Experimentarea ruloului compactor vibrator autopropulsat de 4—5 tf. Referat INCERC, București, 1974.
[16] * * * — Experimentarea în probe de laborator a compactorului vibrator autopropulsat CVA—10. Buletin de încercări INCERC, București, 1978.

The Influence of Soil Stiffness upon the Own Frequency of the Vibrator Compactors

In the article the author presents the influence of soil stiffness upon the own frequency of the soil compacting machines.

It has been experimentaly determined the soil stiffness for different types of soils, using two different compacting machines, C.V.A. 4—5 and C.V.A. 10.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.533

DETERMINAREA VITEZEI ECHIVALENTE A MIȘCĂRILOR GAZELOR DIN CILINDRUL MOTORULUI CU ARDERE INTERNĂ

BERTHOLD GRÜNWALD *

Punctul de rezistență al calculului schimbului convectiv de căldură între fluidul motor și pereții cilindrului unui motor cu ardere internă îl constituie în prezent modul de determinare a vitezei echivalente a mișcărilor fluidului motor. În lucrare se propune o soluție pentru calculul vitezei echivalente și a gradului de amortizare a mișcărilor interioare din cilindru, în cazul unui motor cu cameră unitară, care are trei surse distincte de mișcare. Relația obținută pentru viteza echivalentă, definită pe baza energiei cinetice a fluidului motor și a amortizării treptate a acesteia se compară cu datele experimentale.

În ultimii ani, calculul schimbului de căldură prin convecție între fluidul motor și perete, la motoarele cu ardere internă cu piston, se efectuează aplicînd relațiile de calcul de la transferul de căldură prin conducte [1], [2], [3], [4], [14], [17]. În mod curent, numărul Reynolds se determină pe baza vitezei medii a pistonului. Pentru prima dată, lucrarea [3] atrage atenția că viteza medie a pistonului nu este semnificativă pentru calculul transferului convectiv de căldură și propune ca o soluție, determinarea unei viteze echivalente a mișcărilor gazelor din cilindrul motorului, pe baza unei ecuații de bilanț al energiei cinetice a fluidului motor. Totuși, o soluție a problemei nu a fost încă găsită, întrucît mișcarea turbulentă, generată de diferite surse, se amortizează treptat, iar gradul de amortizare a mișcării a rămas pînă în prezent o mărime necunoscută. În cele ce urmează se formulează o asemenea soluție . Aplicarea ei a condus la rezultate semnificative.

Pulsațiile turbulente din cilindrul motorului conferă procesului de schimb de căldură prin convecție, caracterul unui proces de transfer turbulent. Sursa principală de turbulență din cilindru este mișcarea fluidului proaspăt prin orificiul oferit de supapa de admisiune. La motoarele cu cameră de ardere unitară, se generează mișcări turbulente suplimentare, în cursele de comprimare și destindere, așezînd o parte din camera de ardere în piston sau chiulasă. Relațiile criteriale din conducte nu sînt scrise în funcție de intensitatea turbulenței, de aceea, nici aplicarea lor în motor nu poate fi făcută ca atare. În consecință, se definește o viteză echivalentă w_e a mișcărilor fluidului motor de masă m_{fm}, în ipoteza că

Manuscris predat redacției la data de 10 iunie 1980

* Prof. dr. ing. Catedra Motoare cu ardere internă.

energia cinetică definită de aceasta este aceeași cu energia cinetică a mișcărilor induse, adică

$$\frac{m_{fm}w_e^2}{2} = \sum_{j=1}^{j=k} \frac{m_j w_j^2}{2}, \tag{1}$$

unde k este numărul surselor de mișcare. Pentru camerele de ardere care fac obiectul acestei lucrări, $k = 3$.

Se notează cu E_a energia cinetică produsă în cursa de admisiune; cu E_{r1} — energia cinetică produsă în cursa de comprimare, prin efectul de prag, practicat în piston sau chiulasă; cu E_{r2} — energia cinetică produsă în cursa de destindere prin același efect de prag. Rezultă viteza echivalentă.

$$w_e = \sqrt{(2/m_{fm})\,(E_a + E_{r1} + E_{r2})}\,. \tag{2}$$

Se definesc vitezele echivalente ale fiecărei mișcări și anume: w_{ea} — viteza echivalentă a mișcării, generată în cursa de admisiune ($w_{ea}^2 = 2E_a/m_{fm}$); w_{er1} — viteza echivalentă a mișcării radiale, generată în cursa de comprimare ($w_{er1}^2 = 2E_{r1}/m_{fm}$); w_{er2} — viteza echivalentă a mișcării radiale, generată în cursa de destindere ($w_{er2}^2 = 2E_{r2}/m_{fm}$). Astfel, rezultă

$$w_e = \sqrt{w_{ea}^2 + w_{er1}^2 + w_{er2}^2}\,. \tag{3}$$

Mișcarea generată de o sursă oarecare se amortizează treptat. În general, dacă w_0 este viteza unei mișcări la un moment inițial, atunci, viteza w la un moment oarecare este $w = w_0/a$, unde a este factorul de amortizare. Inversul lui a se notează cu r se numește factorul de reducere a vitezei, astfel că

$$w = w_0/a = rw_0. \tag{4}$$

Atribuind lui w semnificația unei viteze exhivalente, rezultă că vitezele w_{ea}, w_{er1}, w_{er2}, sînt definite în fiecare moment, în măsura în care se cunoaște gradul de amortizare a mișcării, definit de factorii r sau a.

Determinarea gradului de amortizare a mișcării

În lucrarea [15] s-a studiat evoluția în timp a turbulenței libere, generată într-un recipient de forma unui cilindru, de volum constant. Turbulența s-a generat prin mișcarea unui disc perforat, de diametru egal cu diametrul cilindrului, care este deplasat după axa cilindrului cu o viteză oarecare. Intensitatea turbulenței a fost măsurată cu un anemometru cu fir cald de dimensiuni 5 μm × 1 mm. În lucrare, se determină

factorul de atenuare f_a a turbulenţei prin raportul de similitudine dintre două lungimi

$$f_a = L_c/l_k. \tag{5}$$

unde L_c este dimensiunea caracteristică a recipientului (diametrul); l_k este lungimea caracteristică Kolmogorov, care se defineşte pe baza teoriei lui A. N. Kolmogorov asupra turbulenţei. După cum arată L. Landau şi E. Lifchitz [9], din considerente teoretice rezultă că

$$f_a \simeq Re^{0,75}.$$

Tsuge, Kido şi Yanagihara au obţinut în încercările menţionate o relaţie fermă

$$f_a = 1{,}73\ Re^{0,7}. \tag{6}$$

Pornind de la relaţia (6), autorul a găsit o posibilitate de a evalua gradul de amortizare a mişcării turbulente din cilindrul unui motor cu ardere internă. Fiind obligat să lucreze cu viteze echivalente care caracterizează energia cinetică a pulsaţiilor turbulente, generate în fiecare moment de mişcarea dirijată, el a admis că factorul de reducere a intensităţii turbulenţei prin amortizare se aplică direct vitezelor echivalente w_{ea}, w_{er1}, w_{er2} etc.

Pe baza considerentelor de similitudine se determină scara minimă a turbulenţei l_k [8], la care se disipează energia cinetică a pulsaţiilor turbulente în energia internă a gazelor, sub acţiunea forţelor viscoase. Se obţine

$$l_k = c(\nu^3/E_{dis})^{1/4}, \tag{7}$$

unde E_{dis} este energia medie de disipare în unitate de timp, pe unitatea de masă, sau, viteza medie de reducere a energiei cinetice în intervalul de timp τ_{dis}; ν — viscozitatea cinematică. Constanta de proporţionalitate c, la numere Reynolds foarte mici(la scara internă a turbulenţei $Re \simeq 1$) tinde către unitate, astfel că se admite curent $c = 1$. Substituind pe l_k în (5) rezultă

$$f_a = (L_c^4 E_{dis}/\nu^3)^{1/4}. \tag{8}$$

Energia medie de disipare se explicitează prin intermediul energiei cinetice disipate E_{cd}, adică:

$$E_{dis} = E_{cd}/m\tau_{dis} \tag{9}$$

Se substituie relaţia (9) în relaţia (8) şi se egalează cu relaţia (6); se obţine:

$$\left(\frac{L_c^4 E_{cd}}{\nu^3 m \tau_{dis}}\right)^{1/4} = 1{,}73\left(\frac{WL_c}{\nu}\right)^{0,7} \tag{10}$$

de unde rezultă :

$$\frac{2E_{cd}}{m} = 18\tau_{dis}\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}w^{2,8} \tag{11}$$

unde s-a admis aproximaţia $8{,}95 \times 2 \simeq 18$. Se exprimă energia cinetică disipată E_{cd} prin diferenţa dintre energia cinetică iniţială şi energia cinetică momentană, adică :

$$E_{cd} = \frac{mw_0^2}{2} - \frac{mw^2}{2} \tag{12}$$

Se substituie relaţia (12) în relaţia (11) şi se explicitează viteza momentană :

$$w^2 + 18\tau_{dis}\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}w^{2,8} = w_0^2 \tag{13}$$

Se ştie că, pentru un motor cu ardere internă, intervalul de timp este definit în funcţie de unghiul de rotaţie a arborelui cotit prin relaţia $\tau = \Delta\alpha/6n = (\alpha - \alpha_0)/6n$, α fiind unghiul curent în $^{\circ}RA$; α_0 — originea intervalului ; n — turaţia în rot/min. Se scrie relaţia (13) sub forma

$$w = w_0/\left(1 + 3\frac{\alpha - \alpha_0}{n}\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}w^{0,8}\right)^{0,5} \tag{14}$$

şi prin identificare cu relaţia (4) rezultă expresia factorului de reducere a vitezei r, adică

$$r = \left(1 + 3\frac{\alpha - \alpha_0}{n}\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}w^{0,8}\right)^{-0,5}. \tag{15}$$

Relaţia (15) obţinută de autor, arată că factorul de reducere a vitezei scade repede odată cu evoluţia mişcării pe ciclu (influenţa lui α), are valori mai mari la motoarele rapide (influenţa lui n), creşte odată cu mărirea lungimii caracteristice L_c, este influenţat într-o proporţie redusă de viscozitatea cinematică ν şi se reduce sensibil odată cu mărirea vitezei de curgere w. Patru din cei cinci parametri de care depinde r variază pe ciclu, astfel că factorul r reprezintă o mărime momentană.

În calculele de transfer convectiv, dimensiunea caracteristică a cilindrului L_c este identificată cu alezajul cilindrului. O relaţie nouă, propusă de autor în lucrarea [8], arată că L_c atinge o valoare maximă cînd pistonul se află la punctul mort exterior (*pme*) şi trece printr-un minim, cînd pistonul se află la punctul mort interior (*pmi*). Viteza w reprezintă o necunoscută a problemei, deoarece în fiecare moment,

potrivit relației (4), $w = r\,w_0$. Dacă se substituie relația (4) în relația (15) se obține o ecuație transcendentă în r

$$r = \left(1 + 3\frac{\alpha - \alpha_0}{n}\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}(rw_0)^{0,8}\right)^{-0,5}, \qquad (15^*)$$

care se rezolvă prin una din metodele analizei numerice. Autorul a dezvoltat o soluție mai simplă, observînd că relația (15*) este aplicată atunci cînd se urmărește evoluția fluidului motor în cilindru „pas cu pas". Dacă „pasul" de calcul este 1—2°RA, atunci, în relația (15*) se introduce valoarea lui r de la pasul precedent. Eroarea este neînsemnată, deoarece r variază pe un pas în limitele a 1...3%.

În figura 1 se arată variația factorului de reducere a vitezei fluidului proaspăt care trece prin orificiul oferit de supapa de admisiune, din momentul închiderii supapei de admisiune (α_{ISA}), pînă în momentul deschiderii supapei de evacuare (α_{DSE}), calculată pentru două motoare, $M1$ și $M2$. Motorul $M1$ este un motor cu aprindere prin scînteie, de 98,4 mm alezaj și 0,58 dm³ cilindree, cu capul pistonului și chiulasa plane (cameră de ardere cilindrică). Motorul $M2$ este un motor cu aprindere prin comprimare supraalimentat (presiunea de supraalimentare 3 bari), cu cameră de ardere unitară cu cupă în piston, de 170 mm alezaj și 4 dm³ cilindree. Ambele motoare au funcționat practic la aceeași turație, 2000 rot/min. Factorul r este reprezentat distinct pentru trei procese caracteristice:

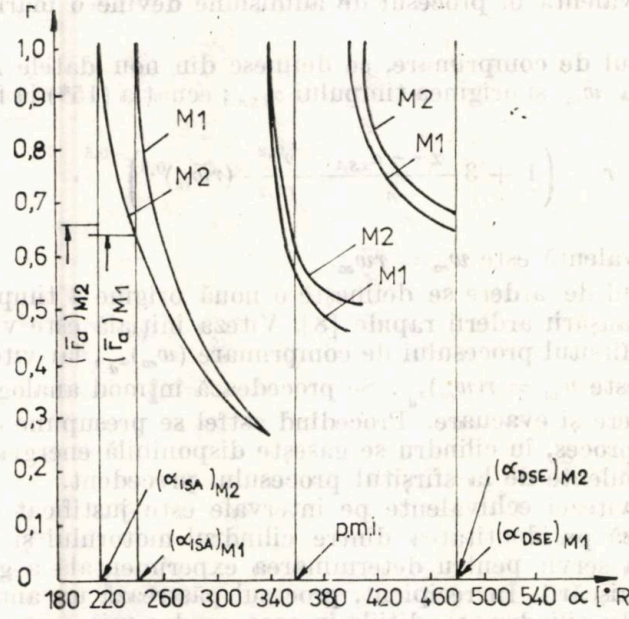


Fig. 1

comprimare, ardere, destindere. La începutul fiecărui proces are valoarea maximă ($r = 1$), deoarece timpul inițial este în origine, $\alpha_0 = 0$, în concordanță cu cerințele determinării vitezei echivalente w_{ea}.

Determinarea vitezei echivalente w_{ea}

Viteza echivalentă w_{ea} și implicit factorul de reducere a acestei viteze se calculează pe intervale de timp, care corespund duratei celor cinci procese caracteristice ale ciclului.

În procesul de admisiune, fluidul curge cu viteza medie $\bar{w}_{sa}$, care se determină cu una din relațiile propuse în [8]. Factorul de reducere a vitezei se determină în acest caz ca un factor mediu $\bar{r}_a$ (fig. 1) și reprezintă media aritmetică dintre o valoare inițială r_0, determinată în momentul declanșării curgerii fluidului proaspăt, care pentru simplitate, se alege cînd pistonul este la *pmi* ($\alpha_0 = 0°RA$, $\alpha - \alpha_0 = 0$, deci $r_0 = 1$) și o valoare finală r_{ISA} care corespunde momentului de închidere a supapei de admisiune α_{ISA}, adică

$$\bar{r}_a = 0{,}5(1 + r_{ISA}). \tag{16}$$

Cînd momentul curent este departe de origine ($\alpha_{ISA} >> \alpha_0$), relația (15*) se simplifică, neglijînd unitatea din paranteză și se obține

$$r_{ISA} = \left(3\,\frac{\alpha_{ISA}}{n}\,\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}\,\bar{w}_{sa}^{0,8}\right)^{-0,357} \tag{17}$$

iar viteza echivalentă în procesul de admisiune devine o mărime medie $\bar{w}_{ea} = \bar{r}_a \bar{w}_{sa}$.

În procesul de comprimare, se definesc din nou datele inițiale ale mișcării : viteza $\bar{w}_{ea}$ și originea timpului α_{ISA} ; ecuația (15*) ia forma

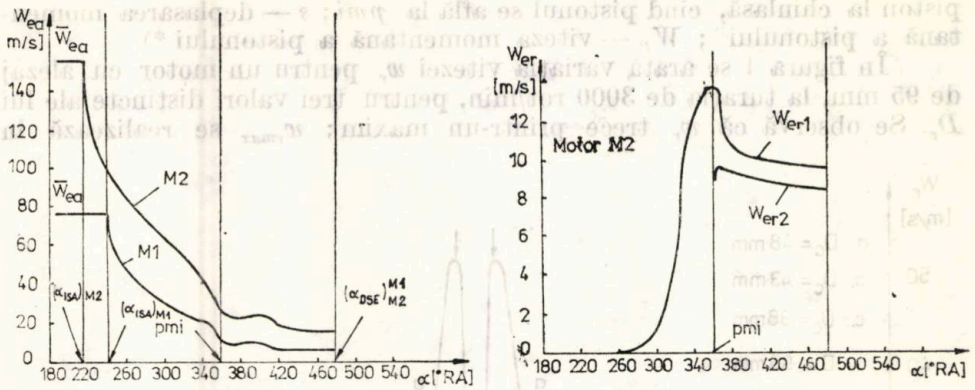
$$r = \left(1 + 3\,\frac{\alpha - \alpha_{ISA}}{n}\,\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}\,(r\bar{w}_{ea})^{0,8}\right)^{-0,5}, \tag{18}$$

iar viteza echivalentă este $w_{ea} = r\bar{w}_{ea}$.

În procesul de ardere se definește o nouă origine a timpului α_d — momentul declanșării arderii rapide [8]. Viteza inițială este viteza echivalentă de la sfîrșitul procesului de comprimare $(w_{ea})_{\alpha_d}$, iar viteza echivalentă curentă este $w_{ea} = r(w_{ea})_{\alpha_d}$. Se procedează în mod analog în procesele de destindere și evacuare. Procedînd astfel se presupune că la începutul fiecărui proces, în cilindru se găsește disponibilă energia cinetică a pulsațiilor turbulente de la sfîrșitul procesului precedent.

Calculul vitezei echivalente pe intervale este justificat de faptul că se întemeiază pe identitatea dintre cilindrul motorului și recipientul cilindric care a servit pentru determinarea experimentală a gradului de amortizare a mișcării. În recipient, procesul păstrează un anumit grad de stabilitate. În cilindru, condițiile în care are loc mișcarea se modifică de la un proces la altul, de aceea, un anumit grad de stabilitate se menține pe un interval redus de timp, în raport cu originea fiecărui proces.

În figura 2*a* se arată evoluția pe ciclu a vitezei w_{ea}, pentru cele două motoare *M*1, *M*2, menționate anterior.



a b

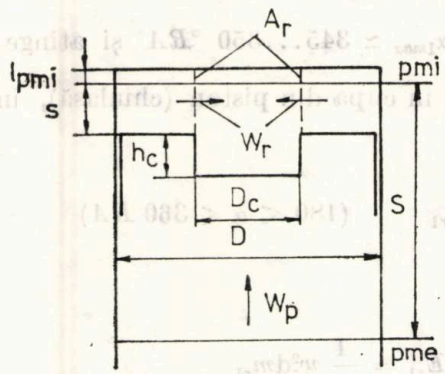
Fig. 2

Determinarea vitezei echivalente w_{er1}

Deplasarea pistonului în cursa de comprimare generează o mișcare radială centripetă, prin efectul de prag exercitat de piston sau chiulasă (fig. 3). Viteza radială w_r este dată de relația [8].

$$w_r = \frac{(1-\delta^2)\delta}{2\psi\sigma_\alpha}\left(1+\frac{h_c}{l_{pmi}+s}\right)W_P, \tag{19}$$

unde δ este diametrul relativ al cupei ($\delta = D_c/D$); ψ — raportul cursă pe diametru ($\psi = S/D$); h_c — înălțimea cupei; l_{pmi} — distanța de la



$$s = 0{,}5\,S\,\sigma^*_\alpha$$

$$W_p = r\omega\,\dot{\sigma}^*_\alpha$$

$$l_{pmi} = \frac{s}{\varepsilon - 1} - h_c\,\delta$$

$$\delta = \frac{D_c}{D}$$

$$\sigma^*_\alpha = (1-\cos\alpha) + \frac{\Lambda}{4}(1-\cos 2\alpha)$$

$$\dot{\sigma}^* = \sin\alpha + \frac{\Lambda}{2}\sin 2\alpha$$

$$\sigma_\alpha = \frac{2}{\varepsilon - 1}\,\sigma^*_\alpha$$

Fig. 3

piston la chiulasă, cînd pistonul se află la *pmi*; s — deplasarea momentană a pistonului ; W_P — viteza momentană a pistonului *).

În figura 4 se arată variaţia vitezei w_r pentru un motor cu alezaj de 95 mm, la turaţia de 3000 rot/min, pentru trei valori distincte ale lui D_c. Se observă că w_r trece printr-un maxim; w_{rmax} se realizează în

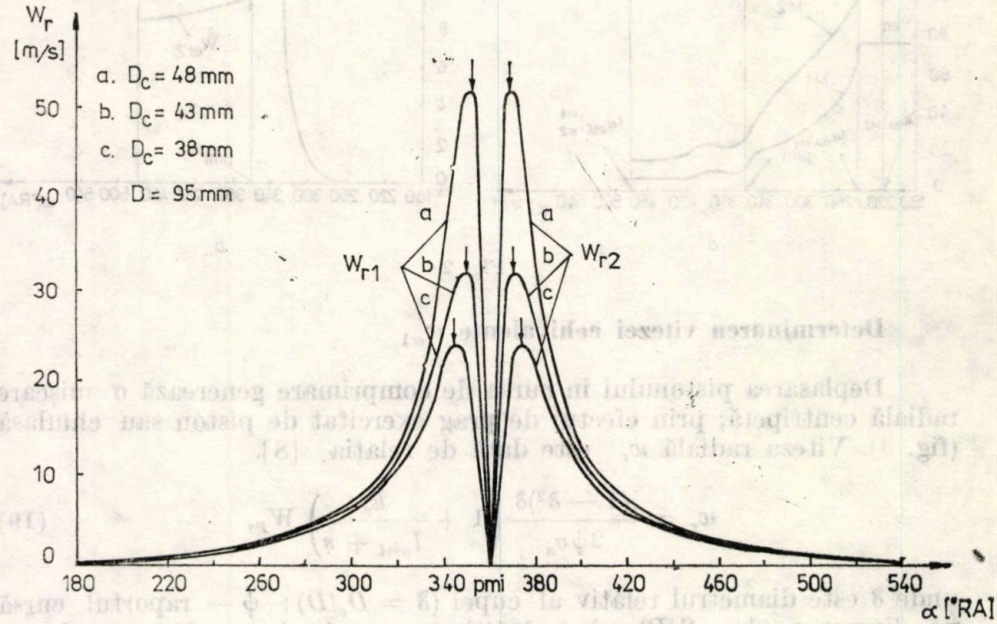


Fig. 4

apropiere de *pmi*, pentru $\alpha_{1max} \simeq 345...350\ °RA$ şi atinge valori de 25...50 m/s.

Energia cinetică indusă în cupa din piston (chiulasă), în cursa de comprimare este

$$E_{r1} = \int_{180}^{\alpha} dE_{r1} \qquad (180 \leqslant \alpha \leqslant 360°RA)$$

unde

$$dE_{r1} = \frac{1}{2} w_r^2 dm_{r1}$$

Masa elementară de fluid motor dm_{r1} se determină din relaţia

$$dm_{r1} = \rho A_r w_r d\tau = \frac{m_{fm}}{V} A_r w_r \frac{d\alpha}{6n},$$

*) Relaţiile din figura 3 definesc parametrii variabili din relaţia (19).

unde ρ este densitatea fluidului motor, practic aceeaşi în tot volumul momentan V al cilindrului; A_r — aria suprafeţei cilindrice prin care trece fluidul motor în cupă. Rezultă

$$E_{r1} = \frac{m_{fm}}{12n} \int_{180}^{\alpha} \frac{A_r}{V} w_r^3 \mathrm{d}\alpha = \frac{m_{fm}}{12n} \int_{180}^{\alpha} \dot{\Phi}_1 \, \mathrm{d}\alpha$$

unde $\dot{\Phi}_1$ rezultă prin identificare. Integrala nu are soluţii analitice; ea se efectuează prin metode numerice, calculînd „pas cu pas". E_{r1} creşte lent la începutul intervalului, de aceea intervine cu o pondere redusă în relaţia (2); valoarea lui E_{r1} este interesantă în apropierea *pmi* şi după *pmi*, astfel încît nu se justifică un calcul laborios al ei. De aceea, autorul a căutat o relaţie simplă pentru E_{r1}, care să aproximeze evoluţia acesteia, şi să precizeze satisfăcător valoarea ei maximă, la *pmi*. Se observă că funcţiunea $\dot{\Phi} = A_r w_r^3 / V$ are o variaţie caracteristică, deoarece mărimile

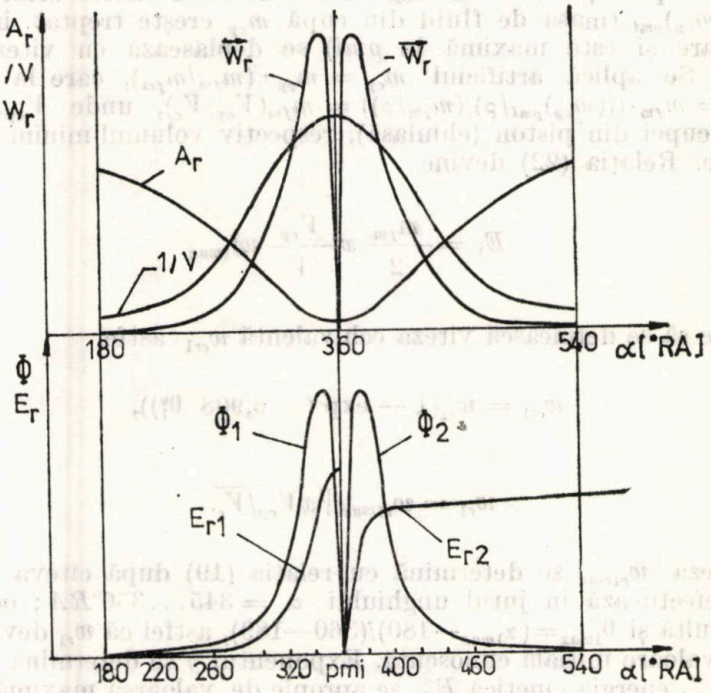


Fig. 5

A_r şi $1/V$ cresc sau descresc continuu, iar w_r trece printr-un maxim (fig. 5 a). Alura funcţiei $\dot{\Phi}_1$ este decisă de variaţia lui w_r (chiar w_r^3), astfel că E_{r1}, devine o funcţie continuu crescătoare (fig. 5*b*). Variaţiile lui $\dot{\Phi}_{r1}$ şi E_{r1} au sugerat reprezentarea lor simplă, printr-o funcţie exponenţială de forma

$$E_{r1} = E_1(1 - \exp(-6{,}908\ \theta_1^{\gamma}))^2, \qquad (20)$$

unde θ_1 este unghiul relativ

$$\theta_1 = (\alpha - 180)/(360 - 180). \tag{21}$$

pentru $180 \leqslant \alpha \leqslant 360°RA$. Se observă că $E_{r1}(= dE_{r1}/d\theta_1)$ trece printr-un maxim şi păstrează alura lui Φ_1. Pentru $\alpha = 180°$ se obţine $E_{r1} = 0$, iar pentru $\alpha = 360°$ rezultă $E_{r1} = E_1$; E_1 reprezintă energia cinetică maximă în *pmi*. Se admite că $E_1 = xE_{1max}$, unde E_{1max} este maximul virtual al energiei cinetice induse în cupă, iar x o fracţiune care variază în limitele $x = 2/3...3/4$; astfel

$$E_{1max} = \frac{(m_{cp})_{pmi} W_{r1max}^2}{2} \tag{22}$$

relaţie care presupune că întreaga masă de fluid motor aflată în cupă la *pmi* $(m_{cp})_{pmi}$ (masa de fluid din cupă m_{cp} creşte treptat în cursa de comprimare şi este maximă la *pmi*) se deplasează cu viteza radială maximă. Se aplică artificiul $m_{cp} = m_{cp} \cdot (m_{fm}/m_{fm})$, care la *pmi* dă: $(m_{cp})_{pmi} = m_{fm} \cdot (((m_{cp})_{pmi}/\rho)/(m_{fm}/\rho)) = m_{fm}(V_{cp}/V_c)$, unde V_{cp}, V_c sînt volumul cupei din piston (chiulasă), respectiv volumul minim al camerei de ardere. Relaţia (22) devine

$$E_1 = \frac{m_{fm}}{2} x \frac{V_{cp}}{V} w_{r1max}^2 \tag{23}$$

şi permite să se definească viteza echivalentă w_{er1} astfel

$$w_{er1} = w_{r1}(1 - \exp(-6{,}908\ \theta_1^y)), \tag{24}$$

unde

$$w_{r1} = w_{r1max} \sqrt{x V_{cp}/V_c}. \tag{25}$$

Viteza w_{r1max} se determină cu relaţia (19) după cîteva încercări, care se efectuează în jurul unghiului $\alpha = 345...350°RA$; odată găsit w_{r1max} rezultă şi $\theta_{1max} = (\alpha_{1max} - 180)/(360 - 189)$, astfel că w_{r1} devine pentru calcul o valoare iniţială cunoscută. Exponentul y se determină observînd că la θ_{1max}, energia cinetică E_{r1} se apropie de valoarea maximă. Dacă se admite că $E_{r1}/E_1 = 0{,}9$ pentru $\theta_1 = \theta_{1max}$, se obţine

$$y = -0{,}363/\lg \theta_{1max}. \tag{26}$$

Relaţia (24) defineşte viteza echivalentă w_{er1} numai în cursa de comprimare. Turbulenţa indusă în cupa pistonului şi energia cinetică pe care o defineşte, acţionează în cursa de destindere independent, analog cu turbulenţa, respectiv, energia cinetică, disponibilă la sfîrşitul procesului

de admisiune. Ea se amortizează treptat *), ceea ce presupune schimbarea procedeului de calcul al vitezei w_{er1}, în cursa de destindere.

Din relația (24) rezultă că în *pmi*, $w_{er1} = w_{r1}$, astfel că, în cursa de destindere, mișcarea, de viteză inițială w_{r1} (fig. 2*b*), se amortizează treptat după legea

$$w_{er1} = r_1 w_{r1}, \tag{27}$$

unde

$$r_1 = \left(1 + 3\,\frac{\alpha - 360}{n}\,\frac{\nu^{0,2}}{L_c^{1,2}}\,(r_1 w_{r1})^{0,8}\right)^{-0,5}, \tag{28}$$

pentru $\alpha > 360°RA$. Ecuația transcendentă (28) se simplifică aplicînd artificiul amintit, adică substituind pe r_1 din membrul drept cu valoarea de la pasul precedent. Variația vitezei w_{er1}, calculată pentru motorul *M2*, se arată în figura 2*b*.

Determinarea vitezei echivalente w_{er2}

Cînd pistonul se deplasează în cursa de destindere, fluidul motor este deplasat într-o mișcare radială, de viteză w_{er2}, orientată spre periferia cilindrului. Se aplică aceleași ipoteze de calcul ca acelea adoptate la stabilirea relației (19). De aceea, mișcarea este simetrică, $w_{r2} = -w_{r1}$, ceea ce se ilustrează în figura 5*a*. Spre deosebire de mișcarea radială produsă în cursa de comprimare, efectul de amortizare nu mai poate fi neglijat. În acest caz, energia cinetică crește repede, imediat după *pmi*, astfel că E_{r2} nu este simetric cu E_{r1} (fig. 5*b*). Pe baza unor raționamente similare cu acelea aplicate pentru definirea vitezei w_{er1}, rezultă

$$w_{er2} = r_2 w_{r2}\,(1 - \exp\,(-\,6{,}908\;\theta_2^z)), \tag{29}$$

unde

$$\theta_2 = (\alpha - 360)/(540 - 360), \tag{30}$$

pentru $360° < \alpha \leqslant 540°RA$. Din motive de simetrie rezultă $|w_{r2}| = |w_{r1}|$. Exponentul z se determină în ipoteza că pentru $\theta_2 = \theta_{2max}$ rezultă $E_{r2}/E_2 = 0{,}9$ (E_2 similar cu E_1), deoarece θ_{2max} se înregistrează la începutul mișcării (pentru $\alpha_{1max} = 346°RA$, rezultă $\theta_{1max} = 0{,}822$. iar pentru $\alpha_{2max} = 374°RA$, rezultă $\theta_{2max} = 0{,}0778$). Se obține

$$z = -\,0{,}363/\lg\;\theta_{2max}. \tag{31}$$

Variația vitezei w_{er2}, pentru motorul *M2*, se arată în figura 2*b*

*) Turbulența indusă în cupa pistonului se amortizează continuu și în procesul de comprimare, dar, întrucît E_{r1} crește încet pînă în apropiere de *pmi*, influența amortizării este neînsemnată.

Analiza rezultatelor

Utilizarea vitezei medii a pistonului în relaţiile de transfer convectiv ca viteză caracteristică este obiecţionabilă din mai multe puncte de vedere În primul rînd, valoarea ei este mică, din care cauză nu conduce la rezultate comparabile cu experienţa. Apoi, ea este o mărime invariabilă pe ciclu. În fine, ea nu evidenţiază un număr de factori constructivi care influenţează transferul de căldură Din această cauză, s-au propus mai multe modalităţi de corectare a vitezei medii $\overline{W}_P$, dar, pe această cale, nu s-a putut obţine o relaţie generală de lucru. Cea mai complexă corecţie a fost propusă de G. Woschni [17], care defineşte o viteză de forma

$$w = C_1\overline{W}_P + C_2F(p - p_0), \tag{32}$$

unde $F(p - p_0)$ este o funcţie de diferenţa de presiune $p - p_0$, care are semnificaţie numai pentru $\alpha \geqslant 360°$; p este presiunea din ciclul cu ardere; p_0 este presiunea din ciclul cu antrenare. În cursele de admisiune şi comprimare $C_2 = 0$, iar $C_1 = 6{,}18$, respectiv $C_1 = 2{,}28$. Ultima valoare se menţine şi în cursa de destindere. Al doilea termen al sumei din membrul drept, adaugă în cursa de destindere o valoare, care, în timpul arderii, ajunge să depăşească de cîteva ori valoarea $C_1\overline{W}_P$.

În lucrarea de faţă, viteza echivalentă rezultă, în primul rînd, pe baza vitezei medii $\overline{w}_{sa}$, care se poate scrie sub forma [8].

$$\overline{w}_{sa} = \text{ct.}\,\frac{\eta_v}{\overline{\mu}_{sa}}\,\frac{\pi D^2/4}{US_{sa}}\,\overline{W}_P \tag{33}$$

ceea ce arată că patru factori fundamentali exercită o influenţă suplimentară în raport cu $\overline{W}_P$, asupra vitezei echivalente şi anume: 1) gradul de umplere η_v; 2) coeficientul mediu de debit al supapei $\overline{\mu}_{sa}$; 3) secţiunea transversală a cilindrului; 4) unghiul-secţiune al supapei de admisiune.

Se compară viteza echivalentă, determinată de autor cu relaţia (3) cu viteza propusă de G. Woschni, relaţia (32), pentru motoarele *M*1, *M*2, amintite mai sus (fig. 6). Pentru comparaţie s-a reprezentat în plus, viteza medie $\overline{W}_P$. Se observă că nivelul şi evoluţia vitezei w_e determinată de autor, oferă un tablou cu totul diferit de acela definit de relaţia (32) (viteza w_{32}).

În procesul de comprimare, viteza w_e este de aproximativ două ori mai mare decît viteza w_{32}. Valoarea mai ridicată a vitezei w_e este mai realistă, dacă se are în vedere influenţa vitezei asupra coeficientului de convecţie. În adevăr, în anul 1973, autorul a descoperit ceea ce a numit anomalia relaţiilor pentru transfer convectiv de căldură din cilindrul unui motor cu ardere internă [5], adică faptul că toate relaţiile de transfer convectiv de căldură, dacă precizează corect nivelul căldurii transferate în procesul de destindere, atunci, determină nivelul căldurii schimbate în comprimare, cu o abatere întotdeauna în minus faţă de datele experimentale. Astfel, s-a găsit că în comprimare, căldura calculată este mai mică decît cea determinată experimental, chiar cu unul pînă la două ordine de mărime. Cu nivelul de viteză determinat de relaţia (3), autorul

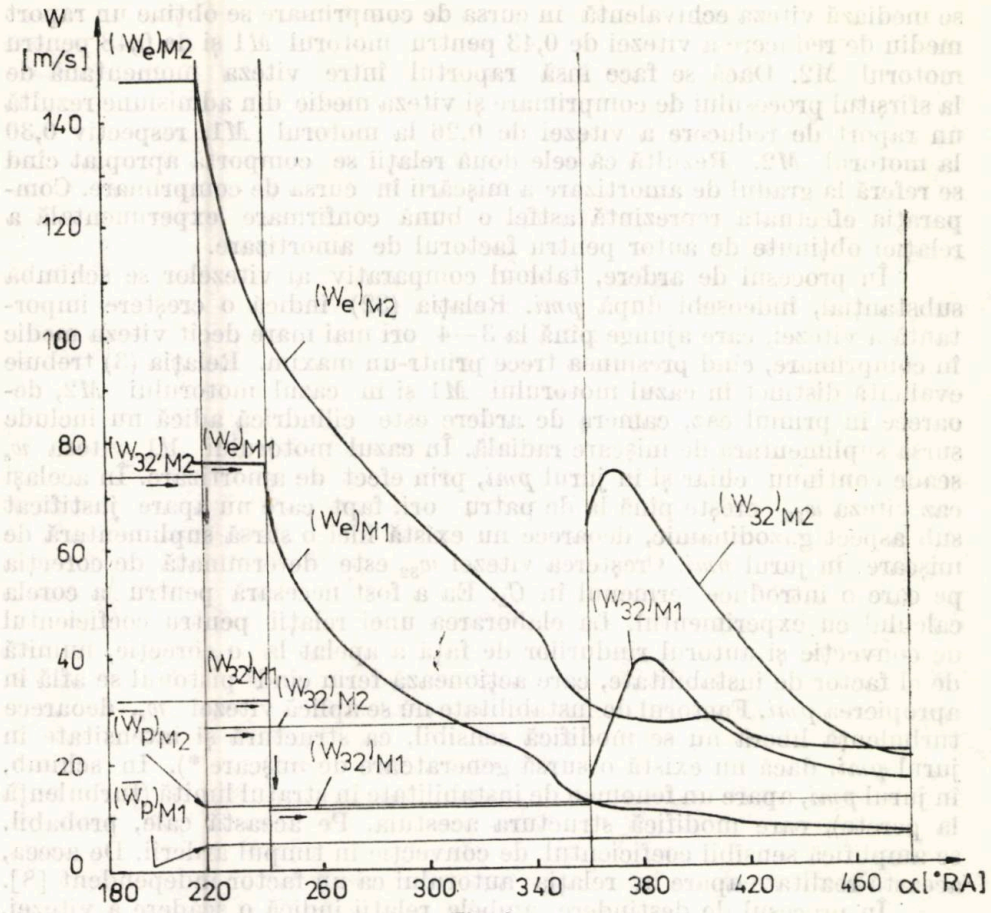


Fig. 6

obține în schimb rezultate comparabile cu datele experimentale *). Desigur, coeficientul de convecție este determinat și de alte mărimi, independente de viteză; de aceea, aici, este în discuție în mai mică măsură precizia coeficientului de convecție cît și faptul că vitezele propuse de diverși autori sînt inferioare celei reale, în procesul de comprimare.

Relația (32) pune în evidență un fapt deosebit: viteza în cursa de comprimare este inferioară aceleia din cursa de admisiune. Cele două valori distincte au apărut ca necesare cînd s-au corelat rezultatele calculului cu datele experimentale. Ele ilustrează pentru prima dată influența procesului de amortizare a mișcării. Sub acest aspect relația (3) este comparabilă cu relația (32). G. Woschni stabilește pe cale strict experimentală că, în comprimare, coeficientul C_1 este de 0,367 ori mai mic decît în admisiune. Din relația (32) rezultă că w este o mărime constantă în admisiune și comprimare. Relația (3) conduce la o viteză medie numai în admisiune. Pentru comparare, dacă

*) Nu există măsurări de viteză echivalentă. De aceea, compararea calculului cu experiența se efectuează prin intermediul coeficientului de convecție.

se mediază viteza echivalentă în cursa de comprimare se obţine un raport mediu de reducere a vitezei de 0,43 pentru motorul $M1$ şi de 0,48 pentru motorul M2. Dacă se face însă raportul între viteza momentană de la sfîrşitul procesului de comprimare şi viteza medie din admisiune rezultă un raport de reducere a vitezei de 0,26 la motorul $M1$, respectiv 0,30 la motorul $M2$. Rezultă că cele două relaţii se comportă apropiat cînd se referă la gradul de amortizare a mişcării în cursa de comprimare. Comparaţia efectuată reprezintă astfel o bună confirmare experimentală a relaţiei obţinute de autor pentru factorul de amortizare.

În procesul de ardere, tabloul comparativ al vitezelor se schimbă substanţial, îndeosebi după *pmi*. Relaţia (32) indică o creştere importantă a vitezei, care ajunge pînă la 3—4 ori mai mare decît viteza medie în comprimare, cînd presiunea trece printr-un maxim. Relaţia (3) trebuie evaluată distinct în cazul motorului $M1$ şi în cazul motorului $M2$, deoarece în primul caz, camera de ardere este cilindrică adică nu include sursa suplimentară de mişcare radială. În cazul motorului $M1$ viteza w_e scade continuu chiar şi în jurul *pmi*, prin efect de amortizare. În acelaşi caz viteza w_{32} creşte pînă la de patru ori, fapt care nu apare justificat sub aspect gazodinamic, deoarece nu există nici o sursă suplimentară de mişcare în jurul *pmi*. Creşterea vitezei w_{32} este determinată de corecţia pe care o introduce termenul în C_2. Ea a fost necesară pentru a corela calculul cu experimentul. La elaborarea unei relaţii pentru coeficientul de convecţie şi autorul rîndurilor de faţă a apelat la o corecţie, numită de el factor de instabilitate, care acţionează ferm cînd pistonul se află în apropierea *pmi*. Factorul de instabilitate nu se aplică vitezei w_e, deoarece turbulenţa liberă nu se modifică sensibil, ca structură şi intensitate în jurul *pmi*, dacă nu există o sursă generatoare de mişcare *). In schimb, în jurul *pmi*, apare un fenomen de instabilitate în stratul limită (turbulenţă la perete), care modifică structura acestuia. Pe această cale, probabil, se amplifică sensibil coeficientul de convecţie în timpul arderii. De aceea, această realitate apare în relaţia autorului ca un factor independent [8].

În procesul de destindere ambele relaţii indică o scădere a vitezei, cu mult mai redusă cînd se aplică relaţia (3). Valoarea vitezei w_{32} este mult superioară celeia din comprimare; relaţia (3) precizează nivelele de viteze opuse, ceea ce se consideră a fi un merit al ei, deoarece se ilustrează astfel aportul mai mare al mişcării gazelor asupra transferului convectiv în comprimare decît în destindere şi se ajunge la o acordare mai bună a calculelor cu experienţa.

În cazul motorului $M2$ deşi vitezele w_{er1}, w_{er2} ajung pînă la 40% din viteza w_{ea}, totuşi, datorită însumării geometrice a vitezelor, rezultanta w_e creşte în proporţie redusă şi anume cu aproximativ 10% faţă de viteza w_{ea}. În cazul particular al motorului $M2$, care din cauza raportului redus de comprimare generează viteze radiale mici, viteza w_{ea} scade aproape continuu. În alte cazuri însă, mişcarea radială produce o uşoară creştere a vitezei w_e, după *pmi*.

O ultimă remarcă se referă la influenţa mişcării de rotaţie a fluidului motor asupra vitezei echivalente. Mişcarea de rotaţie este produsă în mod frecvent de componenta tangenţială a vitezei — $\vec{w}_{sa}$ [8] ($\vec{w}_{sa} = \vec{w}_t +$

*) O oarecare creştere a turbulenţei libere în jurul *pmi* a fost evidenţiată în lucrarea [13].

$+ \vec{w}_a$, unde $\vec{w}_t$ este componenta tangenţială, iar $\vec{w}_a$ — componenta axială. Dacă energia cinetică E_a se calculează cu viteza $|w_{sa}|$, ea include energia cinetică corespunzătoare celor două componente. S-a observat că transferul de căldură creşte cu 10—20% în cazul în care fluidul motor are o mişcare de rotaţie. Dar, în acest caz, pistonul este prevăzut cu cupă şi intensificarea transferului de căldură apare ca efect al mişcării radiale. Sub acest aspect, rezultatele obţinute de autor sînt comparabile cu cele obţinute de G. Woschni, cu observaţia că în relaţia (3) intervin natural vitezele w_{er1}, w_{er2}, iar în relaţia (32) intervine o corecţie proporţională cu viteza unghiulară de rotaţie.

BIBLIOGRAFIE

1. *Aepler, E.* Ein Beitrag zur Ermittlung der Abhängigkeit zwischen Turbulenz und Wärmeverlust im Zylinderraum von wassergekühlten 4-Takt Dieselmotoren mit kompakten Brennraum. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Otto von Guericke, Magdeburg, Heft 4. 1968.
2. *Annand, W. J. D.* Heat Transfer in the Cylinders of Reciprocating ICE. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Vol. 177, 36, 1963.
3. *Apostolescu, N., Grünwald, B.* Beiträge zur Theorie des Wärmeüberganges aus dem Zylinder des Verbrennungsmotors. Paper I—29. Internal Combustion Engines Conference, Bucharest, 1967.
4. *Cirkov, A. A.* Novii Metod rasceta teplonapriajennosti dvigatelei vnutrennego sgorania. Vestnic Maşinostroenie, 11, 1962.
5. *Grünwald, B., Ianovici, I.* About as anomaly of the convective heat transfer in the cylinder of an internal combustion engine. Preprints „First Heat Transfer Conference", Vol. II, Iaşi, 1973.
6. *Grünwald, B., Ianovici, I.* Posibilities to estimate the convective heat transfer within the combustion engine cylinder. Buletinul Institutului Politehnic, Bucureşti, 6, 1973.
7. *Grünwald, B., Apostolescu, N.* Neomogenitatea termică şi chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă. Editura Academiei RSR, 1975.
8. *Grünwald, B.* Teoria, calculul şi construcţia motoarelor pentru autovehicule rutiere. Editura didactică şi pedagogică, 1980.
9. *Landau, L., Lifchitz, E.* Mécanique des fluides. Editions MIR, Moscou, 1971.
10. *Lenin, I. M., Kostrov, W. A.* Cercetarea transferului de căldură la pereţi în motoarele cu ardere internă. Avtomobilnaia Promişlenosti, 29, 1963.
11. *Overbye, V. D., Bennethum, J.E., Uyehara, O.A., Myers, P.S.,* Unsteady Heat Transfer in Engines. SAE Transaction Reprint, 513.
12. *Pflaum, W.* Der Wärmeübergang bei Dieselmaschinen mit und ohne Aufladung. MTZ, 22, 1961.
13. *Semenov, E. S., Sokolik, A. S.* Issledovanie turbulentnosti porşnegovo dvigatelia. Izv. Akad. Nauk SSSR, 8, 1958.
14. *Sitkei, G.* Beitrag zur Theorie des Wärmeüberganges im motor, Konstruktion, 2, 1962.
15. *Tsuge, M., Kido, H., Yanagihara, H.* Decay of turbulence in a Closed Vessel. Bulletin of the ISME, 92/II, 1973.
16. *Woschni, G.* A Universally Applicable Equation for the Instantaneous Heat Transfer Coefficient in the Internal Combustion Engine. SAE. 670931, 1967.
17. *Woschni, G.* Die Berechnung der Wandverluste und der Thermischen Belastung der Bauteile von Dieselmotoren. MTZ, 12, 1970.

Equivalent Speed of Gas Mouvement in I.C.E. Cilynder

Actually the central point of the convectiv heat transfer calculation between the gas and cilynder wall consist in equivalent speed computation of gas mouvement. The present paper suggest an analytical method for equivalent speed dumping degree of gas mouvement calculation. The author's formulae, defined on the gas kinetic energy basis and steped dumping of mouvement, is compared with experimental data.

$+ \vec{v}_{\varphi}$ unde $\vec{v}_{\varphi}$ este componenta tangențială, iar $\vec{v}_{n}$ — componenta axială. Dacă energia cinetică K_0 se calculează cu viteza $|v_{\varphi}|$, ea include energia cinetică corespunzătoare celor două componente. Să-a observat că transferul de căldură crește cu 10—20% în cazul în care fluidul motor are o mișcare de rotație. Dar, în acest caz, pistonul este prevăzut cu cuș și intensificarea transferului de căldură apare ca efect al mișcării radiale. Sub acest aspect, rezultatele obținute de autor sînt comparabile cu cele obținute de G. Woschni, cu observația că în relația (3) intervin numai viteze w_{p_1}, w_{p_2}, iar în relația (32) intervine o corecție proporțională cu viteza unghiulară de rotație.

BIBLIOGRAFIE

1. Anonim. Ein Beitrag zur Ermittlung der Abhängigkeit zwischen Turbulenz und Wärmeübergang in Zylinderraum von wassergekühlten 4-Takt Dieselmotoren mit kompakten Brennraum. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Otto von Guericke. Magdeburg. Heft 4. 1963.
2. Annand, W. J. D. Heat Transfer in the Cylinders of Reciprocating ICE. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Vol. 177, 36. 1963.
3. Anderson, N. Grimmeld, R. Beiträge zur Theorie des Wärmeübergangs aus dem Zylinder des Verbrennungsmotors. Paper 1—28. Internal Combustion Engines Conference, Bucharest. 1967.
4. Cipan, I. N. Nou metod pentru determinarea debitului instantaneu aspirat. Vestnic Mașinostroieni. 11. 1972.
5. Grimmeld, R. Annand, I. About as anomaly of the convective heat transfer in the cylinder of an internal combustion engine. Preprint. „First Heat Transfer Conference". Vol. II. Iași. 1973.
6. Grimmeld, R., Annand, I. Possibilities to estimate the convective heat transfer within the combustion engine cylinder. Buletinul Institutului Politehnic București. 6. 1973.
7. Grimmeld, R., Apostolescu, N. Termodinamica ciclului a cilindrul a gazelor din motoarele cu ardere internă. Editura Academiei RSR. 1975.
8. Grimmeld, R. Teoria motoarelor si construcția motoarelor pentru autovehicule rutiere. Editura didactică și pedagogică. 1980.
9. Landau, I., Lifschitz, E. Mechanique des fluides. Editions MIR. Moscou. 1971.
10. Taylor, V. M., Keenan, W. J. Cercetarea transferului de căldură în perete în motoarele cu ardere internă. Automobilnia Promishlenosti. 29. 1963.
11. Overgle, V. D., Kennedum, V. E., Uyehara, O. A., Myers, P. S., Instendy Heat Transfer in Engines. SAE Transaction Preprint. 613.
12. Pflaum, W. Der Wärmeübergang bei Dieselmaschinen mit und ohne Aufladung. MTZ. 22. 1961.
13. Sparrow, E. S., Schlelia, J. S. Isolated turbulent pumping of gases. Jav. Aiad. Mech SSSR. 8. 1958.
14. Stiere G. Beitrag zur Theorie des Wärmeübergangs im motor. Konstruktion. 2. 1962
15. Taylor, M., Lisle, B., Tobagiwy, R. Decay of turbulence in a Closed Vessel. Bulletin of the ISME. 92 II. 1973.
16. Woschni, G. A Universally Applicable Equation for the Instantaneous Heat Transfer Coefficient in the Internal Combustion Engine. SAE. 670931. 1967.
17. Woschni, G. Die Berechnung der Wandtemperatur und der Übertragenen Wärmemenge bei Luftgekühlten Dieselmotoren. MTZ. 12. 1970.

Equivalent Speed of Gas Movement in I.C.E. Cylinder

Actually the central point of the convective heat transfer calculation between the gas and cylinder wall consist in equivalent speed computation of gas movement. The present paper suggest an analytical method for equivalent speed during degree of gas movement calculation. The author's formulae, defined on the gas kinetic energy basis and speed dumping of movement, is compared with experimental data.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

c.z.: 621.433

UNELE ASPECTE ALE DINAMICII SISTEMULUI DE DISTRIBUȚIE LA MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ CU FAZE DE DISTRIBUȚIE VARIABILE

C. PANĂ, N. NEGURESCU, M. POPA *

În lucrare se prezintă calculul duratei minime de deschidere a supapelor motoarelor cu ardere internă cu faze de distribuție variabile (prin limitarea accelerațiilor) pentru diferite legi de mișcare a supapelor.

1. Generalități

Puterea motorului cu ardere internă depinde în cea mai mare măsură de cantitatea de încărcătură proaspătă intrată în cilindrul acestuia. Se impune, astfel, necesitatea controlului proceselor de schimbare a gazelor din cilindrul motorului cu ardere internă.

Cercetările efectuate în domeniul proceselor de schimb de gaze din cilindrul motorului au stabilit căile de realizare a fazelor optime de distribuție.

Motoarele cu ardere internă realizate au faze de distribuție fixe, optimizate pentru un singur regim de funcționare, în funcție de tipul și utilizarea lor.

Datorită utilizării motoarelor pe un domeniu larg de regimuri, rezultă neeficiența funcționării lor prin folosirea fazelor de distribuție fixe.

Rezultă oportunitatea optimizării fazelor de distribuție cu toate regimurile de funcționare ale motoarelor. Cercetările efectuate pînă în prezent sînt canalizate spre optimizarea fazelor de distribuție cu toate regimurile de funcționare ale motorului, ele conducînd la :

a) creșterea performanțelor de putere și moment motor;
b) creșterea economicității motorului cu ardere internă;
c) reducerea nivelului de emisii poluante;
d) creșterea domeniului de utilizare stabilă a motorului de tracțiune.

Modificarea fazelor de distribuție ale unui motor cu ardere internă în funcție de regimul de funcționare se poate realiza prin comanda hidraulică, mecanică sau electrică.

Deoarece prin modificarea fazelor de distribuție se produce schimbarea duratei de deschidere, a duratei de ridicare și coborîre, a înălțimii de ridicare a supapei, atunci vor apare implicații mari asupra comportării dinamice a sistemului de distribuție.

Apare, astfel, necesitatea efectuării unui calcul a dinamicii sistemului de distribuție variabilă.

Manuscris predat redacției la data de 16 aprilie 1980

* Șef lucrări ing.; Șef lucrări ing.; Șef lucrări ing. Catedra Motoare cu ardere internă.

2. Aspecte ale dinamicii sistemului de distribuţie variabilă

Modificarea fazelor de distribuţie în funcţie de regimul de funcţionare trebuie astfel realizată, încît acceleraţiile supapei în mişcare, să nu depăşească valori admisibile.

Fie α unghiul de deschidere a supapei (fig. 1).

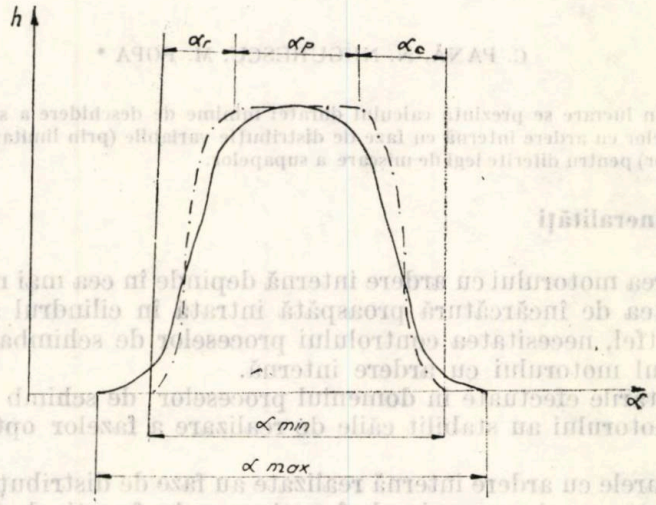


Fig. 1 —Definirea valorilor maxime şi minime ale unghiului de deschidere a supapei.

În fig. 1 s-au făcut următoarele notaţii :

α_r — unghiul de ridicare a supapei la înălţimea maximă

α_c — unghiul de coborîre a supapei

α_p — unghiul de palier (de deschidere a supapei la înălţimea maximă).

Fie α_{max} şi α_{min} valorile maxime şi minime ale unghiului de deschidere a supapei. Pe baza notaţiilor efectuate în fig. 1, se poate scrie :

$$\alpha_{max} = \alpha_{rmax} + \alpha_{rmin}$$

$$\alpha_{min} = \alpha'_{rmin} + \alpha_p + \alpha'_{cmin}$$

Valoare maximă a unghiului de deschidere a supapei nu prezintă probleme din punct de vedere al acceleraţiilor. Această valoare maximă se determină din consideraţii funcţionale.

Prin micşorarea unghiului de deschidere a supapei (a unghiului de ridicare şi coborîre) creşte acceleraţia supapei. Odată cu creşterea acceleraţiei cresc şi forţele de inerţie ale pieselor sistemului de distribuţie. Rezultă necesitatea limitării unghiului de deschidere a supapei (α_{min}) în funcţie de valoarea maximă admisibilă a acceleraţiilor.

În acest sens, se calculează valorile minime ale unghiului de ridicare, respectiv coborîre a supapei.

Calculul va fi efectuat pentru următoarele legi de mişcare a supapei :

a) mişcarea parabolică
b) mişcarea cosinusoidală
c) mişcarea sinusoidală
d) mişcarea cu acceleraţie variabilă .

a) *Mişcarea parabolică a supapei*

Acceleraţiile supapei sînt date de relaţiile :

$$a_1 = \frac{72\, n^2 h_{max}}{\alpha_1 \alpha_0} \qquad (1)$$

$$a_2 = -\frac{72\, n^2 h_{max}}{\alpha_2 \alpha_0} \qquad (2)$$

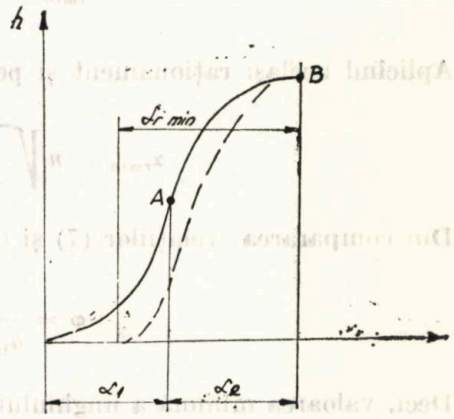


Fig. 2 — Legea de mişcare parabolică a supapei.

Dar

$$\alpha_0 = \alpha_r$$

şi

$$\alpha_2 = \alpha_0 - \alpha_1$$

Atunci

$$a_1 = \frac{72\, n^2 h_{max}}{\alpha_1 \alpha_r} \qquad (3)$$

$$a_2 = -\frac{72\, n^2 h_{max}}{(\alpha_r - \alpha_1)\alpha_r} \qquad (4)$$

Acceleraţiile supapei devin maxime pentru valorile minime ale unghiului de ridicare a supapei

Deci,

$$a_{1max} = \frac{72\, n^2 h_{max}}{\alpha_1 \alpha_{rmin}} \qquad (5)$$

Rezultă

$$\alpha_{rmin} \cdot \alpha_1 = \frac{72\, n^2 h_{max}}{a_{1max}} \qquad (6)$$

Fie :

$$\alpha_1 = \varphi \alpha_r \quad \text{şi} \quad \alpha_2 = (1 - \varphi)\alpha_r$$

unde φ este un coeficient subunitar ce se va determina.

Relația (6) devine :

$$\varphi \alpha_{rmin}^2 = \frac{72\, n^2 h_{max}}{a_{1max}}$$

De unde :

$$\alpha_{rmin} = n \sqrt{\frac{72}{\varphi} \frac{h_{max}}{a_{1max}}} \tag{7}$$

Aplicînd același raționament și pentru accelerația a_2 rezultă :

$$\alpha_{rmin} = n \sqrt{\frac{72}{1-\varphi} \cdot \frac{h_{max}}{|a_{2max}|}} \tag{8}$$

Din compararea relațiilor (7) și (8) rezultă valoarea lui φ :

$$\varphi = \frac{|a_{2max}|}{a_{1max} + |a_{2max}|} \tag{9}$$

Deci, valoarea minimă a unghiului de ridicare a supapei este :

$$\alpha_{rmin} = n \sqrt{\frac{72\,(a_{1max} + |a_{2max}|) h_{max}}{a_{1max} \cdot |a_{2max}|}} \tag{10}$$

Valorile maxime ale accelerației nu trebuie să depășească valorile pentru care se depășește viteza medie de ridicare a supapei (2 m/s).

b) *Mișcarea cosinusoidală a tachetului*

Fie α unghiul de deschidere a supapei (figura 3).

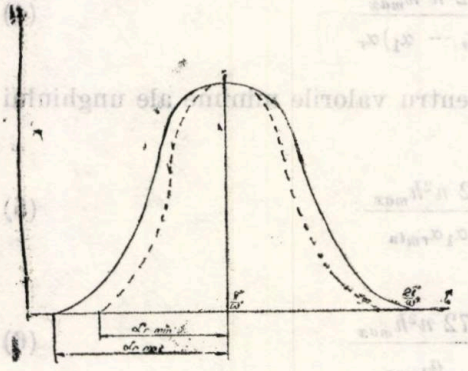


Fig. 3 — Legea de mișcare consinusoidală a supapei.

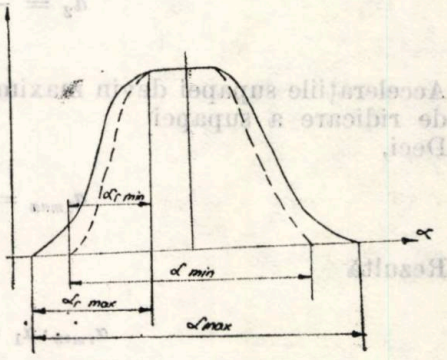


Fig. 4 — Legea de mișcare sinusoidală a supapei.

$$a_{max} = \frac{h_{max}}{2} \omega^2 ; \tag{11}$$

Respectînd condiția limitării accelerației maxime, prin limitarea vitezei de ridicare a supapei, rezultă valoarea minimă a unghiului de ridicare a supapei :

$$\alpha_{r_{min}} = \frac{30}{n}\sqrt{\frac{2a_{max_{max}}}{h_{max}}} \tag{12}$$

c) *Mișcarea sinusoidală a tachetului*

$$a_{max} = \omega^2 \frac{2\pi h_{max}}{\alpha_r^2} \tag{13}$$

Limitînd accelerația maximă a supapei rezultă :

$$\alpha_{r_{min}} = \omega \sqrt{\frac{2\pi h_{max}}{a_{max_{max}}}} \tag{14}$$

d) *Mișcarea tachetului cu accelerație variabilă*

Prin folosirea „camelor fără șoc" se asigură o variație continuă a accelerației supapei.

Pentru proiectarea camei, metoda Kurtz furnizează elementele necesare calculului

$$a_{max} = 10^{-3} \frac{[h_{max} - v_0(\Phi_1 + 0{,}756\,\Phi_2 + 0{,}536\,\Phi_3)]\pi}{\Phi_1[\Phi_1 + 2\,(0{,}756\,\Phi_2 + 0{,}536\,\Phi_3)]} \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{15}$$

unde Φ_1, Φ_2, Φ_3 au semnificația din fig. 5.

Dar

$$\alpha_{max} = \Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \tag{16}$$

și

$$\alpha_{min} = \Phi_0 + \Phi_1' + \Phi_2' + \Phi_3' + \emptyset_p \tag{17}$$

Se recomandă

$$\frac{\Phi_2 + \Phi_3}{c\Phi_1} = \frac{a_{max}}{a_{min}}$$

unde $c = (1 \div 2)$,

Deoarece

$$\Phi_2 = (0{,}1 \div 0{,}15)\,\Phi_3 \quad \text{și} \quad \Phi_2 + \Phi_3 = (1{,}5 \div 3)\,\Phi_1$$

rezultă :

$$\alpha_{max} = \Phi_0 + \frac{1{,}1 \div 1{,}15}{1{,}5 \div 3}\Phi_3 + (0{,}1 \div 0{,}15)\,\Phi_3 + \Phi_3 \tag{18}$$

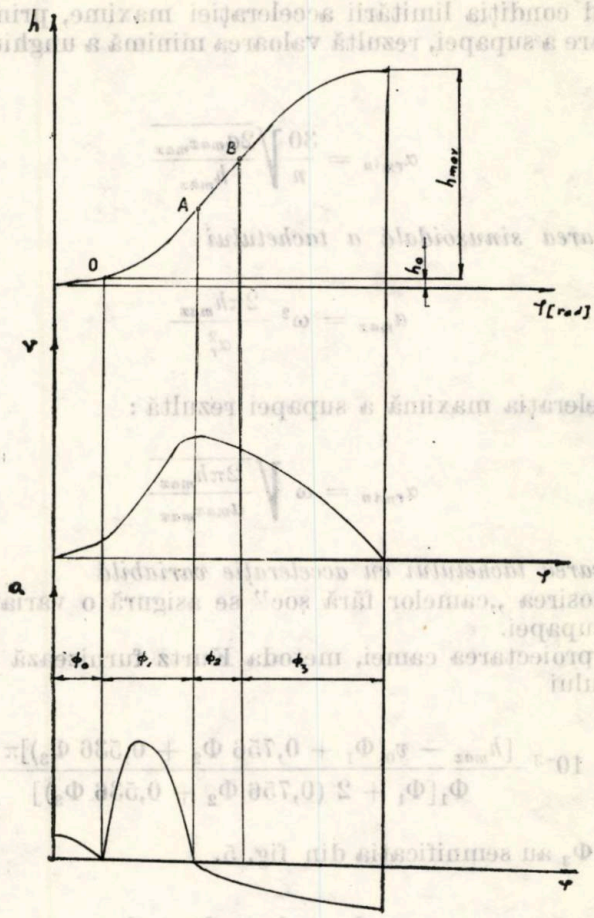


Fig. 5 – Legea de mișcare a supapei cu accelerație variabilă.

$$\alpha_{min} = \Phi_0 + \frac{1{,}1 \div 1{,}15}{1{,}5 \div 3}\Phi_3' + (0{,}1 \div 0{,}15)\,\Phi_3' + \Phi_3' + \Phi_p \qquad (19)$$

Fie

$$m = \frac{1{,}1 \div 1{,}15}{1{,}5 \div 3} \quad \text{și} \quad n = \frac{0{,}1 \div 0{,}15}{1}$$

Se poate scrie:

$$\alpha_{max} = \Phi_0 + (1 + m + n)\,\Phi_3 \qquad (20$$

$$\alpha_{min} = \Phi_0 + (1 + m + n)\,\Phi_3' + \Phi_p. \qquad (21)$$

Deci.,

$$\alpha_{rmin} = \Phi_0 + (1 + m + n)\,\Phi_3' \qquad (22)$$

Prin înlocuirea unghiurilor Φ_1 și Φ_2 în funcție de Φ_3 în relația de calcul a accelerației maxime, se obține:

$$a_{max} = \frac{\pi[h_{max} - v_0(m + 0{,}756\ n + 0{,}536)\ \Phi_3]}{m(m + 1{,}512\ n + 1{,}072)\ \Phi_0^2} \tag{23}$$

Din ultima relație, rezultă;

$$\Phi_{3min} = \frac{v_0\pi\ (m + 0{,}756\ n + 0{,}536) \pm}{m(m + 1{,}512\ n + 1{,}072)a_{max}}$$

$$\frac{\pm \sqrt{[v_0\pi(m + 0{,}756\ n + 0{,}536)]^2 + 4\pi h_{max} m(m + 1{,}512\ n + 1{,}072)a_{max}}}{m(m + 1{,}512\ n + 1{,}072)a_{max}} \tag{24}$$

Relația obținută limitează valoarea unghiului. Deci,

$$\alpha_{rmin} = \Phi_0 - (1 + m + n)\frac{\pi v_0(m + 0{,}756n + 0{,}536)}{m(m + 1{,}512\ n + 1{,}072)a_{max}} \pm$$

$$\pm\ (1 + m + n)\frac{\sqrt{[v_0\pi(m+0{,}756n+0{,}536)]^2+4\pi h_{max}(m+1{,}512n+1072)a_{max}}}{m\ (m + 1{,}512\ n + 1{,}072)a_{max}} \tag{25}$$

Concluzii

Modificarea fazelor de distribuție poate fi realizată fie prin comandă mecanică, fie prin comandă hidraulică sau electrică. Indiferent de tipul sistemului de comandă, accelerația supapei nu trebuie să depășească valoarea maximă admisibilă ((limitată de mărimea forțelor de inerție).

Relațiile stabilite mai sus determină valorile minime ale unghiului de ridicare, respectiv coborîre a supapei. Valorile maxime ale acestor unghiuri se determină din considerente funcționale.

Experimentările efectuate de diferite firme cu motoare cu ardere internă cu distribuție variabilă au pus în evidență avantajele acestora

— creșterea momentului motor cu 21% la turații scăzute și a momentului motor maxim cu 7%;

— creșterea economicității motorului (reducerea consumului specific efective de combustibil cu (15—20 %) la regimurile corespunzătoare momentului motor maxim;

— scăderea turației de moment maxim, ceea ce are ca efect creșterea domeniului de utilizare a motorului.

BIBLIOGRAFIE

1. *Aramă C., Şerbănescu A.*, Economia de combustibil la automobile, Editura tehnică, 1974.
2. *Finlay M. H.*, Variabile valve control for internal combustion engines patent SUA, nr. 34 34.96918, 24.02,10.
3. *Tutunaru D.*, Teoria mecanismelor şi a camelor, Editura tehnică, 1959.
4. *Zătreanu Gh.*, Calculul şi construcţia motoarelor cu ardere internă, Facultatea Mecanică, curs predat în anul universitar 1979—1980.

Einige Merkmale der Dynamik des Gassteuerungssystems bei Verbrennungsmotoren mit veränderlichen Steuerungszeiten.

In der Arbeit wird die Berechnung der minimale Offnungszeiten für die Ventile bei Verbrennungsmotoren mit veränderlichen Steuerungszeiten vorgestelt. Die Berechnung wird durch Begrenzung der Beschleunigungen durchgeführt bei verschiedene Bewegungsgesetze der Ventile.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

c.z.: 662.613.1
531.761
621.181

INFLUENȚA CONȚINUTULUI DE STERIL ASUPRA TIMPULUI DE ARDERE A PARTICULEI DE ȘIST BITUMINOS

C. NEAGA*

În lucrare s-au obținut formule de calcul pentru timpul de ardere a particulei de șist bituminos considerînd diferite modele fizice și matematice. Analizînd aceste formule se constată că timpul de ardere crește cu pătratul diametrului inițial al particulei și cu conținutul de cenușă; această ultimă dependență se explică prin rezistența suplimentară creată de stratul de cenușă de pe suprafața particulei la deplasarea oxigenului spre suprafața de ardere.

Șistul bituminos face parte din categoria combustibililor solizi inferiori. Principala lui caracteristică o constituie conținutul ridicat al masei minerale, componentă care în urma arderii se transformă în cenușă. Așa cum se arată în [1] pentru șistul bituminos de Anina conținutul mediu de cenușă cu referire la masa inițială are valoarea $A^i = 69{,}6$, % din care bioxidul de siliciu deține o parte predominantă, $SiO_2 = 45-55\%$. Utilizarea șistului bituminos ca energie primară în centralele termoelectrice s-a confruntat cu un fenomen dificil de prins atît în formule analitice, cît și cu grele repercusiuni în folosirea lui practică și anume influența negativă a sterilului asupra procesului de ardere.

În lucrarea de față se deduc analitic formule pentru calculul timpului de ardere a particulei de șist bituminos considerînd diferite modele fizice și matematice.

Se presupune o incintă (o cameră focară) cu pereții încălziți, în care se introduce o particulă de cocs de șist bituminos. Această simplificare elimină din discuție analiza proceselor prealabile aprinderii particulei și anume fenomenele de uscare și degajare a substanțelor volatile. De asemenea, nu ne va preocupa găsirea timpului de încălzire a particulei, timpul scurs din momentul introducerii particulei de șist bituminos în spațiul focarului pînă în momentul aprinderii ei. Vom fixa deci originea timpului în momentul aprinderii particulei. (Rezultă că temperatura peretelui focarului trebuie să fie mai mare decît temperatura de aprindere a respectivei particule de șist).

Manuscris predat redacției la data de 24 martie 1980.
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Cazane

În figura 1 se arată calitativ variaţia concentraţiei de oxigen în jurul particulei care arde. După începerea arderii se formează pe suprafaţa particulei, presupusă de formă sferică, un strat de cenuşă. Grosimea stratului creşte continuu în timpul arderii. Din cauza vitezei relative mediu-particulă nulă, cenuşa nu este antrenată de pe suprafaţa particulei. Vom presupune, de asemenea, că nu se ating condiţii de temperatură pentru ca cenuşa să se topească.

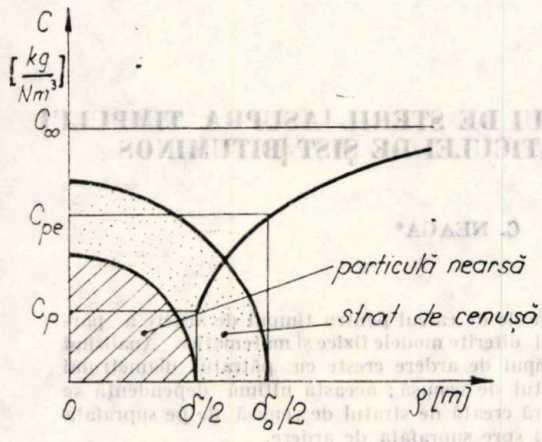


Fig. 1. Variaţia concentraţiei de oxigen în jurul particulei de şist care arde.

S-au făcut următoarele notaţii: δ, δ_0 — diametrul curent, respectiv iniţial al particulei, m; ρ — raza curentă a stratului de cenuşă, m; $\rho \in [\delta/2\,;\,\delta_0/2]$; C_p C_{pe}, C_∞ — concentraţia oxigenului pe suprafaţa curentă a particulei (suprafaţa care arde), pe suprafaţa iniţială a particulei (la intrarea în stratul de cenuşă) şi respectiv la o distanţă suficient de mare de particulă pentru a o putea considera constantă, kg/Nm³.

Din faza gazoasă, moleculele de oxigen difuzează (difuzia moleculară) spre particulă. La traversarea stratului de cenuşă ele întîmpină cea mai mare rezistenţă [3, 5, 6, 10, 11]. Ajunse pe suprafaţa de reacţie, ele întreţin procesul de ardere a masei combustibile. Gazele de ardere rezultate difuzează în sens invers oxigenului.

Difuzia oxigenului prin stratul de cenuşă este modelată de ecuaţia:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D_i \left(\frac{\partial^2 C}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial C}{\partial \rho} \right), \tag{1}$$

unde τ este timpul, s. (În dezvoltarea laplasianului în coordonate sferice s-a ţinut seama numai de raza curentă; suprafeţele de concentraţie constantă sînt sfere concentrice; s-a presupus deci că suprafaţa de reacţie este „egal accesibilă" pentru moleculele de oxigen, ceea ce impune o altă ipoteză şi anume distribuţia uniformă a sterilului în volumul particulei de şist).

Considerînd regimul staţionar, $\partial C/\partial \tau = 0$, ecuaţia (1) are soluţia

$$C = C_p + \left(1 - \frac{\delta}{2\,\rho}\right)(C_{pe} - C_p) \frac{1}{1 - \delta/\delta_0}, \text{ kg/Nm}^3, \tag{2}$$

în care concentraţiile C_p, C_{pe} sînt deocamdată necunoscute.

Fluxul de oxigen prin stratul de cenuşă se obţine din legea lui Fick

$$q_{0_2} = -D_i \operatorname{grad} C = -D_i \frac{\partial C}{\partial \rho} = -\frac{D_i}{2\rho^2}(C_{p^e} - C_p)\frac{1}{1/\delta - 1/\delta_0} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}, \quad (3)$$

unde D_i este coeficientul de difuzie a oxigenului prin stratul de cenuşă, m^2/s.

$$D_i = D_{oi}\left(\frac{T}{T_0}\right)^2, \quad (4)$$

unde D_{oi} este coeficientul de difuzie prin stratul de cenuşă în condiţii normale.

Valorile coeficientului D_{oi} depind de conţinutul de cenuşă a particulei respective de şist. Ele pot fi luate din diagrama reprezentată în figura 2 [14]. Autorii [14] au folosit în experienţele lor pentru deducerea coeficientului de difuzie prin stratul de cenuşă un „şist" artificial, pregătit din praf de electrod de cărbune şi praf de caolin. Amestecul a fost supus unei presiuni de 1100 kgf/cm², după care s-au confecţionat sfere cu diametre de 10—15 mm. În acest fel conţinutul de masă combustibilă iniţială devine un parametru variabil cunoscut,

$$(mc)_0 = 10^{-3}\,\gamma_k(1 - a\,A_k), \text{ g/cm}^3, \quad (5)$$

unde γ_k este greutatea specifică a cocsului de şist, kg/m³;
A_k — conţinutul de cenuşă a cocsului de şist, exprimat fracţionar;
a — coeficient care ţine seama de variaţia conţinutului de cenuşă cu diametrul particulei (se va arăta mai tîrziu).

Autorii [14] găsesc, pentru datele folosite, o expresie analitică a coeficientului de difuzie interioară

$$D_{oi} = 0{,}004 + 0{,}075\,(\text{m c})_0^2, \text{ cm}^2/\text{s}. \quad (6)$$

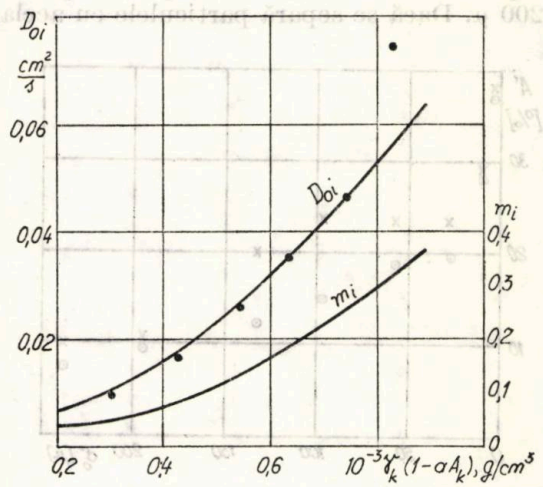


Fig. 2. Corelaţie între coeficientul de difuzie interioară — prin stratul de cenuşă — şi conţinutul iniţial de masă combustibilă a particulei.

Între coeficientul de difuzie a oxigenului în faza gazoasă şi prin stratul de cenuşă, există legătura $D_i = m_i D$. Dacă pentru cei doi coeficienţi se păstrează aceeaşi lege de variaţie cu temperatura, se poate scrie şi egalitatea $D_{oi} = m_i D_0$; variaţia lui m_i este de asemenea reprezentată în figura 2.

Pentru a găsi expresiile concentraţiilor C_{pe}, C_p, se foloseşte legea care arată că debitul de oxigen care trece din mediul înconjurător particulei spre suprafaţa de reacţie este constant

$$\pi\delta_0^2\beta(C_\infty - C_{pe}) = \pi\delta^2 \frac{2\,D_i}{\delta^2}(C_{pe} - C_p)\frac{1}{1/\delta - 1/\delta_0} =$$

$$= \pi\delta^2(1 - s_a)\,kC_p,\ \text{kg/s}, \qquad (7)$$

unde β este coeficientul de schimb de substanţă (de oxigen) în faza gazoasă, m/s; $\beta = D\,Nu_d/\delta_0$, unde Nu_d este criteriul Nusselt difuziv, pentru care se poate lua valoarea 2; k — constanta vitezei de ardere în regim cinetic, m/s; s_a — gradul de acoperire a suprafeţei de ardere de către sterilul existent în particulă, m^2 cenuşă/m^2 şist; ţine seama de faptul că o parte din suprafaţa de ardere (diametrul δ) este ocupată de micile particule de steril incluse în masa combustibilă şi că numărul de ciocniri eficace ale moleculelor de oxigen este redus în aceeaşi proporţie. Pentru calculul lui s_a se foloseşte expresia

$$s_a = (a\,\gamma_k A_k/\gamma_a)^{2/3}, \qquad (8)$$

unde γ_a este greutatea specifică a cenuşii, kg/m^3; (demonstrarea formulei 8 se face pornind de la ecuaţia de dimensiuni).

Conform metodicii de determinare a conţinutului de cenuşă, A_k reprezintă o valoare medie pentru particulele cu diametrul mai mic de 200 μ. Dacă se separă particulele cu acelaşi diametru, sau cu diametre cît mai apropiate de o valoare dată şi apoi se determină conţinutul de cenuşă se constată că particulele mai fine au un conţinut mai mare de cenuşă. Aceasta se explică prin aceea că sterilul, avînd o duritate mai mare, se macină mai fin şi deci particulele cu diametrul mai mic conţin mai multă cenuşă. Rezultă că există o lege de dependenţă de forma $A_k = f(x)$, unde x este dimensiunea ochiului sitei exprimată în microni sau diametrul maxim al particulelor care trec prin sita respectivă. Această lege de variaţie se deduce experimental.

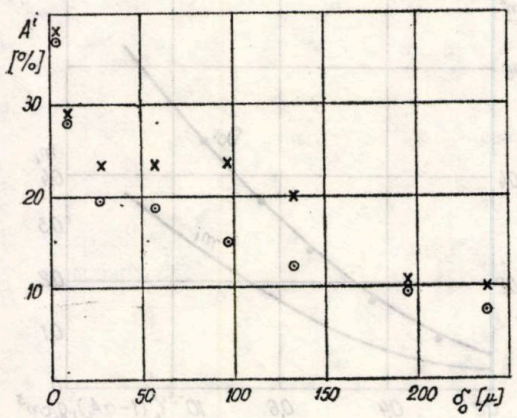


Fig. 3. Dependenţa între conţinutul de cenuşă şi diametrul iniţial al particulei de cărbune.

În figura 3 [12] se arată o asemenea dependenţă pentru două sorturi de cărbune. Punctele experimentale se pot înscrie pe nişte curbe căzătoare. Să considerăm că sortul 1 (simbol cerculeţ cu punct în interior) are $A = 15\%$. Din diagramă rezultă că pentru particulele avînd diametrul $\delta_0 = 195\ \mu$, $a = 9{,}5/15$; pentru particulele $\delta_0 = 10\ \mu$, $a = 28/15$ etc.

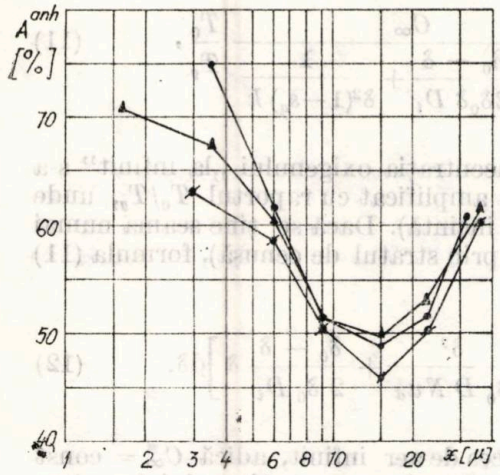


Fig. 4 Variaţia conţinutului de cenuşă cu dimensiunea ochiului sitei pentru şist de Estonia: ● — $D_{40} = 41{,}8\,\%$; ▲ — $D_{40} = 59{,}5\,\%$; Ø — $D_{40} = 75{,}41\,\%$.

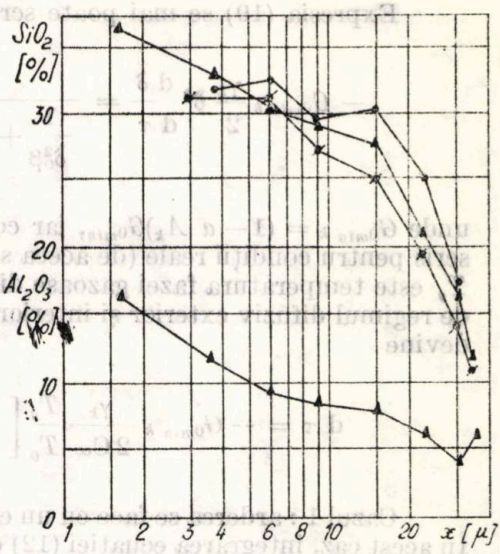


Fig. 5. Variaţia bioxidului de siliciu şi a oxidului de aluminiu cu dimensiunea ochiului sitei pentru şist de Estonia (aceleaşi date ca în fig. 4).

O variaţie deosebită a conţinutului de cenuşă o prezintă şistul de Estonia. În figura 4 [13] se arată această dependentă. Autorii [13] explică minimul conţinutului de cenuşă pentru particulele cu diaemetrul de 15 μ, prin aceea că aceste particule au avut un procent maxim de masă combustibilă.

Din aceeaşi lucrare [13] s-a extras şi diagrama reprezentată în figura 5.

Din sistemul de ecuaţii (7) se scoate expresia concentraţiei de oxigen pe suprafaţa de reacţie

$$C_p = \frac{1}{\delta^2(1-s_a)\,k} \cdot \frac{C_\infty}{\dfrac{1}{\delta_0^2\beta} + \dfrac{\delta_0 - \delta}{2\,\delta_0\delta\,D_i} + \dfrac{1}{\delta^2(1-s_a)\,k}} \cdot \tag{9}$$

Expresia vitezei de ardere a masei combustibile a particulei serveşte pentru calculul timpului de ardere

$$-\frac{d}{d\tau}\left[(1 - a\,A_k)\frac{\pi\delta^3}{6}\gamma_k\right] = \pi\delta^2(1-s_a)\,k\,\frac{C_p}{G_{0min}},\ \text{kg/s}, \tag{10}$$

unde G_{0min} reprezintă greutatea de oxigen necesar arderii unităţii de greutate de masă combustibilă a şistului; dacă masa combustibilă se compune numai din carbon, atunci $G_{0min} = 32/12$, kg oxigen /kg carbon.

Expresia (10) se mai poate scrie

$$-G_{0min\,k}\frac{\gamma_k}{2}\delta^2\frac{\mathrm{d}\,\delta}{\mathrm{d}\,\tau}=\frac{C_\infty}{\dfrac{1}{\delta_0^2\beta}+\dfrac{\delta_0-\delta}{2\delta_0\delta\,D_i}+\dfrac{1}{\delta^2(1-s_a)\,k}}\frac{T_0}{T_g}, \tag{11}$$

unde $G_{0min\,k}=(1-a\;A_k)G_{0min}$, iar concentrația oxigenului „la infinit" s-a scris pentru condiții reale (de aceea s-a amplificat cu raportul T_0/T_g, unde T_g este temperatura fazei gazoase din incintă). Dacă se ține seama numai de regimul difuziv exterior și interior (prin stratul de cenușă), formula (11) devine

$$\mathrm{d}\,\tau=-G_{0min\,k}\frac{\gamma_k}{2C_\infty}\frac{T_g}{T_0}\left[\frac{\delta^2}{\delta_0\,D\,Nu_d}+\frac{\delta_0-\delta}{2\,\delta_0\,D_i}\,\delta\right]\mathrm{d}\delta. \tag{12}$$

Cazul 1 : arderea se face cu un exces de aer infinit, adică $C_\infty=\mathrm{const}$ În acest caz, integrarea ecuației (12) conduce la expresia timpului de ardere a particulei de cocs de șist bituminos

$$\tau_{ard}=G_{0min\,k}\frac{\gamma_k}{4\,C_\infty D\,Nu_d}\frac{T_g}{T_0}\delta_0^2\left[\frac{2}{3}+\frac{D\,Nu_d}{6\,D_i}\right],\ s. \tag{13}$$

Factorul din paranteza pătrată arată influența difuziei oxigenului prin stratul de cenușă asupra timpului de ardere a particulei. Dacă particula de combustibil nu conține cenușă, atunci $D_i=D$ și pentru $Nu_d=2$, acest factor capătă valoarea unitară. Dacă $D_i=0{,}2\;D$ (petru o anumită valoare a conținutului de cenușă — v. fig. 2), atunci factorul devine 2,334 ceea ce arată o creștere cu 133,4% a timpului de ardere.

Cazul 2 : arderea se face cu micșorarea concentrației de oxigen. Expresia variației concentrației cu diametrul particulei care arde se ia din [16],

$$C_\infty=C_0\frac{\lambda-1+r(\lambda_f-1)+\delta^3/\delta_0^3}{\lambda+r(\zeta+\lambda_f-1)+(\zeta-1)\,(1-\delta^3/\delta_0^3)},\ \mathrm{kg/Nm^3}, \tag{14}$$

unde $C_0=0{,}21.32/22{,}4=0{,}3\ \mathrm{kg/Nm^3}$ reprezintă concentrația inițială a oxigenului; λ, λ_f — coeficientul de exces de aer mediu între intrarea și ieșirea din focar, respectiv la ieșirea din focar; r-gradul de recirculare; ζ — raportul între volumul de gaze și volumul de aer; pentru șist bituminos de Anina $\zeta=V_g^0/V_{aum}^0=1{,}381/1{,}113=1{,}241$.

În vederea integrării se fac notațiile

$$n^3=\lambda-1+r(\lambda_f-1);\ m^3=\frac{\lambda+r(\zeta+\lambda_f-1)}{\zeta-1}+1.$$

Cu acestea ecuaţia (12) devine

$$d\tau = -G_{0min\ k}\frac{\gamma_k}{2\,C_a}\frac{T_g}{T_0}(\zeta-1)\frac{m^3\delta_0^3-\delta^3}{n^3\delta_0^3+\delta^3}\left[\frac{\delta^2}{\delta_0\,DNu_d}+\frac{\delta_0-\delta}{2\,\delta_0\,D_i}\delta\right]d\,\delta, \tag{15}$$

care integrată conduce la expresia timpului total de ardere a particulei

$$\tau_{ard} = (\zeta-1)G_{0min\ k}\frac{\gamma_k}{4\,C_0\,DNu_d}\frac{T_g}{T_0}\delta_0^2\left\{-\frac{2}{3}-\frac{D\,Nu_d}{6\,D_i}-\right.$$

$$-(m^3+n^3)\left[\frac{2}{3}\left(1-\frac{D\,Nu_d}{2\,D_i}+\frac{D\,Nu_d}{4\,nD_i}\right)\ln\frac{n^3}{1+n^3}-\frac{D\,Nu_d}{2\,nD_i}\ln\frac{n}{1+n}+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\sqrt{3}\,D\,Nu_d}{3\,n\,D_i}\operatorname{arc\,tg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)-\frac{\sqrt{3}\,D\,Nu_d}{3\,n\,D_i}\operatorname{arc\,tg}\frac{2-n}{n\sqrt{3}}\right]\right\},\ s. \tag{16}$$

Cu ajutorul formulei (16) s-au calculat curbele din figura 6, pentru mărimile înscrise în diagramă. Pentru a evidenţia efectul temperaturii gazelor, s-au considerat două valori pentru aceasta.

În concluzie formulele obţinute pentru timpul de ardere a particulei de şist bituminos presupunînd diferite modele fizice şi matematice arată o creştere a acestuia cu diametrul iniţial la pătrat şi cu conţinutul de cenuşă. Această ultimă dependenţă se explică prin rezistenţa difuzivă suplimentară creată de stratul de cenuşă la deplasarea moleculelor de oxigen spre suprafaţa de reacţie. Un tablou mai complet al arderii şistului bituminos, ardere care se petrece în prezenţa unui combustibil auxiliar (lichid sau gazos) se poate obţine însă numai apelînd la rezolvarea unor modele matematice cît mai apropiate de realitate cu ajutorul calculatoarelor.

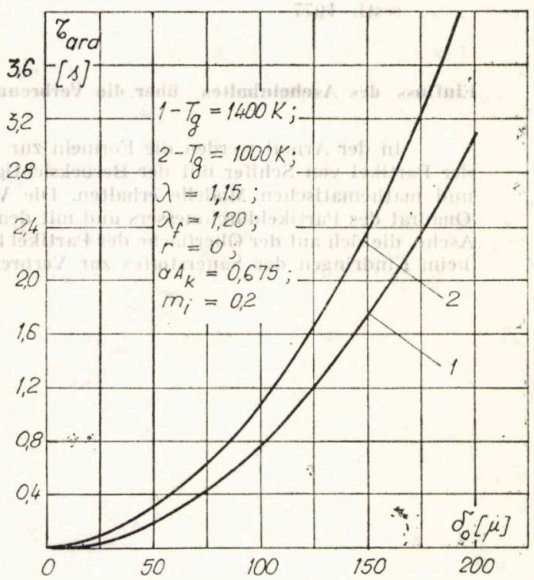


Fig. 6. Variaţia timpului de ardere a particulei de cocs de şist bituminos cu diametrul iniţial al particulei, pentru diverse valori ale temperaturii gazelor de ardere.

BIBLIOGRAFIE

1. *Bălan V.*, Energetica, 2/1975, pg. 68—74.
2. *Epik I. P.*, Izv. VUZ, Energhetika, 4/1977, st. 54—61.
3. *Şilov L. A.*, Izv. VUZ, AN—ESSR, Seria teh. i fizicomatem. nauk, 1/1958, st. 34—43.

4. *Ots A. A.*, Izv. VUZ, AN—ESSR, Seria teh. i fizico-maten. nauk, 3/1958, st. 186—200.
5. *Ots A. A.*, Izv. VUZ, AN—ESSR, Seria teh. i fizico-matem. nauk, 4/1958, st. 290—304.
6. *Ots A. A.*, Teploenerghetika, 3/1960, st. 56—60.
7. *Egorov D. M., Ots A. A.*, Vigoranie neletucih goriuciuh veşcestv iz zolnogo skeleta, v Gorenie tverdogo topliva, Materiali IV vsesoiuznoi conf. 19—21 marta, 1974, tom 1, st. 5—11.
8. *Kartau Iu. M.*, Issledovanie vihoda letucih iz ciastiţ goriucih slanţev pri scortostnom nagreve, v Gorenie tverdogo topliva, Materiali IV vsesoiuznoi conf. 19—21 marta, 1974, tom 2, st. 69—75.
9. *Ivanov M. Iu.*, Ermolaev O. N., O necotorih ossobennostiah gorenia slanţa — kukersita, v Voprosi teorii gorenia, Moskva, Izd. Nauka, 1970, st. 86—92.
10. *Kollerov D. K., Avdonina E. S.*, Teploenerghetika, 8/1958, st. 51—56.
11. *Ots A. A., Egorov D.*, Izv. VUZ, AN-ESSR. Seria teh. i fizico-matem. nauk, 3/1927, st 277—281.
12. *Field M. A. and others*, Combustion of Pulverized Coal, BCURA, Leatherhead, 1967.
13. *Epik I. P., Prikk A. V.*, Izv. VUZ, Energhetika, 9j1971, st. 53—59.
14. *Egorov D. M., Ots A. A., Andreev I.*, Izv. VUZ, AN—ESSR, Seria teh. i fizico- matem., nauk, 4/1972, st. 419—423.
15. *Carabogdan I., Dămăceanu E.*, Studii şi cercetări de energ., 2/1972, pg. 253—265.
16. *Neaga C. C.*, Contribuţii la studiul recirculării gazelor de ardere la cazanele de abur funcţionind cu cărbune pulberizat, teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1977.

Einfluss des Ascheinhaltes über die Verbrennungszeit der Partikel von Schifer

In der Arbeit werden die Formeln zur Berechnung der Verbrennungszeit der Partikel von Schifer mit der Berücksichtigung verschiedener physikalischen und mathematischen Modelle erhalten. Die Verbrennungszeit nimmt mit dem Quadrat des Partikeldürchmessers und mit dem Ascheinhalt zu ; die Schicht der Asche, die sich auf der Oberfläche der Partikel bildet, vergrössert den Widerstand beim Eindringen der Sauerstoffes zur Verbrennungsoberfläche.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

c.z.: 621.3.011.3
534.321.5
621.316.722.4

L'OPTIMISATION DE LA FORME GÉOMÉTRIQUE DES TRANSDUCTEURS ULTRASONIQUES MAGNÉTOSTRICTIFS DE PUISSANCE

D. DRIMER, GH. CSAPO *

On établit le mode de variation des rendements électro — accoustiques, électriques et totaux en fonction de la fréquence pour les transducteurs ultrasoniques magnétostrictifs de puissance et on propose une méthode originale d'optimisation de la forme géométrique, en partant de l'impédance accoustique spécifique du milieu de travail.

1. Les fréquences de résonance de type „A" et de type „B"

Le transducteur ultrasonique magnétostrictif peut être envisagé vu le type de conversion énérgetique qu'il réalise comme un diport électro-mécanique, le porte électrique étant couplée à la sortie du générateur électronique et la porte mécanique au milieu accoustique.

A base de l'analogie de type „*I*" $\underline{F} \rightarrow \underline{U}$ et $\underline{v} \rightarrow \underline{I}$, les équations de fonctionnement du transducteur, écrites selon le formalisme de type *Z*, seront les suivantes :

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{Z}_a \underline{I} + \underline{\Gamma}\,\underline{v} \\ \underline{F} &= -\underline{\Gamma}\,\underline{I} + (\underline{z}_a + \underline{z}_A)\,\underline{v} \end{aligned} \tag{1.1}$$

où : U - la tension aux bornes de la bobine d'excitation ;
$\underline{I}$ — le courant à travers la bobine ;
$\underline{v}$ — la vitesse de vibration au terminal mécanique
$\underline{F}$ — la force s'appliquant au terminal mécanique ;
$\underline{Z}_b$ — l'impédance de la bobine d'excitation = $j\,\omega\,\underline{L}b$
$\underline{z}_a$ — l'impédance accoustique du milieu ;

Ouvrage reçu à la rédaction le 19 Février 1980.

* Prof. dr. ing. ; Maître-assistant ing. Chaire Technologie des matériaux.

$\underline{z}_A$ — l'impédance mécanique interne du transducteur $= r_A + j\left(\omega m - \frac{k_A}{\omega}\right)$;

r — la résistance mécanique équivalente à la fréquence f_{0A};

m — la masse équivalente du transducteur;

k_A — le coefficient d'élasticité équivalent à la fréquence f_{0A};

$\underline{\Gamma}$ — facteur de conversion électro mécanique;

$$\underline{\Gamma} = \underline{F}/\underline{I} = \underline{U}/\underline{v}$$

Dans la situation où la force s'appliquant de l'extérieur est nulle, on peut déterminer l'expression de la vitesse de vibration au terminal mécanique :

$$\underline{v} = \underline{\Gamma}\underline{I}/(\underline{z}_a + \underline{z}_A) \tag{1.2}$$

Si le transducteur reçoit un signal d'un générateur de courant, donc $\underline{I}$ = constante, ce qui implique également $\underline{H}$ = constante la fréquence du signal se modifiant en un certain domaine, la vitesse de vibration devient maximum quand $Im(\underline{z}_a + \underline{z}_A) = 0$.

La fréquence à laquelle cette condition est remplie s'appelle fréquence de résonnance de type „A" notée f_{0A}.

Le comportement du transducteur peut être étudié aussi dans une autre situation-limite, notamment lorsque la tension d'excitation $\underline{U}$ est maintenue constante comme amplitude, la fréquence se modifiant en un certain domaine. Afin de voir comment ce mode de travail se reflète autant à la porte électrique qu'à la porte mécanique on peut récrire les équations de fonctionnement, en adoptant un formalisme de type Y.

$$\underline{I} = \underline{Y}_b\underline{U} - \underline{Y}_b\underline{\Gamma}\underline{v}$$
$$\underline{F} = -\underline{Y}_b\underline{\Gamma}\underline{U} + (\underline{z}_a + \underline{z}_B)\ \underline{v} \tag{1.3}$$

où :

$\underline{Y}_b = 1/\underline{Z}_b = 1/j\omega\underline{L}_b$ — l'admittance de la bobine d'excitation;

$$\underline{z}_B = \underline{z}_A + \underline{\Gamma}^2\underline{Y}_b = \underline{z}_A + \underline{\Gamma}^2/j\omega\,\underline{L}_b = r_B + j(\omega m - k_B/\omega) \tag{1.4}$$

Dans ce formalisme, la force vibratoire est interprétée comme un courant et la vitesse de vibration comme une tension (analogie de type II).

En ces conditions, la vitesse de vibration a l'expresion :

$$\underline{v} = \underline{\Gamma}\underline{Y}_b\underline{U}/(\underline{z}_a + \underline{z}_B) \tag{1.5}$$

Conformément à la relation (1.5), la vitesse de vibration devient maximum quand $Im(\underline{z}_a + \underline{z}_B) = 0$

La fréquence pour laquelle la condition mentionnée est remplie s'appelle fréquence de résonnance de type „B" notée f_{0B}.

Des relations (1.3), (1.4) on peut déduire les expressions pour r_A et k_A, en mettant en évidence la manière dont les interactions magnéto-électriques influencent les paramètres mécaniques du transducteur.

$$r_A = r_B - |\underline{\Gamma}^2/\omega \underline{L}_b| \sin \beta$$
$$k_A = k_B (1 - |\underline{\Gamma}^2/\underline{L}_b k_B| \cos \beta) \tag{1.6}$$

où : $\beta = 2/\underline{\Gamma} - /\underline{L}_b$, et dans l'hypothese que l'inductance de pertes du bobinage est négligeable $/\underline{\Gamma} \approx /\underline{L}_b$ donc $\beta \approx /\underline{\Gamma} = /\underline{L}_b$

Il résulte des conditions de résonnance $f_{0B}^2 = k_B/4\pi^2 m^2$ et $f_{0A}^2 = k_A/4\pi^2 m^2$ la relation entre f_{0B} et f_{0A}.

$$f_{0A}^2 = f_{0B}^2 (1 - |\underline{\Gamma}^2/\underline{L}_b k_B| \cos \beta) \tag{1.7}$$

On peut observer de cette relation que la fréquence de résonnance de type „A" parrallèle) est inférieure à la fréquence de résonnance de type „B" (série), la différence des deux fréquences étant d'autant plus significative que le facteur de conversion électro-mécanique est plus grand, l'inductance de la bobine plus petite et le coefficient d'élasticité équivalent du matériel du transducteur plus petit aussi.

2. Le rendement électro-accoustique. Le rendement électrique

L'optimisation des transducteurs magnétostrictifs tant du point de vue de la composition chimique et des structures physiques, que du point de vue de la forme est étroitement liée à l'obtention d'une conversion électro-accoustique maximum. Le paramètre directeur dans le processus d'optimisation devra donc être le rendement électro-accoustique.

La puissance accoustique active de sortie du transducteur peut s'écrire :

$$P_a = r_a |\underline{v}|^2 = r_a |\underline{\Gamma}\underline{Y}_b|^2 |\underline{U}|^2 / |\underline{z}_a + \underline{z} + \underline{z}_B|^2. \tag{2.1}$$

La puissance électrique d'entrée correspondente est :

$$P_e = R_e\{\underline{Y}_T |\underline{U}|^2\} = G_T |\underline{U}|^2 \tag{2.2}$$

Le rendement électro-accoustique sera donc :

$$\eta_{ea} = \frac{P_a}{P_e} = r_a |\underline{\Gamma}\underline{Y}_b|^2 / |\underline{z}_a + \underline{z}_B| G_T \tag{2.3}$$

La conductance totale G_T est donnée par l'expression :

$$G_T = R_e[1/j\omega \underline{L}_b + \Gamma/(\omega \underline{L}_b)^2 (\underline{z}_a + \underline{z}_B)] \tag{2.4}$$

Notant $/\underline{L}_b = \beta$ et $/\underline{z}_a + \underline{z}_B = \varphi_z$ et tenant compte que $|\underline{z}_a + \underline{z}_B| = (r_a + r_B)/\cos \varphi_z$, l'expression de rendement électro-accoustique peut être écrite :

$$\eta_{ea} = \frac{r_a}{r_a + r_B} \left| \frac{\Gamma^2}{\omega_{0B} \underline{L}_b (r_a + r_B)} \right| \frac{\cos^2 \varphi_Z}{\left| \frac{\Gamma^2}{\omega_{0B} \underline{L}_b (r_a + r_b)} \right| \cos^2 \varphi_Z - \frac{\omega}{\omega_{0B}} \sin \beta} \tag{2.5}'$$

Introduisant le désaccord relatif :

$$\operatorname{tg} \varphi_Z = Q_B(\omega/\omega_{0B} - \omega_{0B}/\omega) \tag{2.6}$$

le rendement électro-accoustique, en fonction de la fréquence sera :

$$\eta_{ea} = \frac{r_a}{r_a + r_B} \cdot \frac{\left| \frac{\Gamma^2}{\omega_{0B} \underline{L}_b (r_a + r_B)} \right|}{\left| \frac{\Gamma^2}{\omega_{0B} \underline{L}_b (r_a + r_B)} \right| - \frac{\omega}{\omega_{0B}} \left[1 + Q_B^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{0B}} - \frac{\omega_{0B}}{\omega} \right)^2 \right] \sin \beta} \tag{2.5}''$$

On constate que le rendement électro-accoustique au cas où $\beta = 0$, donc pour une bobine d'excitation idéale, $\eta_{ea} = r_a/(r_a + r_B)$ est pratiquement indépendent de la fréquence, dans l'acception où r_a et r_B sont considérés constants.

Annulant la première dérivée on peut obtenir la fréquence à laquelle η_{ea} est maximum. Faisant les calculs il résulte :

$$\left(\frac{\omega_{0M}}{\omega_{0B}} \right)^2 = \frac{-(1 - 2Q_B^2) + [(1 - 2Q_B^2)^2 + 12Q_B^4]^{1/2}}{6Q_B^2} \tag{2.7}'$$

Pour $Q_B > 10$, développant en série Mac Laurin on peut obtenir :

$$\frac{\omega_{0M}}{\omega_{0B}} \simeq 1 - 1/8Q_B^2 \tag{2.7}''$$

Le déphasage correspondant à la fréquence pour laquelle le rendement est maximum :

$$\operatorname{tg} \varphi_{0M} \simeq -1/4Q_B^2 \tag{2.8}$$

En conclusion on constate que la fréquence pour laquelle le rendement électro-accoustique est maximum est inférieure à la fréquence de résonnance f_{0B}, mais dans la situation où Q_B est assez grand on peut considérer avec une très bonne approximation $\omega_{0M} = \omega_{0B}$

Pour écrire d'une façon plus compacte les expressions du rendement électro-accoustique aux deux fréquences de résonnance f_{0A} et f_{0B}, définies au paragraphe précédent, on introduit les notations :

$$\mathfrak{K}_B = r_B/r_a\,; \quad \mathfrak{L}_B = |\underline{\Gamma}^2/\omega_{0B}\underline{L}_0(r_a + r_A)| \tag{2.9}$$

donc $\eta_{ea}(\omega_{0B})$ s'écrira :

$$\eta_{ea}(\omega_{0B}) = \mathfrak{L}_B/(1 + \mathfrak{K}_B)\,(\mathfrak{L}_B - \sin\beta) \tag{2.10}$$

En utilisant les mêmes notations, ainsi que la relation (1.15) $\eta_{ea}(\omega_{0A})$ s'écrira :

$$\eta_{ea}(\omega_{0A}) =$$

$$= \frac{1}{1 + \mathfrak{K}_B} \cdot \frac{\mathfrak{L}_B}{\mathfrak{L}_B - [(1 - \mathfrak{L}_B \cos\beta/Q_B)^{1/2} + (1 + \mathfrak{L}_B \cos\beta/Q_B)^{-\frac{1}{2}} \mathfrak{L}_B^2 \cos^2\beta] \sin\beta} \tag{2.11'}$$

ou en simplifiant, en tenant compte que $\mathfrak{L}_B \cos\beta/Q_B \ll 1$

$$\eta_{ea}(\omega_{0A}) \cong \frac{1}{1 + \mathfrak{K}_B} \cdot \frac{\mathfrak{L}_B}{\mathfrak{L}_B - (1 + \mathfrak{L}_B^2 \cos^2\beta)\sin\beta} \tag{2.11''}$$

Pour $Q_B > 5$ la relation (2.11)'' traduit le rendement électro-accoustique avec une erreur moindre de 5%, même dans la situation où le couplage électro-mécanique caractérisé par le terme $\mathfrak{L}_B/Q_B$ est trés grand.

Dans les mêmes conditions de travail on constate que le rendement électro-accoustique à la fréquence de résonnance de type „A" este en général inférieur à la fréquence de résonnance de type „B", le rapport des rendements étant :

$$\frac{\eta_{ea}(\omega_{0A})}{\eta_{ea}(\omega_{0B})} = \frac{1}{1 - \dfrac{\mathfrak{L}_B^2 \cos^2\beta \sin\beta}{\mathfrak{L}_B - \sin\beta}} \tag{2.12}$$

donc toujour inférieur à 1.

Pour les diverses valeurs de β le rapport des rendements en fonction du paramètre $\mathfrak{L}_B$, ressort de la figure 1.

Par analogie avec les expressions pour η_{ea} aux deux fréquences typiques de travail f_{0A} et f_{0B}, on peut déduire aussi les relations qui donnent le rendement électrique du processus, en nous rapportant à la puissance maximum fournie par le générateur et à la puissance absorbée par le transducteur.

Si l'on considère que le générateur électronique débite un courant d'intensité $\underline{I}_g$, l'admittance interne étant une conductance pure $G_g = 1/R_g$, la puissance active maximum est donnée par la relation connue :

$$P_{e\,max} = G_g|\underline{I}_g/2G_g|^2 \tag{2.13}$$

L'admittance totale du transducteur étant $\underline{Y}_T = G_T - jB_T$ la puissance active débitée par le générateur aux bornes de l'enroulement d'excitation peut s'écrire :

$$P_e = G_T|\underline{I}_g/(G_g + \underline{Y}_T)|^2 \tag{2.14}$$

Des relations (2.13) et (2.14) on peut déduire le rendement de type électrique du traducteur noté :

$$\eta_e = P_e/P_{e\,max} = 4G_gG_T/|G_g + \underline{Y}_T|^2 \tag{2.15}$$

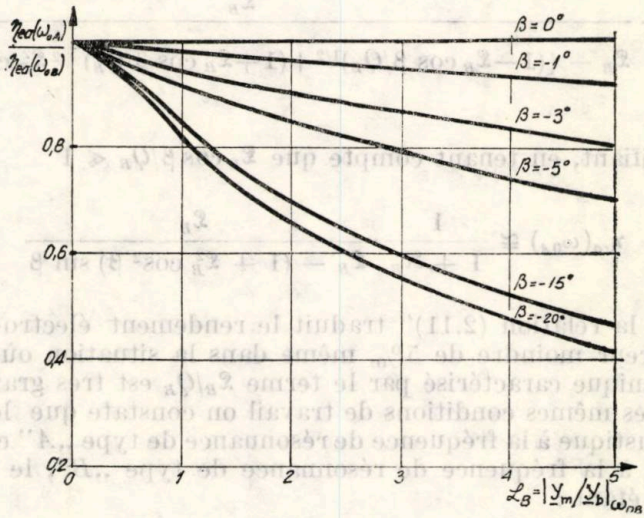


Fig. 1.

Dans la situation où le générateur fonctionne dans des conditions d'adaptation $R_g = |\underline{Z}_T|$ ou $G_g = |\underline{Y}_T|$ donc l'expression du rendement électrique du transducteur peut être écrite aussi sous la forme :

$$\eta_e = 4\,\frac{G_T/|\underline{Y}_T|}{|1 + \underline{Y}_T/|\underline{Y}_T||} = 4\cos\theta/|1 + \cos\theta - j\sin\theta|^2 \tag{2.16}'$$

où

$$\eta_e = 2\cos\theta/(1 + \cos\theta) \tag{2.16}''$$

θ étant l'angle entre le vecteur $\underline{Y}_T$ et l'axe des conductances, égal en valeur avec l'angle entre $\underline{Z}_T$ et l'axe réel, où

$$\theta = \angle \underline{Y}_T = -\angle \underline{Z}_T$$

Exprimant l'angle θ, en fonction des paramètres géométriques et physiques du transducteur on obtient les relations :

$$\eta_e(\omega_{0B}) = 2/\{1 + [\cos\beta/(\sin\beta + \mathfrak{L}_B)]^2\}^{1/2} \tag{2.17}$$

$$\eta_e(\omega_{0A}) = 2/[1 + (1 + \mathfrak{L}_B^2 \cos^4\beta)^{1/2}/(\sin\beta + \mathfrak{L}_B \cos^2\beta)] \tag{2.18}$$

Ayant les expressions pour η_e et η_{ea} on peut calculer les rendements totaux des différents types des transducteurs magnetostrictifs.

$$\eta_T|_{\omega_{0A},\,\omega_{0B}} = \eta_e|_{\omega_{0A},\,\omega_{0B}} \cdot \eta_{ea}|_{\omega_{0A},\,\omega_{0B}} \tag{2.19}$$

Les relations déduites jusqu'à présent sont particulièrement utiles pour le calcul des rendements des blocs ultrasoniques lorsqu'on connaît le type de transducteur qui est utilisé.

En représentant graphiquement les expressions (2.10), (2.11), (2.16), (2.17), (2.18) on obtient des nomogrammes généralement valables dont la lecture ne soulève aucune difficulté.

Un problème important qui se pose aux constructeurs des transducteurs est celui de trouver la forme optimum de celui-ci lorsque le transducteur doit fonctionner à un rendement maximum pour une certaine charge accoustique. Pour cela il faut expliciter les grandeurs $\mathfrak{L}_B$ et $\mathfrak{K}_B$ caractéristiques aux transducteurs utilisés à de grandes puissances et étudier le mode de variation du rendement en fonction de l'impédance de charge accoustique du milieu.

3. Les formes géométriques des transducteurs ultrasoniques magnétostrictifs de puissance

Du point de vue de la forme constructive il y a deux types fondamentaux de transducteurs magnétostrictifs utilisés à de grandes puissances (pour les applications technologiques (nommée transducteurs de type „I" (fig. 2a) et transducteurs de type „$\delta\Pi$" (fig. 2. b).

A cause de l'existence d'un plan de symétrie géométrique et phénoménologique l'étude du comportement des transducteurs autant du point de vue électrique que du point de vue mécanique peut être faite sur une seule section de ceux-ci.

La figure 3 présente les sections correspondant aux deux types de transducteurs ainsi que les notations qui seront utilisées par la suite.

Les facteurs $\mathfrak{L}_B$ et $\mathfrak{K}_B$ introduits dans le paragraphe précédent peuvent être explicités en fonction des formes et du type du transducteurs (Kikuchi, Csapo).

Ainsi, pour un transducteur de type „I" :

$$\mathcal{K}_B = \frac{\pi}{2}\Phi_{\mathcal{K}}\frac{\rho c_B}{\rho_a c_a}\cdot\frac{1}{Q_{0B}} \qquad \Phi_{\mathcal{K}} = (\alpha + k\beta)\mu_{me}$$

$$\mathcal{L}_B = \frac{2}{\pi}\Phi_{\mathcal{L}}\frac{1}{1+\mathcal{K}_B}\cdot\frac{\rho c_B}{\rho_a c_a}k_e^2 \qquad \Phi_{\mathcal{L}} = k\cos\frac{2\pi}{\lambda}c \simeq k\cos\frac{\pi}{4}\alpha \tag{3.1}$$

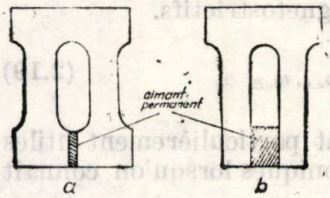


Fig. 2

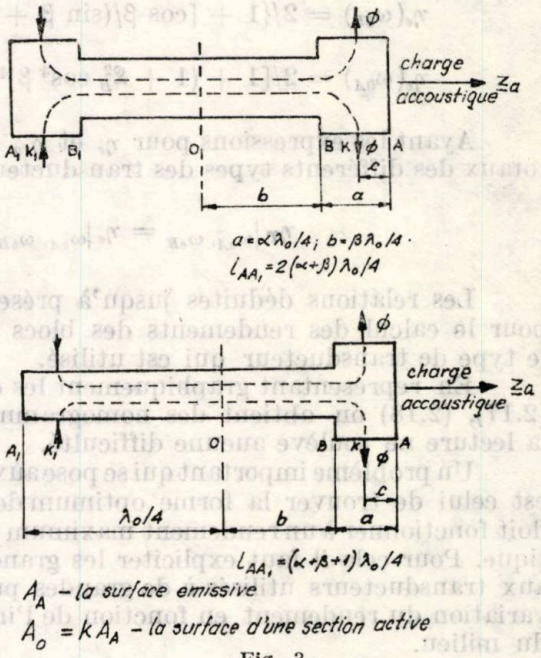


Fig. 3

où :

— $\rho_a c_a \simeq r_a/A_A$ = l'impédance accoustique spécifique du milieu ;
— $\rho c_B \simeq r_B/A_A$ = l'impédance spécifique du matériel du transducteur à la fréquence f_{0B}
— $k_e^2 = |\mu h^2/E|$ le facteur de couplage électromécanique.
— $h = B/\overline{T} = \overline{S}/H$ le coefficient de magéntostriction ;
— $\overline{H}$, B — le champ et l'induction magnétique
— $\overline{T}$, $\overline{S}$ — la tension et la déformation mécanique
— $\overline{\mu_{me}}$ — le coefficient de la masse équivalente ;
— $\overline{E} = E_1 - jE_2$ — le module d'élasticité complexe ;
— $\overline{Q_{0B}} = |E|/E_2$ — le facteur de qualité mécanique du matériel du transducteur à la fréquence f_{0B}.

Notant le terme $\rho_a c_a = u$, $\eta_{ea}(\omega_{0B})$ devient

$$\eta_{ea}(\omega_{0B}) = \beta_0 u/(u + \alpha_0)\,(u \sin\beta' + \alpha_0 \sin\beta' + \beta_0) \tag{3.2}$$

avec un maximum pour :

$$u_a^2 = \alpha_0^2 + \alpha_0\beta_0/\sin\beta' \simeq \alpha_0\beta_0/\sin\beta' \tag{3.3}$$

et

$$\eta_{ea}(\omega_{0A}) = \beta_0 u/\{\beta_0(u+\alpha_0) + [(u+\alpha_0)^2 + \beta_0^2\cos^2\beta']\sin\beta'\} \tag{3.4}$$

avec un maximum pour :

$$u_a'^2 = \alpha_0^2 + \beta_0^2\cos^2\beta' + \alpha_0\beta_0/\sin\beta' \simeq \beta_0^2\cos^2\beta' + \alpha_0\beta_0/\sin\beta' \tag{3.5}$$

La représentation qualitative de $\eta_{ea}(\omega_{0B})$ et $\eta_{ea}(\omega_{0A})$ en fonction de l'impédance spécifique du milieu est présentée dans la figure 4.

Les grandeurs α_0 et β_0 introduites dans les relations ci-dessus sont des fonctions de formes et paramètres physiques du transducteur :

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2}\Phi_{\mathcal{H}}\rho c_B/Q_{0B} \qquad \beta_0 = \frac{4}{\pi}\Phi_{\mathcal{L}_\alpha}\rho c_B k_e^2 \tag{3.6}$$

Pour trouver les dimensions optimales du transducteur (de type „I"), lorsque celui-ci devra travailler en un milieu caractérisé par l'impédance accoustique spécifique $u_a = \rho_a c_a$ il faudra déterminer d'abord les grandeurs α_0 et β_0.

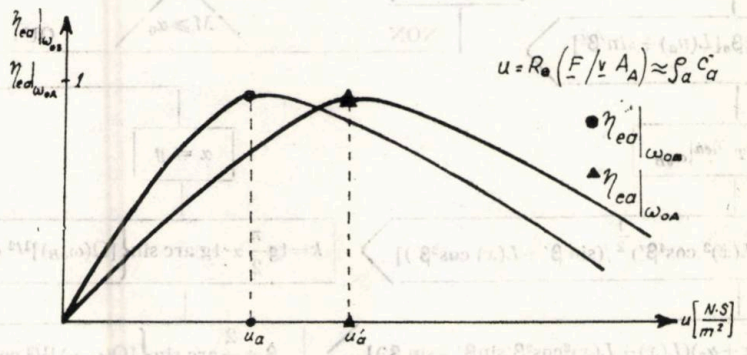


Fig. 4.

A cet effet on introduit une condition suplémentaire relative au rendement total du transducteur à la fréquence de résonnance f_{0B}.

$$\eta_e(\omega_{0B})\cdot\eta_{ea}(\omega_{0B}) = 0{,}9/(1+\mathcal{H}_B) \tag{3.7}$$

Des expressions (3.3) et (3.7) résultent les grandeurs α_0 et β_0 qui satisfont le système d'équations :

$$\begin{cases} \alpha_0^2 - u_a^2 + \alpha_0\beta_0/\sin\beta' = 0 \\ 0{,}9\left[(u_a+\alpha_0)\sin\beta' + \sqrt{(u_a+\alpha_0)^2 + 2(u_a+\alpha_0)\beta_0\sin\beta' + \beta_0^2}\right] - 1{,}1\beta_0 = 0 \end{cases} \tag{3.8}$$

ou $\beta' = \underline{/L_b}$, sa valeur étant considerée le même autant à la fréquence f_{0B} qu'à la fréquence f_{0B}.

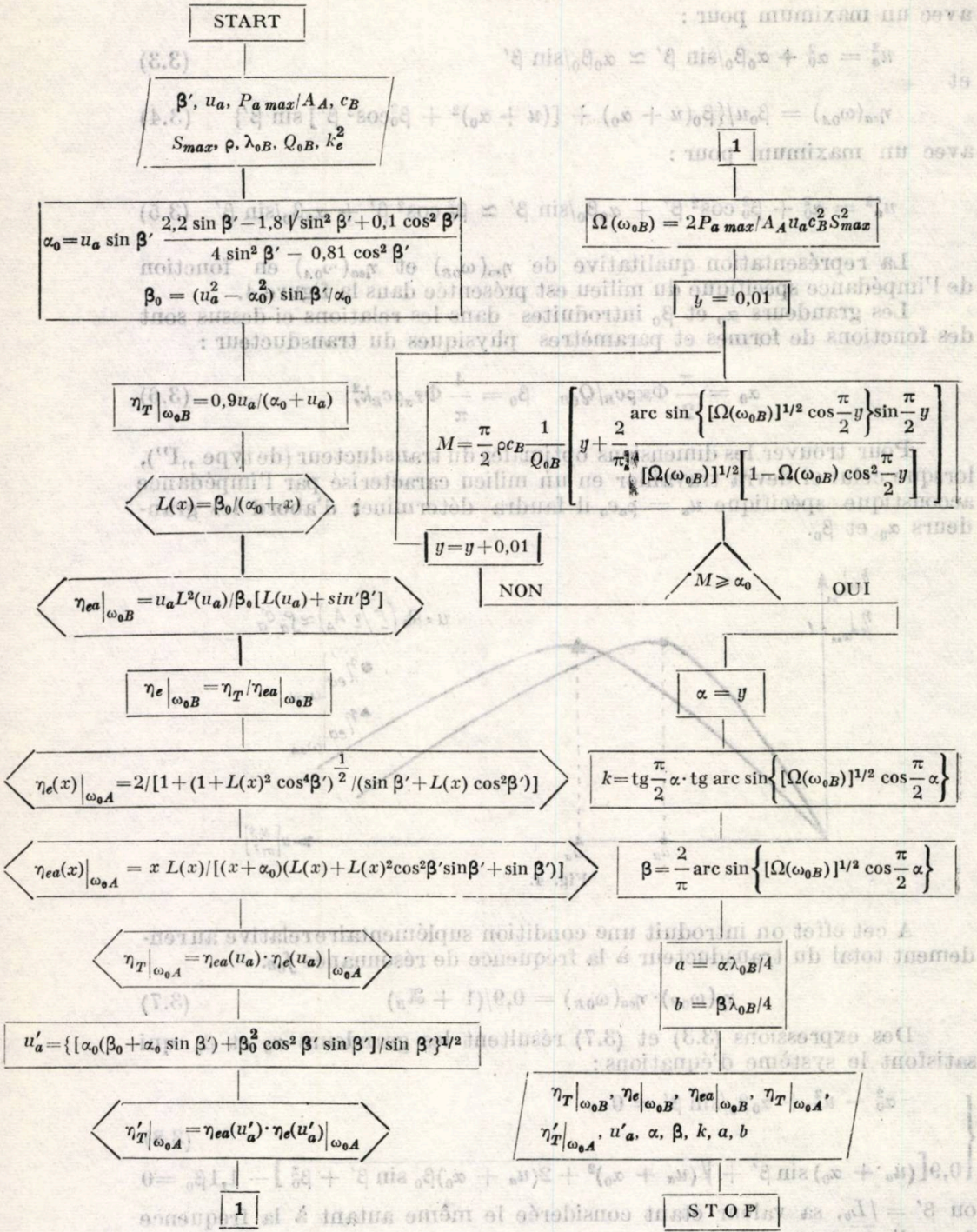

START
β′, u_a, $P_{a\,max}/A_A$, c_B
S_{max}, ρ, λ_{0B}, Q_{0B}, k_e^2
1
$\alpha_0 = u_a \sin\beta' \dfrac{2{,}2\sin\beta' - 1{,}8\sqrt{\sin^2\beta' + 0{,}1\cos^2\beta'}}{4\sin^2\beta' - 0{,}81\cos^2\beta'}$
$\beta_0 = (u_a^2 - \alpha_0^2)\sin\beta'/\alpha_0$
$\Omega(\omega_{0B}) = 2P_{a\,max}/A_A u_a c_B^2 S_{max}^2$
$y = 0{,}01$
$\eta_T\big|_{\omega_{0B}} = 0{,}9u_a/(\alpha_0 + u_a)$
$M = \dfrac{\pi}{2}\rho c_B \dfrac{1}{Q_{0B}}\left[y + \dfrac{2}{\pi}\dfrac{\text{arc sin}\left\{[\Omega(\omega_{0B})]^{1/2}\cos\frac{\pi}{2}y\right\}\sin\frac{\pi}{2}y}{[\Omega(\omega_{0B})]^{1/2}\left[1-\Omega(\omega_{0B})\cos^2\frac{\pi}{2}y\right]}\right]$
$L(x) = \beta_0/(\alpha_0 + x)$
$y = y + 0{,}01$
NON
$M \geqslant \alpha_0$
OUI
$\eta_{ea}\big|_{\omega_{0B}} = u_a L^2(u_a)/\beta_0[L(u_a) + \sin\beta']$
$\eta_e\big|_{\omega_{0B}} = \eta_T/\eta_{ea}\big|_{\omega_{0B}}$
$\alpha = y$
$\eta_{ea}(x)\big|_{\omega_{0A}} = 2/[1 + (1 + L(x)^2\cos^4\beta')^{\frac{1}{2}}/(\sin\beta' + L(x)\cos^2\beta')]$
$k = \text{tg}\dfrac{\pi}{2}\alpha \cdot \text{tg arc sin}\left\{[\Omega(\omega_{0B})]^{1/2}\cos\dfrac{\pi}{2}\alpha\right\}$
$\eta_{ea}(x)\big|_{\omega_{0A}} = x\,L(x)/[(x+\alpha_0)(L(x)+L(x)^2\cos^2\beta'\sin\beta' + \sin\beta')]$
$\beta = \dfrac{2}{\pi}\text{arc sin}\left\{[\Omega(\omega_{0B})]^{1/2}\cos\dfrac{\pi}{2}\alpha\right\}$
$\eta_T\big|_{\omega_{0A}} = \eta_{ea}(u_a)\cdot\eta_e(u_a)\big|_{\omega_{0A}}$
$a = \alpha\lambda_{0B}/4$
$b = \beta\lambda_{0B}/4$
$u'_a = \{[\alpha_0(\beta_0 + \alpha_0\sin\beta') + \beta_0^2\cos^2\beta'\sin\beta']/\sin\beta'\}^{1/2}$
$\eta_T\big|_{\omega_{0B}}$, $\eta_e\big|_{\omega_{0B}}$, $\eta_{ea}\big|_{\omega_{0B}}$, $\eta_T\big|_{\omega_{0A}}$,
$\eta'_T\big|_{\omega_{0A}}$, u'_a, α, β, k, a, b
$\eta'_T\big|_{\omega_{0A}} = \eta_{ea}(u'_a)\cdot\eta_e(u'_a)\big|_{\omega_{0A}}$
1
STOP

Fig. 5.

Les grandeurs α_0 et β_0 une fois déterminées on peut calculer $\eta_{ea}(\omega_{0B})$, $\eta_{eT}(\omega_{0B})$, $\eta_{ea}(\omega_{0A})$, $\eta_e(\omega_{0A})$, $\eta_T(\omega_{0A})$.

On peut également trouver l'impédance accoustique spécifique pour laquelle $\eta_e(\omega_{0A})$ est maximum, utilisant la relation (3.5)

Le pas suivant à faire se rattache à la détermination des dimensions géométriques du transducteur, c'est-a dire des paramètres α, β et k. On introduit pour cela une nouvelle condition supplémentaire qui dérive de l'expression de la puissance émissive maximum du transducteur.

$$P_{e\,max}/A_A = \frac{1}{2} u_a c_B^2 \Omega(\omega_{0B}) S_{max}^2 \tag{3.9}$$

ou :

— $P_{e\,max}$ — la puissance accoustique maximum émise dans le milieu
— A_A — la surface émissive du transducteur ;
— $\Omega(\omega_{0B})$ — le facteur de forme du transducteur ;

$$\Omega(\omega_{0B}) = \left(\sin\frac{\pi}{2}\beta/\cos\frac{\pi}{2}\alpha\right)^2 \tag{3.10}$$

— S_{max} — la déformation maximum admissible; $S_{max} = T_{max}/|E|$
— T_{max} — la tension mécanique maximum admissible en une section normale par rapport à la direction de déplacement de l'onde;

Fixant une certaine valeur à la densité de puissance il résulte de la relation (3.9) la valeur du facteur de forme $\Omega(\omega_{0B})$ donc une condition supplémentaire pour les grandeurs α et β.

Après avoir déterminé les grandeurs α, β et k, les dimensions géométriques du transducteur sont calculées avec les relations :

$$a = \alpha \cdot \lambda_0/4\,; \quad b = \beta\lambda_0/4 \tag{3.12}$$

Ce mode d'optimisation du transducteur piézomagnétique suppose que les grandeurs physiques qui caractérisent le matériel sont connues; il en résulte les dimensions optimes.

L'organigramme concernant la détermination des rendements de fonctionnement et des dimensions géométriques d'un transducteur de type „Π" est présenté dans la figure 5.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ashcroft, N. W.* Solid State Physics N. Y., Chicago, Rinehart and Winston 1976.
2. *Kikuchi Yoshimitsu.* Ultrasonic transducers, Tohoku University Electronics Series, Corona Publishing Co. Ldt., Tokio, 1969.
3. *Nicolau, Edm., Drimer, D., Csapo Gh.*, Contribuţii la studiul distribuţiilor vitezelor de vibraţie a traductoarelor ultrasonice, Sesiunea de Comunicări a Comisiei de acustică a Academiei R.S.R., dec. 1978.
4. *Nowacki, W.* Magnetoelectricity, Seminar CISM, Udine, 1977.

Optimizarea formei geometrice a traductoarelor ultrasonice magnetostrictive de putere.

Se prezintă modul de variaţie al randamentului electroacustic, electric şi total în funcţie de frecvenţă pentru traductoarele ultrasonice magnetostrictive de putere, precum şi o metodă originală de optimizare a formei acestora plecînd de la impedanţa acustică specifică a mediului de lucru.

Les grandeurs α_0 et β_0 une fois déterminées on peut calculer $\gamma_{ea}(\omega_{0A})$, $\gamma_{ra}(\omega_{0A})$, $\gamma_{ma}(\omega_{0A})$, $\gamma_{sa}(\omega_{0A})$, $\gamma_{da}(\omega_{0A})$.

On peut également trouver l'impédance acoustique spécifique pour laquelle $\gamma_a(\omega_{0A})$ est maximum, utilisant la relation (3.5).

Le pas suivant à faire se rattache à la détermination des dimensions géométriques du transducteur, c'est-à-dire des paramètres α, β et k. On introduit pour cela une nouvelle condition supplémentaire qui dérive de l'expression de la puissance émissive maximum du transducteur.

$$P_{emax}/A_A = \frac{1}{2} w_0 c_0^2 \Omega(\omega_{0A}) S_{max}^2 \tag{3.9}$$

où :

— P_{emax} — la puissance acoustique maximum émise dans le milieu ;
— A_A — la surface émissive du transducteur ;
— $\Omega(\omega_{0A})$ — le facteur de forme du transducteur ;

$$\Omega(\omega_{0A}) = \left(\sin\frac{\pi}{2}\beta|\cos\frac{\pi}{2}\alpha\right)^2 \tag{3.10}$$

— S_{max} — la déformation maximum admissible ; $S_{max} = T_{max}/|E|$
— T_{max} — la tension mécanique maximum admissible en une section normale par rapport à la direction de déplacement de l'onde ;

Fixant une certaine valeur à la densité de puissance il résulte de la relation (3.9) la valeur du facteur de forme $\Omega(\omega_{0A})$ donc une condition supplémentaire pour les grandeurs α et β.

Après avoir déterminé les grandeurs α, β et k, les dimensions géométriques du transducteur sont calculées avec les relations :

$$a = \alpha \cdot \lambda_0/4 \; ; \quad b = \beta\lambda_0/4 \tag{3.12}$$

De mode d'optimisation du transducteur piézomagnétique suppose que les grandeurs physiques qui caractérisent le matériel sont connues ; il en résulte les dimensions optimes.

L'organigramme concernant la détermination des rendements de fonctionnement et des dimensions géométriques d'un transducteur de type „II" est présenté dans la figure 5.

BIBLIOGRAFIE

1. Alvarez, N. W. Solid State Physics. N. Y., Chicago, Hinehart and Winston 1976.
2. Kikuchi, Yoshinobu. Ultrasonic Transducers. Tokelin Universitty Electronic Series, Corona Publishing Co. Ltd., Tokio, 1969.
3. Nowotny, Peter, Primer, D., Cooper (A.). Contribuții la studiul difuziunii vitezelor de vibrație a traductoarelor ultrasonice. Sesiunea de Comunicări a Consiliul de acustică a Academiei R.S.R., dec. 1978.
4. Neagoe, N. Magnetoelectricity. Seminar CISM, Udine, 1977.

Optimizarea formei geometrice a traductoarelor ultrasonice magnetostrictive de putere.

Se prezintă modul de variație al randamentului electroacustic, electric al total în funcție de frecvență pentru traductoarele ultrasonice magnetostrictive de putere, precum și o metodă originală de optimizare a formei acestora pentru de la impedanța acustică specifică a mediului de lucru.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

REZISTENȚA MATERIALELOR

c.z.: 621.822
621—567

ON THE EFFECT OF BEARING DAMPING ON CRITICAL SPEEDS OF FLEXIBLE ROTORS

MIRCEA RADEȘ

The unbalance response of the so-called Laval-type rotor, on flexible damped isotropic bearings, is analysed to show that real critical speeds may be much higher than the undamped critical speeds calculated using a simplified computer program.

Introduction

Many existing computer programs, for the calculation of flexible rotor unbalance response, still use a simplified model neglecting any kind of damping. This model may lead to serious errors because the corresponding undamped critical speeds do not coincide with the speeds at which the maximum whirl amplitudes occur in the real system. It is common practice to use calculated undamped critical speeds as obtained by an eigenvalue problem or a Prohl method computer program, but much less common to perform unbalance response calculations.

The effects of the bearing film damping on the critical speeds of rotor-bearing systems have been elucidated by Lund and Sternlicht [1], Lund and Orcutt [2] and an improved computer program has been written [3] which is now being used with success in predicting the unbalance critical speeds.

In this paper, the analysis of the unbalance response of a single-disk symmetrical rotor, supported by isotropic bearings, is used to show the influence of bearing damping on the critical speeds. The system can be modelled by a three-element combination of a spring in series with a parallel spring and dashpot, whose dynamic response has been analysed in detail by Ruzicka [4].

Manuscript received 14 March 1980
* Lecturer dr. eng., Chair Strength of Materials

1. Analysis

Assume that the rotor is a cylindrical shaft of negligible mass, having a centrally located thin disk and supported by two identical isotropic bearings (Fig. 1). System symmetry implies the excitation of only translational whirl modes in the forced motion due to unbalance.

In order to simplify the analysis, the bearing spring and damping coefficients are assumed to be the same in all directions, neglecting the cross-coupling terms. This applies in the case of the four-pad bearings loaded between the pivots, and leads to circular whirl orbits.

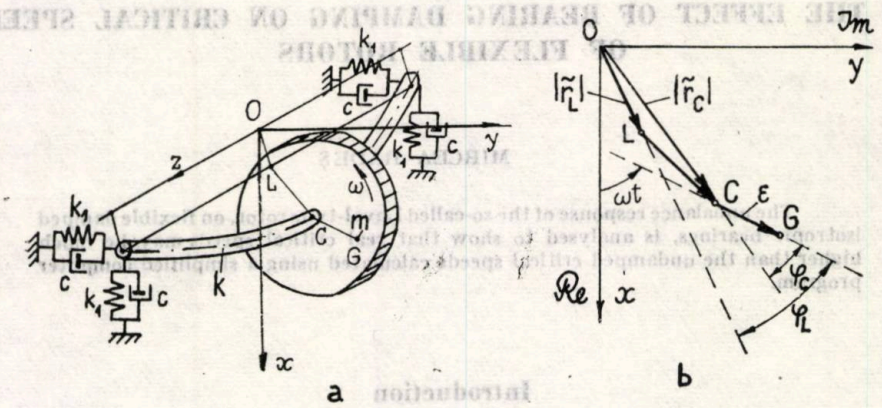


Fig. 1

The rotor motion is defined by the displacement of points G, C and L, relative to a fixed Cartesian coordinate system (Fig. 1). Point G is the disk centre of mass, point C is the shaft cross-section centre at the disk, and point L is the intersection of the line connecting the bearing centres, with the disk. The origin of the coordinate system coincides with the static equilibrium position of point C.

Denote m — the disk mass, k — the shaft stiffness, k_1 — the bearing stiffness, and c — the bearing coefficient of viscous damping. The internal damping in the shaft and other sources of external damping are neglected. The disk rotates with the angular velocity ω around point C.

The following equations of motion can be written for the shaft

$$\begin{aligned} 2\,c\dot{x}_L + 2k_1x_L &= k(x_C - x_L), \\ 2\,c\dot{y}_L + 2\,k_1y_L &= k(y_C - y_L) \end{aligned} \tag{1}$$

and for the disk

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_G + k(x_C - x_L) &= 0, \\ m\ddot{y}_G + k\,(y_C - y_L) &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

where

$$x_G = x_C + \varepsilon \cos \omega t,$$
$$y_G = y_C + \varepsilon \sin \omega t, \tag{3}$$

and $\varepsilon = \overline{CG}$ is the mass eccentricity of the disk.

Using the complex notation

$$r_L = x_L + iy_L, \quad r_C = x_C + iy_C, \quad r_G = x_G + iy_G, \tag{4}$$

equations (1)—(3) may be written as

$$2c\dot{r}_L + 2k_1 r_L + k(r_L - r_C) = 0, \tag{5}$$

$$m\ddot{r}_C + k(r_C - r_L) = m\varepsilon\omega^2 e^{i\omega t}.$$

Denote

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{6}$$

the natural frequency of the flexible rotor on rigid supports,

$$N = \frac{k}{2k_1} \tag{7}$$

the ratio of the shaft stiffness to the total stiffness of bearings (connected in parallel) and

$$\zeta = \frac{(2c)}{2m\omega_n} = \frac{2c}{2\sqrt{km}} \tag{8}$$

the ratio between the total damping coefficient of bearings and the critical damping coefficient of the shaft.

Using the notations (6)—(8), equations (5) become

$$2\zeta\omega_n\dot{r}_L + \frac{1}{N}\omega_n^2 r_L + \omega_n^2(r_L - r_C) = 0, \tag{9}$$

$$\ddot{r}_C + \omega_n^2(r_C - r_L) = \varepsilon\omega^2 e^{i\omega t}.$$

The complementary solution to this set of coupled differential equations may be obtained by setting $\varepsilon = 0$ and assuming solutions of the form

$$r_L(t) = R_L e^{\lambda t}, \quad r_C(t) = R_C e^{\lambda t}, \tag{10}$$

Substitution of (10) into equations (9) yields the homogeneous algebraic set of equations

$$\begin{aligned} \left(2\zeta\omega_n\lambda + \frac{1}{N}\omega_n^2 + \omega_n^2\right)R_L - \omega_n^2 R_C = 0, \\ -\omega_n^2 R_L + (\lambda^2 + \omega_n^2)R_C = 0. \end{aligned} \tag{11}$$

The condition to have nontrivial solutions leads to the characteristic equation

$$\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^3 + \frac{N+1}{2\zeta N}\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^2 + \frac{\lambda}{\omega_n} + \frac{1}{2\zeta N} = 0. \tag{12}$$

When $\zeta = 0$, the solution is $\frac{\lambda}{\omega_n} = \mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{N+1}}$, yielding the critical angular speed of the rotor on undamped elastic supports

$$\omega_{cl} = \frac{\omega_n}{\sqrt{N+1}}. \tag{13}$$

For $\zeta \neq 0$, equation (12) can be written under the form

$$\left(\frac{\lambda}{\omega_n} + A\right)\left(\frac{\lambda^2}{\omega_n^2} + 2B\frac{\lambda}{\omega_n} + B^2 + C^2\right) = 0,$$

having one real negative root $\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right) = -A$ and to complex conjugate roots with negative real parts $\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)_{2,3} = -B \pm \mathrm{i}C$.

The damped critical angular velocity, corresponding to the perfectly balanced rotor, is

$$\omega_d = C\,\omega_n. \tag{14}$$

In order to analyse the steady-state synchronous motion due to unbalance, particular solutions are assumed of the form

$$r_C(t) = \tilde{r}_C e^{\mathrm{i}\omega t},\ r_L(t) = \tilde{r}_L e^{\mathrm{i}\omega t}, \tag{15}$$

where $\tilde{r}_C$ and $\tilde{r}_L$ are in general complex quantities, dep ending on the angular speed ω and the system parameters.

Inserting equations (15) into (9), two algebraic equations are obtained

$$\left(\frac{1}{N} + 1 + \mathrm{i}2\zeta\eta\right)\bar{r}_L - \bar{r}_C = 0, \tag{16}$$

$$-\bar{r}_L + (1 - \eta^2)\bar{r}_C = \varepsilon\eta^2,$$

where

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_n}. \tag{17}$$

The solutions of equations (16) are

$$\bar{r}_L = \frac{\varepsilon\eta^2}{\frac{1}{N} - \left(\frac{1}{N} + 1\right)\eta^2 + \mathrm{i}\,2\zeta\eta(1 - \eta^2)} = |\bar{r}_L|e^{-i\varphi_L}, \tag{18}$$

$$\bar{r}_C = \frac{\varepsilon\left[\left(\frac{1}{N} + 1\right)\eta^2 + \mathrm{i}2\zeta\eta^3\right]}{\frac{1}{N} - \left(\frac{1}{N} + 1\right)\eta^2 + \mathrm{i}2\zeta\eta(1 - \eta^2)} = r_C|e^{-i\varphi_C} \tag{19}$$

The complex quantities $\bar{r}_L$ and $\bar{r}_C$ can be represented as (rotating) vectors in the complex plane (Fig. 1.b). As tg $\varphi_L \neq$ tg φ_C, the points O, L, C and G are not colinear.

Th expression of $|\bar{r}_C|/\varepsilon$ can be written under the form

$$\left(\frac{|\bar{r}_C|}{\varepsilon}\right)^2 = \psi^2 = \frac{C_1 + \zeta^2 C_2}{C_3 + \zeta^2 C_4} \tag{20}$$

where

$$C_1 = \left(\frac{N+1}{N}\right)^2\eta^4, \quad C_2 = 4\eta^6, \tag{21}$$

$$C_3 = \left(\frac{1}{N} - \frac{N+1}{N}\,\eta^2\right)^2, \quad C_4 = 4\eta^2(1 - \eta^2)^2.$$

Equation (20) can be written as

$$C_3\psi^2 - C_1 + (C_4\psi^2 - C_2)\zeta^2 = 0. \tag{22}$$

All curves represented by equation (22) are passing through the crossing point of the curves

$$C_3\psi^2 - C_1 = 0, \qquad C_4\psi^2 - C_2 = 0, \tag{23}$$

which can be expressed as

$$\psi = \sqrt{\frac{C_1}{C_3}}, \quad \psi = \sqrt{\frac{C_2}{C_4}},$$

or

$$\frac{|\tilde{r}_C|}{\varepsilon} = \frac{\eta^2}{\left|\frac{1}{N+1} - \eta^2\right|} \tag{24}$$

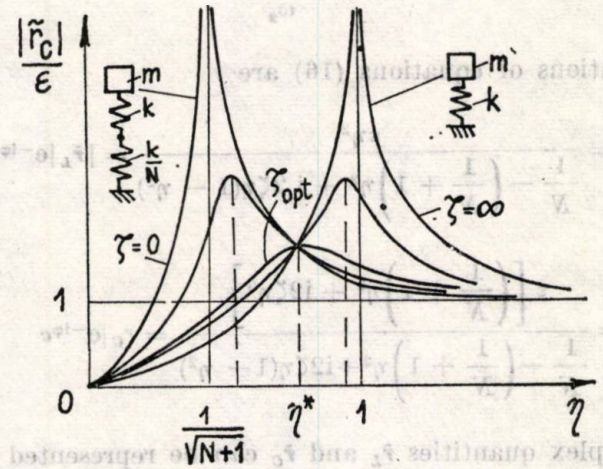


Fig. 2

and

$$\frac{|\tilde{r}_C|}{\varepsilon} = \frac{\eta^2}{|1-\eta^2|}. \tag{25}$$

Equation (24) represents the curve (22) of parameter $\zeta = 0$. Equation (25) represents the curve (22) of parameter $\zeta = \infty$. The two curves intersect (Fig. 2) at a value of the frequency ratio equal to

$$\eta^* = \sqrt{\frac{N+2}{2(N+1)}}. \tag{26}$$

The crossing point has an ordinate

$$\frac{|\tilde{r}_C^*|}{\varepsilon} = \frac{N+2}{N}. \tag{27}$$

It is possible to derive an optimum value of ζ, which is chosen so that the maximum of the response curve occurs at the frequency $\eta^*\omega_n$.

It has the expression

$$\zeta_{opt} = \frac{N+1}{N\sqrt{2(N+2)}}. \tag{28}$$

The maximum value of the radius $|\bar{r}_C|$ of the circular orbit of point C is obtained from condition $\frac{d|\bar{r}_C|}{d(\eta^2)} = 0$, which yields the equation

$$-16\zeta^4\eta^6 + 4\zeta^2\left[4\zeta^2 - \frac{2}{N}\left(1+\frac{1}{N}\right)\eta^4 + \left[\left(1+\frac{2}{N}+\frac{4}{N^2}\right)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times 2\zeta^2 - \frac{1}{N}\left(1+\frac{1}{N}\right)^3\right]\eta^2 + \frac{(N+1)^2}{N^4}\right] = 0. \tag{29}$$

Let $\eta_C = \frac{\omega_C}{\omega_n}$ be its real positive solution.

The peak value of the radius $|\bar{r}_L|$ described by the bearing center is obtained from condition $\frac{d|\bar{r}_L|}{d(\eta^2)} = 0$ which leads to the equation

$$2\zeta^2\eta^6 - \left[2\zeta^2 - \frac{1}{N}\left(1+\frac{1}{N}\right)\right]\eta^2 - \frac{1}{N^2} = 0. \tag{30}$$

Let $\eta_L = \frac{\omega_L}{\omega_n}$ be the real positive solution.

The quantities ω_C and ω_L are called *unbalance critical angular speeds.* Generally

$$\omega_{el} < \omega_d < \omega_L < \omega_C < \omega_n \tag{31}$$

as may be seen from the example below.

2. Numerical Results

Figure 3 is a graphical presentation of the variation of $|\bar{r}_C|/\varepsilon$ with η for $N = 1$ and different values of ζ. The critical angular speed ω_C varies with ζ from 0.707 ω_n at $\zeta = 0$ to ω_n at $\zeta = \infty$. Figure 4 shows the variation of $|\bar{r}_L|/\varepsilon$ with η. The unbalance critical speeds differ significantly from of value corresponding to the undamped case and also from the damped critical speed.

Consider a rotor having the following characteristics: the disk mass $m = 500$ kg; the shaft stiffness $k = 2 \cdot 10^6 N/\text{cm}$; the bearing stiffness $k_1 = 10^6 \text{N/cm}$; the bearing viscous damping coefficient $c = 3162.25$ N s/cm.

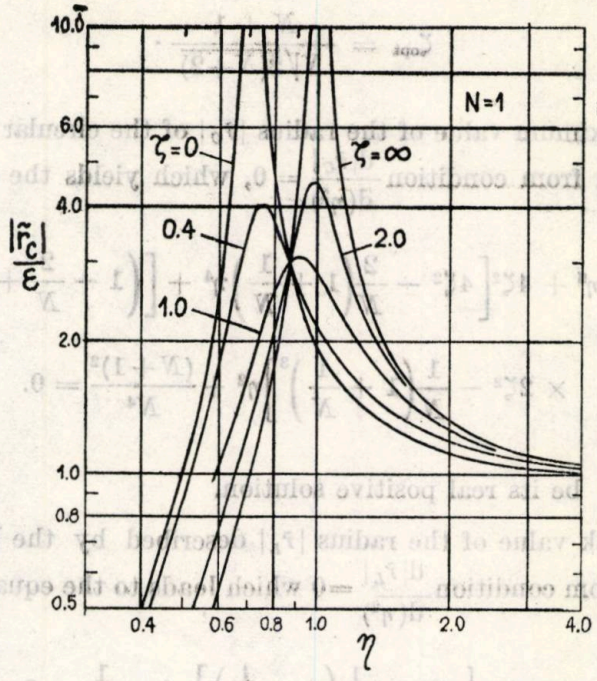

10.0
6.0
4.0
2.0
1.0
0.8
0.5
N=1
ζ=0
ζ=∞
0.4
2.0
1.0
$\frac{|\tilde{r}_C|}{\varepsilon}$
0.4
0.6
0.8
1.0
2.0
4.0
η

Fig. 3

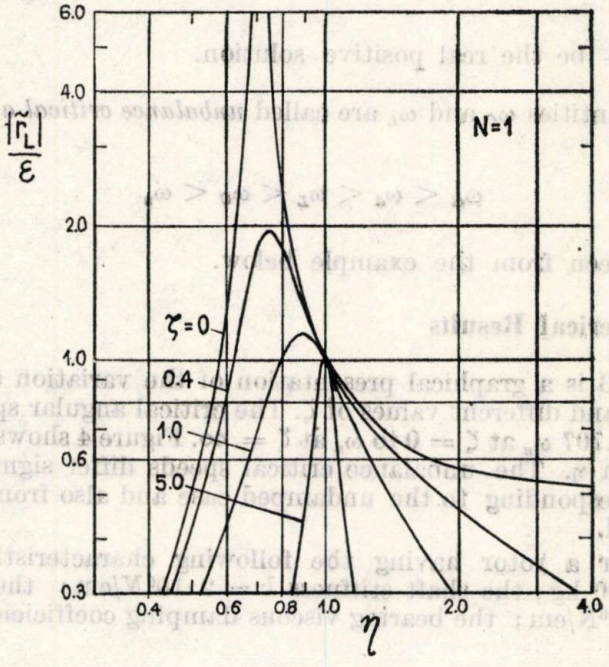

6.0
4.0
2.0
1.0
0.6
0.3
N=1
ζ=0
0.4
1.0
5.0
$\frac{|\tilde{r}_L|}{\varepsilon}$
0.4
0.6
0.8
1.0
2.0
4.0
η

Fig. 4

The numerical values of parameters (6)—(8) are

$$\omega_n = \sqrt{k/m} = 632.45 \text{ rad/s}; \quad \zeta = 1.0; \quad N = 1.0.$$

The angular velocity given by equation (13) is $\omega_{el} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_n = 447.2$ rad/s.

The rotor critical speed on rigid bearings is

$$n_n = \frac{30\,\omega_n}{\pi} = 6040 \text{ rpm.}$$

The rotor critical speed on elastic undamped bearings is $n_{el} = 4270$ rpm.

Equation (12) can be written as $\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^3 + \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right) + \frac{1}{2} = 0$ and has the roots $\frac{\lambda_1}{\omega_n} = -0.6478$; $\frac{\lambda_{2,3}}{\omega_n} = -0.1761 \pm i\ 0.8607$ so that $\omega_d = 0.8607\ \omega_n = 544.35$ rad/s. The so-called damped critical speed is $n_d = 5198$ rpm.

Equation (19) becomes $-8\,\eta^6 + 3\,\eta^2 + 2 = 0$ having the root $\omega_C = 0.9076\ \omega_n = 574.0$ rad/s. The shaft unbalance critical speed is $n_C = 1.28\ n_{el} = 5481$ rpm.

Equation (20) becomes $2\eta^6 - 1 = 0$ and yields $\omega_L = 0{,}8909\ \omega_n = 563{,}4$ rad/s. The bearing unbalance critical speed is $n_L = 1.26 n_{el} = 5380$ rpm.

A similar calculation has been done by Kirlan [5] but some of its results and conclusions are wrong due to an error in the condition of maximum for $|\bar{r}_C|$.

3. Discussion

The bearing film damping can significantly affect the rotor critical speeds. While bearing elasticity lowers the critical speeds, the bearing damping increases them. Hence, conventional critical calculation programs, neglecting bearing damping, will give values of critical speeds which are lower than the real ones.

This tendency may be simply explained replacing the rotor-bearing system from figure 1 by the lumped-parameter model shown in figure 5.

When $c = \infty$, the lower spring is blocked and $r_L = 0$. The natural frequency is $\omega_n = \sqrt{k/m}$. When $c = 0$, the springs are connected in series, having an equivalent stiffness $k/\sqrt{N+1}$. The natural frequency is $\omega_{el} = \omega_n/\sqrt{N+1}$. For intermediary values of the damping coefficient, the resonance frequency lies between ω_{el} and ω_n (Fig. 2) [6].

The model from figure 5 can be replaced by the equivalent model from figure 6, having only one spring and a dashpot in parallel. The equivalent stiffness constant k_{ech} and the equivalent damping coefficient c_{ech} can be expressed in terms of the parameters of the model from figure 5,

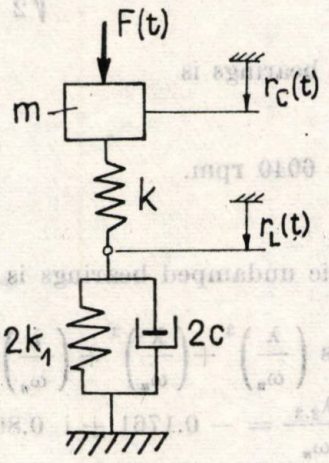


Fig. 5

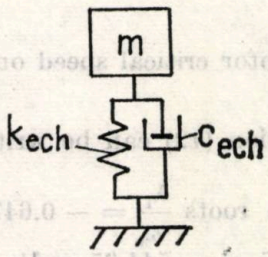


Fig. 6

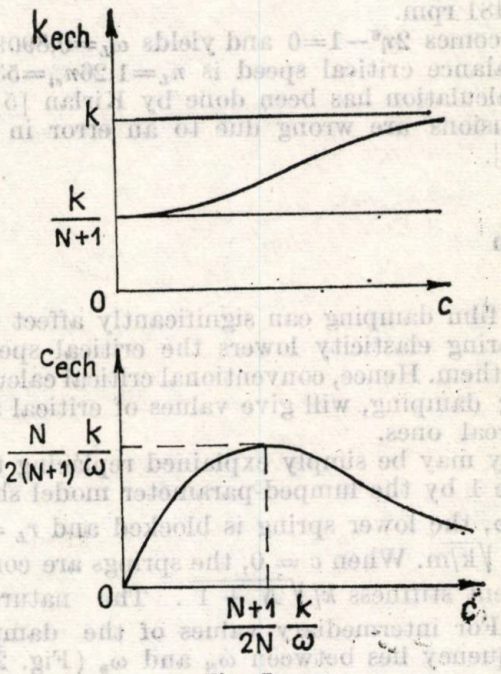


Fig. 7

starting from the condition that both models have the same complex stiffness $\bar{k}$:

$$\bar{k} = k_{ech} + i\omega c_{ech} = \frac{1}{\dfrac{1}{k} + \dfrac{1}{\dfrac{k}{N} + i\,2c\omega}} \tag{32}$$

From equation (32) one obtains

$$k_{ech} = k\,\frac{k^2\dfrac{N+1}{N^2} + 4\omega^2c^2}{k^2\dfrac{(N+1)^2}{N^2} + 4\omega^2c^2}, \qquad c_{ech} = \frac{2c\,k^2}{k^2\dfrac{(N+1)^2}{N^2} + 4\omega^2c^2}.$$

The variation of these quantities as a function of the damping coefficient c is shown in figure 7. The stiffness k_{ech} increases with c so that the system resonance frequency $\sqrt{k_{ech}/m}$ increases with c. This simply explains the increase of unbalance critical speeds with the bearing film damping.

Conclusion

Undamped critical speed calculations cannot accurately identify the speeds at which maximum whirl orbits occur. The unbalance response of rotor-bearing systems, calculated including the effects of bearing damping, reveals the correct critical speeds, which are greater than those calculated for the corresponding undamped system.

This is due to the stiffening effect of bearing damping and may be simply explained analysing the frequency-response of a three-element combination of a spring placed in series with a parallel spring and dashpot.

Differences have also been found between the unbalance critical speeds and the damped critical speeds. This suggests that critical speeds calculated from the eigen values of the rotor on damped bearings are not the speeds at which maximum vibration amplitudes occur.

REFERENCES

[1] *Lund, J W., Sternlicht, B.*, Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, *84*, Series *D*, 491–502 (1962).

[2] *Lund, J. W., Orcutt, F.K.*, Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 785–796 (Nov. 1967).

[3] * * * Analiza funcţionării lagărelor şi dinamicii ansamblului rotor-lagăre pentru un ventilator de gaze arse de 500 m³/s şi elaborarea unei metodologii de echilibrare a rotorului ventilatorului, I.P.B., sept. 1979.
[4] *Ruzicka, J.E.*, Forced Vibration in Systems With Elastically Supported Dampers, Master thesis, M.I.T., Cambridge, Mass., June 1957.
[5] *Kirlan, P.*, Hydrocarbon Processing, *56*, 209—212 (May 1977).
[6] *Ruzicka, J.E., Cavanaugh, R.D.*, Machine Design, *30*, *21*, 114—121 (Oct. 1958).

Efectul amortizării lagărelor asupra turaţiilor critice ale rotorilor elastici

Se analizează mişcarea sub influenţa dezechilibrului, a unui rotor simetric cu un disc, rezemat pe lagăre izotrope cu amortizare. Se dă o explicaţie simplă faptului că turaţiile critice reale pot fi mult mai mari decît cele calculate pe baza unui model simplificat, în care se neglijează amortizarea filmului de lubrifiant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, il primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

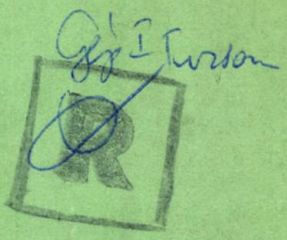
L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1981 APR 3. U.

Lei 20

F 1130/3



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 4 ANUL 1980
OCTOMBRIE—DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) : Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM Import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

Odetta Mălăncioiu
Asupra proceselor markoviene discrete 3

A. Stan, Tatiana Stănăşilă
Quelques aspects concernant le degré de gêne du bruit produit par le trafic routier 9

MECANICĂ

R. Voinea, F. Simion
Cercetări privind comportarea la vibraţii a maşinilor-unelte 15

TERMOTEHNICĂ

Marieta Grigoriu, Stanca Trifan, S. Petrescu, V. Radcenco
Instalaţie frigorifică periodică cu absorbţie, utilizînd energia solară. 27

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

B. Grünwald, Nguyen Van Lap
Calculul traiectoriei jetului de combustibil într-un curent de aer cu mişcare de vîrtej 41

CAZANE

C. Neaga
Dinamica arderii particulei de lignit cu considerarea degajării şi arderii substanţelor volatile 51

AERONAVE

V. Stanciu
Asupra unei metode de calcul a caracteristicii dispozitivelor de admisie supersonice plane, de tip Pitot. 61

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

F. Drăgănescu, Gh. Sindilă, Gh. Zgură
Studiul influenţei jocului dintre poanson şi placa activă asupra calităţii pieselor ştanţate 76

N. Stere
Proiectarea roţilor dinţate şi utilizarea raţională a materialului. 73

D. Stanomir, Gh. Csapo
Resonance Phenomena in Lossy Magnetostrictive Transducers. I. Resonance Frequencies 93

TEHNOLOGIA MATERIALELOR

N. Atanasiu
Optimizarea profilului concentratoarelor ultrasonice. 95

RECENZIE

D. Filipescu
Luis A. Santaló : Integral Geometry and Geometric Probability 105

SUMAR

MATEMATICĂ

Ovidiu Maimuțeiu
Asupra proiecției ortogonale diferite 3

A. Stan, Tatiana Stănășilă
Unele spații conexe raportat la drept produs pe treile conice 9

MECANICĂ

R. Voiculescu, F. Simion
Corecții privind comportarea în vibrații a pompelor-motor 15

TERMOTEHNICĂ

Mioriția Grigoriu, Stanca Tritean, S. Petrescu, V. Badescu
Instalație frigorifică perfecționată cu absorbție, utilizând energia solară. 27

NOTIUNI DE ANALIZĂ INTERNĂ

B. Crăciunescu, Nguyen Van Lap
Calculul termic pentru un curent de aer cu mișcare de vârtej 41

CAZANE

C. Neagu
Diagrama arderii pentru cărbunii de Oltul cu considerarea degajării și arderii substanțelor volatile 51

ȘANTIERE

V. Stanciu
Despre unele metode de calcul a caracteristicii dispozitivelor de ridicat suspendate sunete plane, de tip Tifel. 61

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

I. Dăgănescu, Gh. Sinoiță, Gh. Zgură
Studiul influenței locale dintre ponson și placa matriță asupra calității piesei ștanțate 75

N. Stere
Precizarea rețelor dinților și utilizarea rațională a materialului. 79

D. Stănescu, Gh. Cârpo
Necesitatea Fenomenului în Legea Magnetostrictivă Transductorii. I. Noțiunea Frecvențelor 85

TEHNOLOGIA MATERIALELOR

N. Atanasiu
Optimizarea prelucrării concentratoarelor ultrasonice. 95

ELECTRICE

D. Mihăescu
Luis A. Santaló - Integral Geometry and Geometric Probability 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

MATEMATICĂ

C. Z.: 512.831

ASUPRA PROCESELOR MARKOVIENE DISCRETE

ODETTA MĂLĂNCIOIU *

Se consideră un proces markovian vectorial discret cu două stări şi se dau unele rezultate referitor la caracteristici statistice ale procesului. Se obţin rezultate de tip asimptotic şi se extind în acest mod consideraţii similare din cazul discret simplu.

Fie cîmpul de probabilitate (Ω, K, P) în care considerăm un proces markovian discret ξ_t cu două stări, avînd un caracter markovian

$$\xi_t(\omega) = \begin{bmatrix} \xi_t^1(\omega) \\ \xi_t^2(\omega) \\ \vdots \\ \xi_t^n(\omega) \end{bmatrix}$$

astfel încît $\xi^1, \xi^2, \ldots, \xi^n$ să ia numai valorile A_1 şi A_2.

Facem ipoteza că pentru orice h, $h = \overline{1, n}$, ξ^h trece de la valoarea A_1 la valoarea A_2 (respectiv de la A_2 la A_1) în intervalul de timp Δt cu probabilitatea $\lambda_h \Delta t + 0(\Delta t)$, (respectiv $\mu_h \Delta t + 0(\Delta t)$). Pentru oricare două momente t_0, t cu $t > t_0$ şi pentru orice k fixat, notăm

$$\pi_{ij}^k(t_0, t) = P\{\xi_t^k(\omega) = A_j / \xi_{t_0}^k(\omega) = A_i\} \quad 1 \leqslant i, \quad j \leqslant 2, \quad k = \overline{1, n},$$

Din caracterul markovian al procesului se deduc în mod tipic ecuaţii de forma

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \pi_{ij}^k(t_0, t) = - a_{jj}^k(t) \pi_{ij}^k(t_0, t) + \sum_{l \neq j} a_{lj}^k(t) \pi_{il}^k(t_0, t) \tag{1}$$

cu $a_{ij}^k(t)$ funcţii continue pe intervalul de studiu şi $a_{ij} = a_{ji}$.

Manuscris predat redacţiei la data de 31 mai 1980

* Lector Catedra Matematică I

Vom face ipoteza că procesul este omogen, deci $a_{ij}(t)$ sînt constante şi $\pi_{ij}^k(t_0, t) = \pi_{ij}^k(t - t_0)$. Deoarece

$$\pi_{ii}^k(t), t + \Delta t) = P\{\xi_{t+\Delta t}^k(\omega) = A_i / \xi_t^k(\omega) = A_i\} = 1 - a_{ii}^k(t)\Delta t + 0(\Delta t)$$

şi

$$\pi_{ij}^k(t, t + \Delta t) = a_{ij}^k(t)\Delta t + 0(\Delta t),$$

rezultă că $a_{11}^k = a_{12}^k = \lambda_k$, $a_{21}^k = a_{22}^k = \mu_k$ pentru orice $k = \overline{1, n}$.

Sistemul (1) se scrie matriceal sub forma :

$$(2) \quad \begin{cases} \dfrac{dv_{11}}{dt} = -Lv_{11} + Mv_{12}, & \dfrac{dv_{12}}{dt} = -Mv_{12} + Lv_{11} \\ \dfrac{dv_{21}}{dt} = -Lv_{21} + Mv_{12}, & \dfrac{dv_{22}}{dt} = -Mv_{12} + Lv_{11} \end{cases}$$

unde v_{ij}, $i, j = 1,2$ este vectorul coloană

$$v_{ij} = [\pi_{ij}^1(t_0, t), \pi_{ij}^2(t_0, t) \ldots, \pi_{ij}^n(t_0, t)]^T,$$

$L = \text{diag}\,(\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_n)$, $M = \text{diag}\,(\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_n)$.

Notăm cu u vectorul coloană n-dimensional avînd toate componentele egale cu unu şi ţinem seama că

$$(3) \qquad v_{12} = u - v_{11}, \; v_{21} - u - v_{22}$$

Atunci prima şi a patra ecuaţie din (2) se scriu

$$(4) \quad \begin{cases} \dfrac{dv_{11}}{dt} = -Lv_{11} + M(u - v_{11}) = -(L + M)v_{11} + Mu \\ \dfrac{dv_{22}}{dt} = -Mv_{22} + L(u - v_{22}) = -(L + M)v_{22} + Lu \end{cases}$$

În general pentru un sistem diferenţial de ordinul întîi $x' = Ax + B$ soluţia care verifică problema Cauchy $x(t_0) = x_0$ este

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x_0 + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}B(\tau)d\tau$$

Folosind acest fapt pentru sistemul (4) şi ţinînd seama că $v_{11}(t_0) = u$, $v_{22}(t_0) = u$, rezultă

$$(5)\quad \begin{cases} v_{11}(t_0, t) = \left[e^{-(L+M)(t-t_0)} + \int_{t_0}^{t} e^{-(L+M)(t-s)} M \, ds \right] u \\ v_{22}(t_0, t) = \left[e^{-(L+M)(t-t_0)} + \int_{t_0}^{t} e^{-(L+M)(t-s)} L \, ds \right] u \end{cases}$$

Teorema 1. Presupunînd că matricea $(L + M)$ este nesingulară, adică $\lambda_h + u_h \neq 0 \ \forall h$, $h = \overline{1, n}$ rezultă

$$(6)\quad \begin{cases} v_{11}(\tau) = [(L + M)^{-1}M + e^{-(L+M)\tau}(L + M)^{-1}L]\, u \\ v_{22}(\tau) = [(L + M)^{-1}L + e^{-(L+M)\tau}(L + M)^{-1}M]\, u \end{cases}$$

În plus $\lim_{\tau\to\infty} v_{11}(\tau) = (L + M)^{-1}M$ şi $\lim_{\tau\to\infty} v_{22}(\tau) = (L + M)^{-1}L$.

Demonstraţie. Dacă matricea $(L + M)$ este nesingulară, rezultă:

$$\int_{t_0}^{t} e^{-(L+M)(t-s)} ds = e^{-(L+M)t} \int_{t_0}^{t} e^{(L+M)s} ds = (L + M)^{-1}[U_n - e^{-(L+M)(t-t_0)}]$$

Înlocuind în relaţiile (5) şi ţinînd cont că $v_{ij}(t_0, t) = v_{ij}(t - t_0)$ se va obţine

$$v_{11}(\tau) = \{e^{-(L+M)} + (L + M)^{-1}[U_n - e^{-(L+M)\tau}]M\}\, u$$

Se procedează similar pentru $v_{22}(\tau)$.

Ultima parte a teoremei rezultă din faptul că pentru o matrice pătratică C de ordin n cu toate valorile proprii pozitive are loc relaţia $\lim_{t\to\infty} e^{-Ct} = 0$.

Teorema 2. În ipoteza că matricea $(L + M)$ este nesingulară, valoarea medie a procesului $\xi_t(\omega)$ este

$$(7)\quad M(t) = (A_1 - A_2)[\alpha B - (L + M)^{-1}BM]\, u + (A_1 + A_2)\, u - (L + M)^{-1}(A_1 M + A_2 L)\, u,$$

unde $B = \exp[-(L + M)t]$ şi $\alpha = \operatorname{diag}(p_1^1(t_0) \ldots p_1^n(t_0))$.

Demonstrație. Avem $M(t) = M\,\xi_t = [M\xi_t^1 M\xi_t^2 \dots M\xi_t^n]^T$, cu $M\xi_t^k = A_1 \cdot p_1^k(t) + A_2 \cdot p_2^k(t)$ și

$$M(t) = A_1 P_1(t) + A_2 P_2(t) \tag{8}$$

Notînd $\alpha_k = p_1^k(t_0) = P\{\xi_{t_0}^k = A_1\}$, $\beta_k = p_2^k(t_0) = P\{\xi_{t_0}^k = A_2\}$ avem $\beta_k = 1 - \alpha_k$; cu elementele β_k formăm matricea $\beta = \operatorname{diag}(\beta_1 \beta_2 \dots \beta_n)$.

Atunci $p_1^k(t) = p_1^k(t_0) \cdot \pi_{11}^k(t_0, t) + p_2^k(t_0)\pi_{21}^k(t_0, t) = \alpha_k \pi_{11}^k(t_0, t) + \beta_k \pi_{21}^k(t_0, t)$.

Cu notațiile introduse mai sus, matricea diagonală se scrie $\beta = U_n - \alpha$. Atunci $P_1(t) = \alpha v_{11} + \beta v_{21}$ și ținînd seama de (6) și de faptul că $v_{21} = u - v_{22}$ vom obține:

$$P_1(t) = \alpha v_{11} + (U_n - \alpha)(u - v_{22}) = \alpha(v_{11} + v_{22} - u) + u - v_{22} =$$

$$= [\alpha B + U_n - (L + M)^{-1}M - (L + M)^{-1}BM]\,u$$

În mod similar

$$P_2(t) = [-\alpha B + U_n - (L + M)^{-1}L + (L + M)^{-1}BM]\,u$$

Înlocuim în (8) și obținem (7).

Corolar. Dacă $\alpha = \lim\limits_{\tau \to \infty} v_{11}(\tau)$, atunci media $M\xi(t)$ este independentă de t și are valoarea

$$M\xi = (A_1 + A_2)\,u - (L + M)^{-1}(A_1 M + A_2 L)\,u$$

Demonstrație. Conform teoremei 1 avem $\lim\limits_{\tau \to \infty} v_{11}(\tau) = (L + M)^{-1}M$ deci $\alpha = (L + M)^{-1}M$ și $\alpha B - (L + M)^{-1}BM = \alpha B - B(L + M)^{-1}M = \alpha B - B\alpha = 0$, deoarece α și B fiind matrice diagonale comută între ele. Este suficient de aplicat formula (7).

În cazul particular $A_1 = -1$, $A_2 = 1$, rezultă $M\xi = (L + M)^{-1}(M - L)u$. Dacă în plus $L = M$, adică ξ_t este un proces aleator centrat cu valorile -1 și $+1$, atunci $M\xi = 0$ și conform cu (6) avem

$$v_{11}(\tau) = v_{22}(\tau) = \frac{1}{2}(u + e^{-2L\tau}u)$$

$$v_{12}(\tau) = v_{21}(\tau) = \frac{1}{2}(u - e^{-2L\tau}u)$$

Deoarece $\lambda_h + \mu_h \geqslant 0\ \forall\, h$, $h = \overline{1, n}$ obținem $\lim\limits_{\tau \to \infty} v_{11}(\tau) = \lim\limits_{\tau \to \infty} v_{12}(\tau) = \frac{1}{2}u$.

BIBLIOGRAFIE

1. *Marius Iosifescu*, Lanţuri Markov finite şi aplicaţii, Buc. 1977.
2. *V. N. Tihonov, M. A. Mironov*, Markovskie proţessi, Moskva, 1977.

On the Diserete Markovian Proeessus

One considers a discrete vectorial markovian processus having two states and one gives some results on the statistical characteristics of the processus. One also obtains a result of asymptotical type and one thus extends similar considerations from the discrete simple case.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C. Z.: 534.83

QUELQUES ASPECTS CONCERNANT LE DEGRE DE GENE DU BRUIT PRODUIT PAR LE TRAFIC ROUTIER

A. STAN, TATIANA STĂNĂȘILĂ *

S'appuyant sur les mesurages statistiques du bruit de trafic, effectués dans les villes de Bucharest (1976) et de Rome (1974), on présente quelques conclusions concernant la liaison de corrélation qui existe entre les indices de gênes TNI et LNP avec σ, on précise les ellipses de contour et une discussion de la probabilité que les vecteurs aléatoires (LNP, σ) et (TNI, σ) se trouvnet á l'intérieur des ellipses de contour qu'on a calculées.

Le niveau du bruit des centres peuplés, produit par le trafic routier, s'établit couramment par des mesurages statistiques, en déterminant les paramètres physiques L_{10}, L_{50}, L_{90} qui représentent les niveaux du bruit dépassant respectivement 10%, 50% et 90% du temps T, pendant lequel on effectue les mesurages. Ces niveaux peuvent être admis, avec une approximation suffisante comme étant, pendant le temps de mesurages, respectivement les niveaux du bruit maximum, moyen et celui du bruit de fond.

Une fois les paramètres physiques déterminés, en s'appuyant sur différents critères (attention, parole, rapport entre le bruit pendant la journée et la nuit, effets physiologiques, etc.), on peut établir le niveau de gêne de la collectivité humaine envers le bruit.

Les indices de gênc les plus employés pour le trafic routier, liés aux paramètres physiques sont : le climat du bruit ($c = L_{10} - L_{90}$) ; le niveau du bruit maximum L_{10}, l'indice du bruit de trafic (TNI $= 4c + L_{90} -$ $- 30$) ; le niveau de pollution du bruit (LNP $= L_{eq} + a\sigma$), où σ est l'écart moyen quadratique et a une constante.

Le niveau du bruit équivalent L_{eq} est défini par la relation

$$L_{eq} = 10 \log\left[\frac{1}{100} \Sigma f_i \cdot 10^{\frac{L_i}{10}}\right] \text{dB(A)} \qquad (1)$$

avec $f_i = \frac{t_i}{T}$, où t_i est la durée totale pendant laquelle le niveau du bruit a le même niveau L_i, niveau moyen du bruit de la classe i, mesuré avec une erreur de $\pm$ 2,5 dB(A).

Ovrage reçu à la rédaction le 7 Mars 1980.
* Professeur ; Lecteur Chaire de Mathématique.

Par le présent travail nous désirons apporter quelques contributions à l'établissement, à l'aide des méthodes de corrélation des liaisons existant entre les indices de gêne, les paramètres physiques L_i et l'écart moyen quadratique σ, en nous appuyant sur quelques mesurages du niveau du bruit de trafic effectués dans la ville de Rome [1] en 1974 et de Bucarest en 1976.

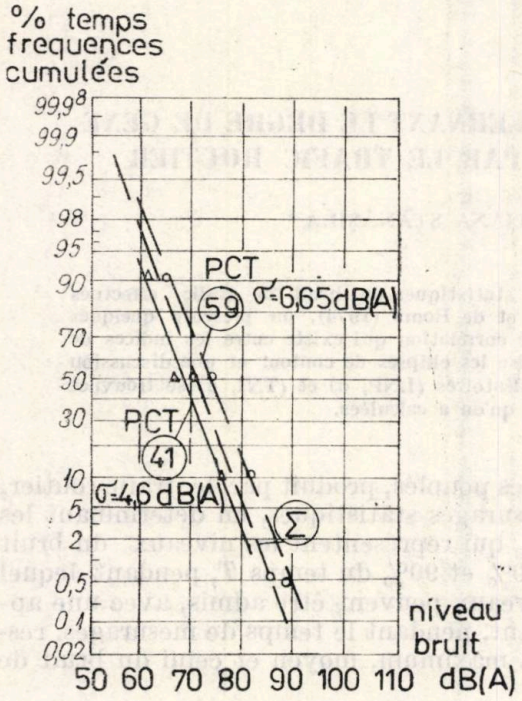


Fig. 1. Vérification graphique de la normalité de la distribution, fréquences cumulées — niveau du bruit en dB(A)

D'abord nous avons fait une vérification de la normalité de la distribution sur un graphique gausso-arithmétique et nous avons présenté les distributions pour deux points, 41 et 59, et de même pour Σ, la moyenne des valeurs de plus de 60 points des mesurages effectués en 1976 (fig. 1).

Dans le cas de deux variables aléatoires X, Y, pour n'importe quel échantillon de n valeurs x_i, $y_i (1 \leqslant i, j \leqslant n)$ on définit le coefficient de corrélation $r(X, Y)$ par le nombre réel

$$r(X,Y) = \frac{M[(x - m_X)(y - m_Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$= \frac{n \Sigma x_i y_j f_{ij} - \Sigma x_i f_i \Sigma y_j f_j}{\sqrt{n \Sigma x_i^2 f_i - (\Sigma x_i f_i)^2} \cdot \sqrt{n \Sigma y_j^2 f_j - (\Sigma y_j f_j)^2}} \quad (2)$$

où :
- f_i, f_j, f_{ij} représentent respectivement les fréquences des valeurs x_i, y_j et du produit $x_i \cdot y_j$,
- m_X, m_Y, σ_X, σ_Y sont les valeurs moyennes et les écarts moyens quadratiques des variables aléatoires X, Y,
- M signifie la moyenne du produit entre les variables aléatoires centrées.

On sait que le coefficient de corrélation a toujours les valeurs telles que $-1 \leqslant r \leqslant 1$, et caractérise le degré d'approximation d'une dépendance linéaire. Pour $r > 0$ la liaison entre X et Y est positive et si les valeurs de X augmentent, les valeurs de Y augmentent de même. Si $r < 0$, la liaison est négative et avec l'augmentation de X, la variable Y décroît. Du point de vue pratique pour $r \geqslant 0{,}8$ on peut admettre que la liaison est linéaire et les valeurs (x_i, y_i) sont „orientées dans la direction de la droite de régression".

On a examiné les liaisons de corrélations entre de nombreux paramètres et indices de bruit, parmi lesquels les indices de gêne, c, TNI et LNP avec σ ; TNI et LNP avec le pourcentage des véhicules lourds, le niveau de bruit L_{50} avec σ, etc.

Les calculs effectués entre les variables aléatoires TNI et σ indiquent une liaison très rapprochée de celle linéaire et la droite de régression autour de laquelle se groupent les données expérimentales avec une grande probabilité est donnée par l'équation

$$\mathrm{TNI} = 56{,}74 + 5{,}67\ \sigma \tag{3}$$

Pour les mêmes mesurages de 1976, entre les variables c et L_{10}, on a trouvé un coefficient de corrélation $r = 0{,}9895$, donc une liaison parfaitement linéaire. Avec les mesurages montrés par [1] il résulte un coefficient de corrélation $r = 0{,}8489$.

En examinant la liaison de corrélation entre les indices de bruit LNP et la valeur σ, on a obtenu une série de relations intéressantes concernant les droites de régression et les ellipses de contour respectives.

La densité de répartition commune à deux variables aléatoires normales (X, Y) est donnée par la relation

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1 - r^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2(1-r^2)} \mathrm{E} \right] \tag{4}$$

où le terme E a la valeur

$$E = \frac{(x - m_X)^2}{\sigma_X^2} - \frac{2r(x - m_X)(y - m_Y)}{\sigma_X\sigma_Y} + \frac{(y - m_Y)^2}{\sigma_Y^2} \tag{5}$$

m_X, m_Y, σ_X, σ_Y, r ayant les significations déjà montrées plus haut.

La surface d'équation

$$z = f(x, y) \tag{6}$$

relative à un repère orthogonal $oxyz$ dans l'espace a comme intersections avec les plans parallèles avec xoy, des ellipses d'équations $E = \lambda^2$, avec λ constante, nommées ellipses de dispersions.

Avec les méthodes usuelles, l'équation de l'ellipse peut être mise par une rotation convenable à la forme

$$\left(\frac{x - m_X}{R \cdot \sigma_X}\right)^2 + \left(\frac{y - m_Y}{k\sigma_Y}\right)^2 = 1 \tag{7}$$

si les variables aléatoires X et Y sont indépendantes ; k étant une constante.

Dans le cas de non-indépendance des variables aléatoires, l'équation de l'ellipse de dispersion contient aussi les coefficients de corrélation r.

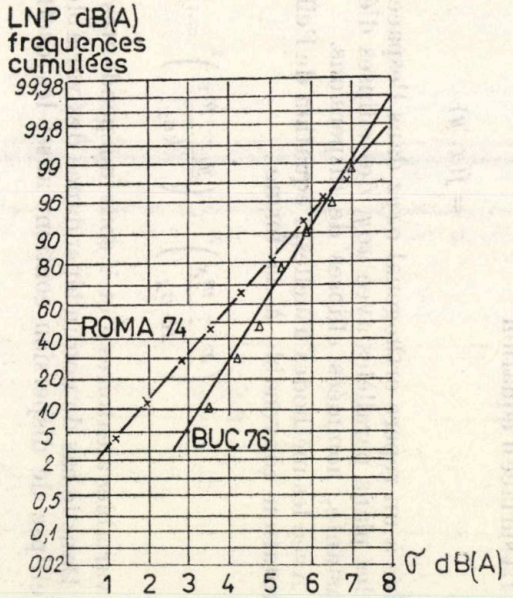
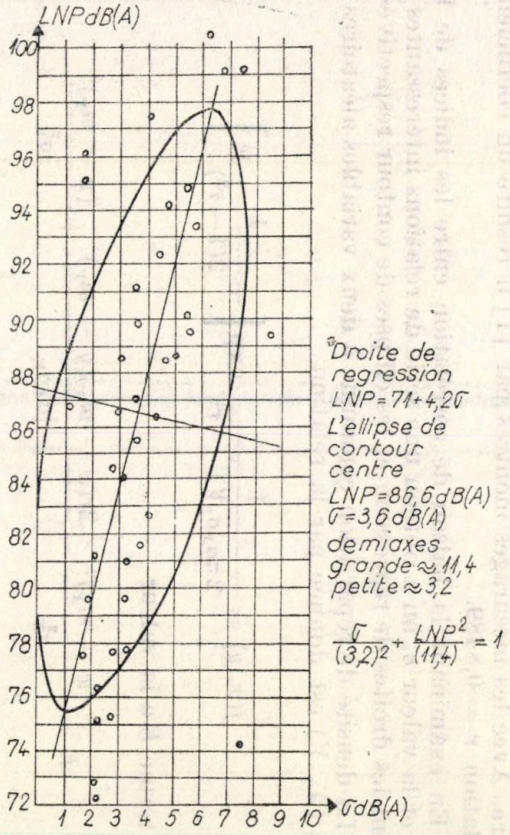


Fig. 2. Vérification graphique de la normalité de la distribution LNP



3. Correlation LNP → σRome 74—46 points

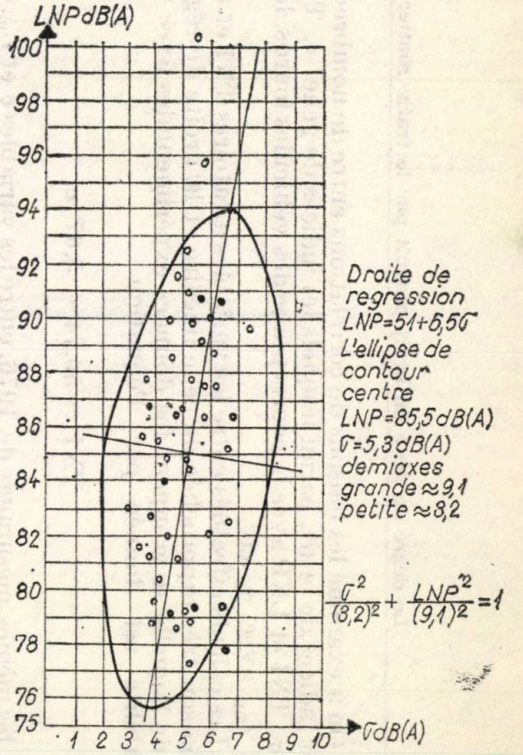


Fig. 4. Correlation LNP → σ Bucharest 1976—60 points

Dans la situation des variables aléatoires indépendantes, avec les notations

$$\frac{x - m_X}{\sigma_X} = z_1, \qquad \frac{y - m_Y}{\sigma_Y} = z_2 \tag{8}$$

le point ayant les coordonnées (x, y) se trouvant à l'intérieur de l'ellipse $z_1^2 + z_2^2 = k^2$.
Mais la variable aléatoire

$$\left(\frac{x - m_X}{\sigma_X}\right)^2 + \left(\frac{y - m_Y}{\sigma_Y}\right)^2 \tag{9}$$

a une répartition χ^2 avec deux degrés de liberté. La probabilité que cette variable aléatoire ne dépasse une certaine valeur (dans notre cas k^2) se trouve inscrite dans des tables. Donc on peut trouver la probabilité que le point de coordonnées (x, y) s'inscrive à l'intérieur de l'ellipse (4). L'ellipse (4) a le centre au point m_X, m_Y et les axes de symétrie ayant avec l'axe ox, les angles α et $\alpha + \pi/2$. L'angle α est donné par les relations

$$\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2r\sigma_X\sigma_Y}{\sigma_X^2 - \sigma_Y^2} \tag{10}$$

Dans la figure 2 est représentée la normalité de la distribution LNP et σ ; dans les figures 3 et 4 les ellipses de contour respectives. Elles sont représentées de telle sorte que les grandes axes sont les droites de régression calculées.

En examinant les résultats obtenus, on observe que bien que les indices moyens LNP aient dans les deux situations des valeurs approximativement égales, en échange, les écarts moyens quadratiques sont différents. On observe que $\sigma_B > \sigma_R$ et cela indique une dispersion beaucoup plus grande dans le premier cas, qui peut être dû à une plus grande variété des types de véhicules, éventuellement aux défauts techniques des voitures ou d'un croisement non-reglémenté des carrefours.

BIBLIOGRAPHIE

[1]. *C. B. Cannelli*, Traffic Noise Pollution in Rome Applied Acoustics, vol. 7, no. 2, 1974

Cîteva aspecte privind gradul de poluare sonoră produsă de traficul rutier

În lucrare este prezentată o modalitate de prelucrare statistică a unor date privind măsurători ale zgomotului urban. Prin aplicarea unor rezultate din domeniul analizei de corelație sînt discutate diverse legături între parametri fizici și nivelele de zgomot acceptabile, avînd în vedere observații și măsurători efectuate în Roma și București.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

MECANICĂ

C. Z.: 621.9 : 531.32
621 — 752

CERCETĂRI PRIVIND COMPORTAREA LA VIBRAȚII A MAȘINILOR-UNELTE

RADU VOINEA, FLORIAN-PAUL SIMION *

În lucrarea de față sînt prezentate studii și cercetări asupra mașinilor-unelte, în vederea îmbunătățirii calitative și cantitative a parametrilor funcționali.

Pentru a obține prelucrări pe mașini-unelte, de precizie ridicată, în anumite condiții de productivitate, trebuie ca forța de așchiere să se încadreze în limite admise de sistemul elastic al mașinii-unelte.

Acest lucru poate fi obținut printr-o variație continuă a turației cu ajutorul unui dispozitiv de reglare automată a turației, cercetat și experimentat pe diverse mașini-unelte.

Efectuarea încercărilor practice au confirmat considerațiile teoretice, obținîndu-se prelucrări de o calitate ridicată.

Fenomenele dinamice care însoțesc funcționarea în gol sau în sarcină a mașinilor-unelte sînt diverse și deosebit de complexe, datorîndu-se numărului mare de factori care participă la procesul de lucru. La aceasta se adaugă și natura diferită a factorilor mecanici, termici, chimici, electrici, aero și hidrodinamici, etc.

Creșterea numărului de mașini-unelte automatizate, necesitatea prelucrării unor materiale cu calități superioare, ridicarea gradului de precizie a prelucrării și calității suprafețelor generate, a fiabilității și productivității mașinilor-unelte, au dus la intensificarea cercetărilor fenomenelor dinamice.

Pentru îmbunătățirea performanțelor calitative și cantitative ale mașinilor-unelte este necesară cunoașterea legilor de apariție și desfășurare a fenomenelor dinamice, aplicînd astfel măsurile cele mai eficiente de atenuare a consecințelor.

Modelele mecanice ale unor mașini-unelte cum sînt : mașina de frezat, de rectificat, de mortezat cu cuțit roată, de rabotat dantura conică, de șeveruit, de honuit etc, pot fi cuprinse într-un singur model reprezentativ — figura 1.

Vibrațiile care exercită cea mai mare influență sînt situate pe direcția verticală, studiul lor efectuîndu-se ținînd seama de mișcările relative și absolute, care apar în zona de lucru, și care are o mare influență asupra

Manuscris predat redacției la data de 28 ianuarie 1980.
* Academician ; Șef lucrări dr. ing. Catedra Mecanică.

preciziei dimensionale şi a calităţii suprafeţei piesei, a uzurii sculei şi uzurii organelor maşinii-unelte. Deoarece se iau în consideraţie numai deplasările în direcţia z, fiecare dintre masele modelului mecanic prezintă un singur grad de libertate.

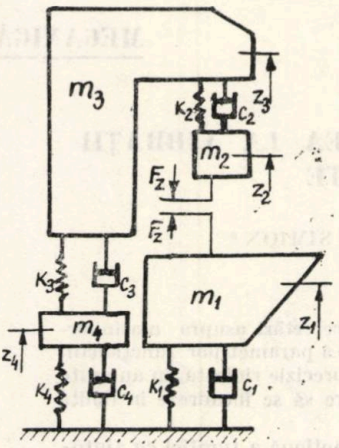


Fig. 1. Modelul mecanic

m_1 — masa piesei şi a dispozitivului de prindere
m_2 — masa sculei
m_3 — masa subansamblelor care transmit mişcarea principală
m_4 — masa batiului

Coordonatele luate în consideraţie vor fi coordonatele absolute ale maselor corespunzătoare.

Ecuaţiile mişcării vor fi determinate cu ajutorul ecuaţiilor Lagrange :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \tag{1}$$

în care :

$L = E - V$, funcţia lui Lagrange
E = energia cinetică a sistemului
V — energia potenţială a sistemului
q_i — coordonatele generalizate

Coordonatele generalizate sînt :

$$q_i = z_i (i = 1,2,3,4) \tag{2}$$

Forţele generalizate sînt :

$$Q_{z1} = F_z\,;\; Q_{z2} = -F_z\,;\; Q_{z3} = Q_{z4} = 0 \tag{3}$$

Energia cinetică :

$$E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4} m_i \dot{z}_i^2 \tag{4}$$

Energia potenţială :

$$V = \frac{1}{2}k_1 z_1^2 + \frac{1}{2}k_2(z_2 - z_3)^2 + \frac{1}{2}k_3(z_3 - z_4)^2 + \frac{1}{2}k_4 z_4^2 \tag{5}$$

Funcţia disipativă :

$$D = \frac{1}{2}c_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2}c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_3)^2 + \frac{1}{2}c_3(\dot{z}_3 - \dot{z}_4)^2 + \frac{1}{2}c_4 \dot{z}_4^2 \tag{6}$$

Ecuaţiile mişcării fără amortizare sînt :

$$\begin{aligned} m_1\ddot{z}_1 + k_1 z_1 &= F_z \\ m_2\ddot{z}_2 + k_2(z_2 - z_3) &= -F_z \\ m_3\ddot{z}_3 - k_2(z_2 - z_3) + k_3(z_3 - z_4) &= 0 \\ m_4\ddot{z}_4 - k_3(z_3 - z_4) + k_4 z_4 &= 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Notînd cu z_0 deplasarea maselor, datorită vibrațiilor produse la un moment dat de o forță perturbatoare în sistem, $\dot{z}_0$ este viteza acestor mase pe direcția z.

Soluțiile care satisfac ecuațiile mișcării sînt:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{10} & \dot{z}_1 &= 0 & \ddot{z}_1 &= 0 \\ z_2 &= \dot{z}_0 t + z_{20} & \dot{z}_2 &= \dot{z}_0 & \ddot{z}_2 &= 0 \\ z_3 &= \dot{z}_0 t + z_{30} & \dot{z}_3 &= \dot{z}_0 & \ddot{z}_3 &= 0 \\ z_4 &= \dot{z}_0 t + z_{40} & \dot{z}_4 &= \dot{z}_0 & \ddot{z}_4 &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Aceste soluții introduse în ecuațiile mișcării, dau informații în privința stabilității sistemului.

Stabilitatea sistemului

Considerăm forța de așchiere dependentă de viteza de așchiere.

$$F = F(\dot{z}_{\text{rel}}) \text{ sau } F_z = F(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \tag{9}$$

și în cazul unor perturbații care dau naștere vibrațiilor, considerînd coordonatele elementelor sub forma:

$$Z_i = z_i + \Delta z_i(t) \tag{10}$$

în care:

Z_i — coordonata elementului în urma perturbării;
z_i — soluția care satisface ecuațiile mișcării.
$\Delta z_i(t)$ — perturbarea soluției
Rezultă:

$$F_z = F(\dot{z}_2 + \Delta\dot{z}_2 - \dot{z}_1 - \Delta\dot{z}_1) \tag{11}$$

dar:

$z_2 = \dot{z}_0$; $\dot{z}_1 = 0$ și rezultă:

$$F_z = F(\dot{z}_0 + \Delta\dot{z}_2 - \Delta\dot{z}_1) \tag{11'}$$

Dezvoltată în serie Taylor:

$$F_z = F(\dot{z}_0) + \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}(\Delta\dot{z}_2 - \Delta\dot{z}_1) + \psi(\Delta^2) \tag{12}$$

în care:

$F(\dot{z}_0)$ — reprezintă forța de contact între sculă — piesă, înainte de începerea așchierii, datorită deplasării z_0 a organelor în mișcare.

$\psi(\Delta^2) > 0$ — este termenul care conține toate elementele de ordin superior, tinzînd către zero.

Introducînd aceste expresii în ecuaţiile de mişcare şi ţinînd seama de echilibrul forţelor, în cazul unei aşchieri fără perturbaţii, se obţine :

$$m_1\Delta\ddot{z}_1 + k_1\Delta z_1 - \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}(\Delta\dot{z}_2 - \Delta\dot{z}_1) = 0$$

$$m_2\Delta\ddot{z}_2 + k_2(\Delta z_2 - \Delta z_3) + \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}(\Delta\dot{z}_2 - \Delta\dot{z}_1) = 0 \qquad (13)$$

$$m_3\Delta\ddot{z}_3 - k_2(\Delta z_2 - \Delta z_3) + k_3(\Delta z_3 - \Delta z_4) = 0$$

$$m_4\Delta\ddot{z}_4 - k_3(\Delta z_3 - \Delta z_4) + k_4\Delta z_4 = 0$$

Scriind perturbaţiile soluţiilor sub forma :

$$\Delta z_i = H_i e^{\theta t} \qquad (i = 1,2,3,4) \qquad (14)$$

Se obţine un sistem de ecuaţii liniare, omogen, cu necunoscutele : H_1, H_2, H_3, H_4.

$$m_1H_1\theta^2 + k_1H_1 - \left[\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}(\theta H_2 - \theta H_1)\right] = 0$$

$$m_2H_2\theta^2 + k_2(H_2 - H_3) + \left[\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}(\theta H_2 - \theta H_1)\right] = 0 \qquad (15)$$

$$m_3H_3\theta^2 - k_2(H_2 - H_3) + k_3(H_3 - H_4) = 0$$

$$m_4H_4\theta^2 - k_3(H_3 - H_4) + k_4H_4 = 0$$

În afara soluţiilor banale, sistemul are şi alte soluţii dacă determinantul coeficienţilor este nul :

$$\begin{vmatrix} m_1\theta^2 + \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}\theta + k_1 & -\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}\theta & 0 & 0 \\ -\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}\theta & m_2\theta^2 + \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}\theta + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & m_3\theta^2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & m_4\theta^2 + k_3 + k_4 \end{vmatrix} = 0 \qquad (16)$$

Dezvoltînd, se obține o ecuație de forma :

$$\sum_{i=0}^{8} a_i \theta^{8-i} = 0 \tag{17}$$

în care :

$$a_0 = m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot m_4$$

$$a_1 = (m_1 + m_2)m_3 \cdot m_4 \cdot \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}$$

$$a_2 = m_1m_2m_3(k_3 + k_4) + m_1m_2m_4 \cdot (k_2 + k_3) + m_1m_3m_4k_2 + m_2m_3m_4k_1$$

$$a_3 = \{(m_1 + m_2)[(k_3 + k_4) \cdot m_3 + (k_2 + k_3) \cdot m_4] + m_3m_4(k_1 + k_2)\} \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}$$

$$a_4 = m_1k_2(m_2 + m_3)(k_3 + k_4) + m_1k_3(m_2k_4 + m_4k_2) +$$

$$+ m_2k_1[m_3(k_3 + k_4) + m_4(k_2 + k_3)] + m_3m_4k_1k_2$$

$$a_5 = \{(k_3 + k_4)\,[(m_1 + m_2)k_2 + m_3(k_1 + k_2)] + k_3k_4(m_1 + m_2) +$$

$$+ m_4[k_2k_3 + (k_2 + k_3)k_1]\} \cdot \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0} \tag{18}$$

$$a_6 = m_1k_2k_3k_4 + k_1[(m_2 + m_3)(k_3 + k_4)k_2 + (m_2k_4 + m_4k_2)k_3]$$

$$a_7 = [k_3k_4(k_1 + k_2) + k_1k_2(k_3 + k_4)] \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}$$

$$a_8 = k_1k_2k_3k_4$$

Pentru ca sistemul mecanic al mașinii-unelte să fie stabil, trebuie să se arate că partea reală a rădăcinilor θ_i sînt negative.

Dacă $\theta_i = \alpha + j\beta$, atunci trebuie ca :

$$\alpha < 0 \tag{19}$$

Conform criteriului Routh-Hurvitz, condiția ca ecuația caracteristică să aibă rădăcini ale căror părți reale să fie negative, este ca toți determinanții formați cu coeficienții $a_0, a_1, \ldots a_8$, din ecuația caracteristică să fie pozitivi, adică :

$$D_1 = a_1 > 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0$$

$$D_8 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 \end{vmatrix} > 0 \qquad (20)$$

Condiția necesară este :

$$a_i > 0 \qquad (21)$$

Între coeficienții a_i, cei ai puterilor impare conțin expresia $\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0}$ și punînd condiția ca și

$$\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0} > 0, \qquad (22)$$

condiția $a_i > 0$ este pe deplin îndeplinită.

Condiția $\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0} > 0$ este îndeplinită cînd panta curbei caracteristice a forței de așchiere F_z, funcție de viteza $\dot{z}_0$, este pozitivă.

Se observă cum coeficienții ecuației caracteristice nu își schimbă semnul, atunci cînd variază numai valorile constantelor elastice și ale maselor, deci condiția necesară pentru stabilitate nu este influențată de acești coeficienți.

Dacă $\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0} < 0$, sistemul este instabil; deci viteza de așchiere aleasă tehnologic nu poate fi menținută la aceeași valoare și implicit, nici forța de așchiere.

Dacă $\frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}_0} = 0$, stabilitatea sistemului este hotărîtă de membrii de ordin superior, neluați în considerație $\psi(\Delta^2)$.

Stabilitatea mașinilor-unelte care au modelul mecanic din fig. 1, s-a determinat în cazul în care amortizarea se neglijează, deci în condiții prielnice apariției fenomenelor vibratorii. În aceste condiții, curba caracteristică a forței de așchiere exercită o influență determinantă asupra comportării la stabilitate a sistemului mașinilor-unelte.

Se pune deci o problemă foarte importantă și anume cercetarea și experimentarea unui dispozitiv de variație continuă a turației, care să mențină viteza tehnologică de așchiere constantă și, în mod implicit, și

forța de așchiere în limitele în care panta curbei caracteristice să fie pozitivă, fig. 2.

Modelul mecanic este alcătuit dintr-o sanie port-cuțit, cu ajutorul căruia se execută operații de strunjire frontală a unor piese în mișcare de rotație. În acest caz, apariția vibrațiilor la așchiere este provocată în primul rînd, de rigiditatea dinamică în direcția axei cuțitului de strung.

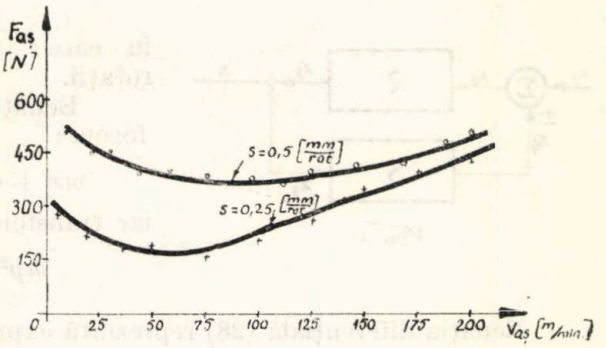


Fig. 2.

Modelul în forma simplificată este prezentat în figura 3,

unde : c = constanta de amortizare a cuțitului de strung;

k — constanta elastică a cuțitului de strung;

m — masa redusă a cuțitului de strung;

s_0 — avansul;

M — masa piesei;

x — direcția de deplasare a cuțitului de strung;

F — forța de avans

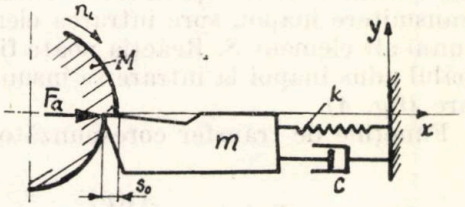


Fig. 3.

În stare ideală de lucru — cînd nu apar vibrații — sistemul se află în stare de pretensiune; forța de avans este :

$$F_a = \lambda s_0 = k \cdot x_0 \tag{23}$$

unde : λ — este o mărime dependentă de condițiile de așchiere și o vom denumi, rigiditate la așchiere.

În cazul variației grosimii așchiei, apar vibrații ale cuțitului de strung, care au ecuația de mișcare :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(x_0 + x) = \lambda(s_0 - x) \tag{24}$$

Ținînd seama de relația (23), se obține :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \lambda(-x) \tag{25}$$

Pulsația proprie a vibrațiilor apărute în sistem va fi :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k + \lambda}{m}} \tag{26}$$

Vibraţiile cuţitului de strung sînt trasate pe suprafaţa piesei, iar după o turaţie completă se obţine variaţia periodică a avansului.

Rezultă deci, o forţă de avans periodică :

$$F_T = \lambda x(t - T) = \lambda x_T \tag{27}$$

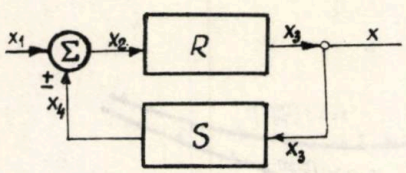


Fig. 4

în care : T reprezintă durata unei rotaţii.

Ecuaţia diferenţială va avea forma :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \lambda(x_T - x) \tag{28}$$

iar transformata Laplace :

$$mp^2 + cp + k = \lambda(e^{-pT} - 1) \tag{29}$$

Ecuaţia diferenţială (28) reprezintă expresia matematică a modelului mecanic.

Considerînd sistemul maşina-unealtă-sculă-piesă, ca un circuit închis, semnalul de la ieşirea unui element R este adus pe o cale inversă de transmitere înapoi, spre intrarea elementului direct sau prin intermediul unui alt element S. Reacţia poate fi pozitivă sau negativă, după cum semnalul adus înapoi la intrare se însumează sau se scade cu semnalul de intrare (fig. 4).

Funcţiile de transfer corespunzătoare elementelor R şi S, sînt :

$$Y_R(p) = \frac{X_3(p)}{X_2(p)} \quad \text{şi} \quad Y_S(p) = \frac{X_4(p)}{X_3(p)} \tag{30}$$

Presupunînd o reacţie pozitivă, rezultă :

$$x_2 = x_1 + x_4 \tag{31}$$

Sau :

$$X_2(p) = X_1(p) + X_4(p) \tag{32}$$

Funcţia de transfer a întregului ansamblu este :

$$Y_{(p)} = \frac{X_3(p)}{X_1(p)} \tag{33}$$

dar : $X_1(p) = X_2(p) - X_4(p)$ şi înlocuind în relaţia (33), rezultă :

$$Y_{(p)} = \frac{\dfrac{X_3(p)}{X_2(p)}}{1 - \dfrac{X_4(p)}{X_2(p)}} \tag{34}$$

și ținînd seama de relația (30), se obține funcția de transfer în cazul unei reacții pozitive :

$$Y_{(p)} = \frac{Y_R(p)}{1 - Y_R(p) \cdot Y_S(p)} \tag{35}$$

În cazul modelului mecanic din figura 3 : $Y_{(R)}(p) = \dfrac{1}{mp^2 + cp + k}$ este funcția care ține seama de proprietățile sculei, reprezentînd partea stîngă a ecuației diferențiale ; $Y_S(p) = \lambda(e^{-pT} - 1)$ este funcția care ține seama de caracteristicile procesului de așchiere, reprezentînd partea dreaptă a ecuației diferențiale.

Sistemul va fi, în acest caz stabil, dacă toate soluțiile ecuației caracteristice, au partea reală negativă.

Ecuația caracteristică este : $1 - Y_R Y_S = 0$, sau :

$$1 - \frac{\lambda(e^{-pT} - 1)}{mp^2 + cp + k} = 0 \tag{36}$$

Relația (36) se mai scrie :

$$\frac{1}{mp^2 + cp + k} = \frac{1}{\lambda(e^{-pT} - 1)} \tag{36'}$$

În acest caz : Y_R reprezintă ecuația unui cerc care trece prin origine și cu centrul pe axa imaginară : $u^2 + \left(v + \dfrac{1}{2\lambda_l}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{2\lambda_l}\right)^2$, în care : $u = k - m\omega^2$; $v = c\omega$.

$1/Y_S$ reprezintă ecuația unei drepte paralelă cu axa imaginară, a cărei depărtare de axa imaginară depinde de valoarea rigidității la așchiere λ.

$$\mathrm{Re}\left(\frac{1}{Y_S}\right) = -\frac{1}{2\lambda}.$$

În figura 5 este reprezentat domeniul stabilității :

Rigiditatea limită la așchiere este :

$$\lambda_l = -1/2[-Re(Y_R)_{\max}] \tag{37}$$

Pentru o valoare λ stabilită, se obțin pulsațiile la limita stabilității :

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \omega_B = \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{2\lambda}{m}} \tag{38}$$

și deci :

$$\psi_A = \frac{\omega_A}{\sqrt{\dfrac{k}{m}}} \simeq 1; \quad \psi_B = \frac{\omega_B}{\sqrt{\dfrac{k}{m}}} \simeq \sqrt{1 + \frac{2\lambda}{k}} \tag{39}$$

în care : ψ — reprezintă acordul pulsaţiilor stabilit între limitele A şi B. După cum s-a constatat, pe suprafaţa piesei se formează urme provocate de vibraţii a căror consecinţă în timp este pulsaţia proprie ω_p. Aceste urme provocate de vibraţii condiţionează procesului de aşchiere, o forţă de avans oscilantă.

Pentru a obţine o piesă de o anumită precizie dimensională, cu o anumită calitate a suprafeţei, în anumite condiţii de productivitate, este

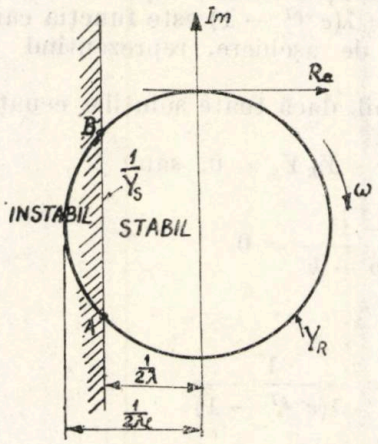


Fig. 5.

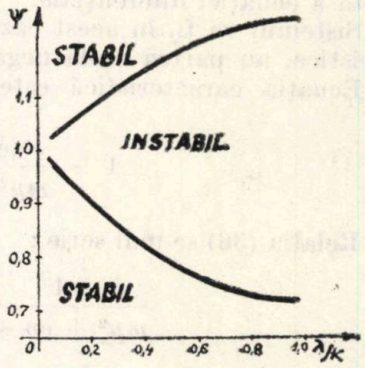


Fig. 6.

necesar ca variaţia forţei de avans să se încadreze în limitele admise de sistemul elastic al maşinii-unelte în timpul aşchierii.

Acest lucru poate fi obţinut printr-o modificare corespunzătoare a turaţiei, în mod continuu, în aşa fel ca pulsaţiile să fie cuprinse în domeniul stabil, între limitele ω_B şi ω_A.

Ţinînd seama de relaţiile (26) şi (38), rezultă :

$$\psi = \psi_{A,B} = \frac{\omega_{A,B}}{\omega_p} = \sqrt{1 \pm \frac{\lambda}{k+\lambda}} \simeq \frac{n_{i+1}}{n_i} \qquad (40)$$

în care :

n_i = reprezintă turaţia rotirii existente ;

n_{i+1} — turaţia rotirii următoare.

În figura 6 este trasată curba raportului turaţiilor, funcţie de raportul rigidităţilor $\frac{\lambda}{k}$:

Pentru valoarea raportului turaţiilor $\psi = 1$ (cazul în care turaţia rămîne constantă), pentru ca maşina-unealtă să lucreze în limite stabile trebuie ca raportul rigidităţilor $\frac{\lambda}{k}$ să tindă la zero, deci constanta elastică a cuţitului de strung să tindă către infinit, în cazul în care λ (rigiditatea la aşchiere) are o anumită valoare, sau pentru k foarte mare, λ să tindă la zero (cazul prelucrării unor materiale de duritate mult scăzută).

În lucrarea de față, cercetările s-au efectuat pe un strung folosind un variator continuu de turații, care în timpul prelucrării a păstrat constant raportul turațiilor $\psi = 0{,}88$, pentru $\frac{\lambda}{k} = 0{,}2$, valoare întîlnită frecvent în cazul prelucrărilor diferitelor materiale dure, pe mașini-unelte.

Efectuarea încercărilor practice au confirmat considerațiile teoretice, obținîndu-se prelucrări de o calitate mult superioară. Cu ajutorul variatorului continuu de turații, pentru o valoare $\frac{\lambda}{k}$ impusă de prelucrare, se poate alege ψ în așa fel, ca mașina-unealtă să fie tot timpul în zona stabilă — lucru foarte important pentru performanța unei mașini, în scopul obținerii unei precizii dimensionale ridicate și a unei bune calități a suprafeței prelucrate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, Emil*, Mașini unelte. Vol. 1, 2, 3. Ed. tehnică, București.
2. *Braun, S.* Signal analysis for rotating machinery vibrations, Pattern Rocogn, 1975, Nr. 1—2, pag. 81—86.
3. *Razelli, G. B.*, Pollini, S. Vibrazioni delle macchine ustensili. Ingefueria Meccanica — nr. 9/1974.
4. *Simion, F.*, Contribuții la studiul vibrațiilor mașinilor-unelte în timpul prelucrărilor mecanice. Teza de doctorat.
5. *Voinea, R.*, Vibrații mecanice. Curs. Inst. politehnic București, 1978.

Researches about Behaviour to Vibrations of Machines-tool

In this paper, there are presented studies and researches about machines-tool, in order to increase functional parameters from qualitative and quantitative point of view.

Cutting force must reset in admissible limits of elastic system of machine-tool, for obtaining high accuracy processings and providing the conditions colled for machine-tool capacity.

This demand may be realised through a continuous variation of rotative speed, using an automatic setting device for rotative speed, which was studied and tested on various machines-tool.

Executions of tests in practice confirmed theory and high accuracy processings were obtained.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

TERMOTEHNICĂ

C. Z.: 621.56/59 : 620.9

INSTALAȚIE FRIGORIFICĂ PERIODICĂ CU ABSORBȚIE, UTILIZÎND ENERGIA SOLARĂ

MARIETA GRIGORIU, STANCA TRIFAN, S. PETRESCU, V. RADCENCO

Se studiază posibilitatea de funcționare a instalațiilor frigorifice periodice cu absorbție în domenii de presiuni și temperaturi, realizabile cu ajutorul energiei solare.

S-a efectuat calculul termic al ciclurilor frigorifice la diferite regimuri de presiuni și temperaturi în scopul obținerii de concluzii privind comportarea instalației în funcție de performanțele termice ale captatorilor solari cu sau fără concentrator.

În vederea verificării rezultatelor teoretice obținute s-a proiectat o instalație cu absorbție periodică cu soluție hidroamoniacală cu o putere frigorifică de cca. 100 kcal/perioadă, pentru a fi testată experimental.

Introducere

Buna corelare între intensitatea energiei solare în anotimpul călduros și cererea de frig sugerează utilizarea energiei solare pentru producerea frigului în scopul conservării produselor perisabile, pentru producerea de gheață artificială și pentru condiționare de aer.

Dintre tipurile de instalații frigorifice existente, în cazul utilizării energiei solare pentru producerea frigului, cele care se pretează cel mai bine sînt instalațiile care funcționează după principiul cu absorbție periodică. Un argument ce pledează pentru utilizarea acestora este faptul că ele permit stocarea energiei solare, sub formă de agent frigorific lichid, ce poate fi utilizat pentru producerea frigului după necesități.

Din cercetările teoretice și experimentale publicate în literatura de specialitate, privind instalațiile frigorifice periodice cu absorbție, rezultă că temperatura finală în generatorul de vapori, pentru obținerea unui coeficient de eficiență frigorifică maxim, nu trebuie să depășească circa 120°C [1] și că instalațiile realizate pentru o temperatură de vaporizare de —10°C necesită temperaturi maxime în generatorul de vapori de 80... ...120°C. Dacă frigul este produs la o temperatură de circa 0°C (cazul instalațiilor de condiționare), temperatura maximă în generatorul de vapoate să scadă pînă la 60°C.

În consecință, nivelul de temperaturi, necesar în generatorul de vapori la aceste tipuri de instalații frigorifice, se plasează în intervalul de temperaturi realizabile în instalațiile de conversie termică a energiei solare utilizînd captori cu sau fără concentrare. Rezultă, deci posibilitatea

Manuscris predat redacției la data de 16 aprilie 1980.
* Șef lucrări dr. ing. Șef lucrări ing., ; Conf. dr. ing. ; Prof. dr. ing. Catedra Termotehnică

de realizare de instalaţii frigorifice periodice cu absorbţie cu utilizarea energiei solare în principal şi care pot fi prevăzute şi cu un sistem auxiliar de încălzire clasic, ce intră în funcţie pe timpul lipsei de radiaţie solară.

Prototipuri de astfel de instalaţii sînt deja realizate mai ales pentru producerea de gheaţă [2], [3], [4].

Lucrarea cuprinde un studiu termodinamic privind comportarea instalaţiilor periodice cu absorbţie la diferite regimuri de lucru precum şi documentaţia necesară realizării unei astfel de instalaţii, cu utilizarea energiei solare, avînd o putere frigorifică de cca. 100 kcal/perioadă şi care urmează să fie testată experimental.

Calculul termic cît şi calculul de dimensionare a elementelor componente ale instalaţiei s-au efectuat pentru cazul utilizării soluţiei binare compusă din apă şi amoniac.

1. Prezentarea ciclului de funcţionare.

Schema de principiu a instalaţiei cu soluţie binară lichidă, pe baza căreia s-au stabilit relaţiile pentru calculul termic este prezentată în fig. 1 iar procesele termodinamice în fig. 2 şi fig. 3.

În principal instalaţia se compune din recipientul $G - A$ care în perioada de încălzire joacă rol de generator de vapori iar în perioada de răcire devine absorbitor, condensatorul c_d şi vaporizatorul V, care poate fi şi rezervor de agent frigorific lichid, în cazul absenţei rezervorului RL.

În timpul perioadei de încălzire robinetul R_1 este deschis, robinetul R_2 este închis şi se pune în funcţiune circuitul de încălzire al $G - A$. Vaporii de agent frigorific produşi în $G-A$ sînt separaţi în deflegmatorul D, răcit cu aer sau apă, după care se condensează în condensatorul c_d şi se acumulează în RL.

La începutul perioadei de încălzire în $G - A$ se află soluţie caracterizată prin temperatura t_1 şi presiunea p_{OE}, stare reprezentată prin punctul 1 (fig. 2 şi fig. 3) din diagramele de echilibru entalpie — presiune — temperatură — concentraţie, iar în vaporizator sînt vapori saturaţi de agent frigorific la aceeaşi presiune p_{OE} şi temperatura corespunzătoare t_{OE}, reprezentaţi prin punctul OE. Încălzind soluţia din $G - A$ presiunea din instalaţie va creşte pînă la p_c determinată de temperatura de condensare t_c. Astfel starea soluţiei se deplasează după $\xi_1 = ct$ (transformarea $1 - KA$) cînd se atinge temperatura t_{KA} la care începe distilarea vaporilor. Vaporii se condensează în c_d, pe măsura ce sînt produşi şi prin urmare procesul teoretic de distilare va continua la presiunea

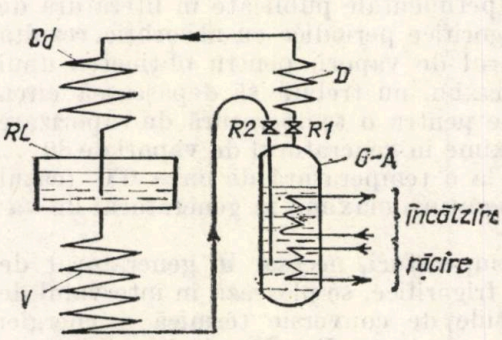


Fig. 1. Instalaţie frigorifică periodică cu absorbţie. Schemă de principiu.

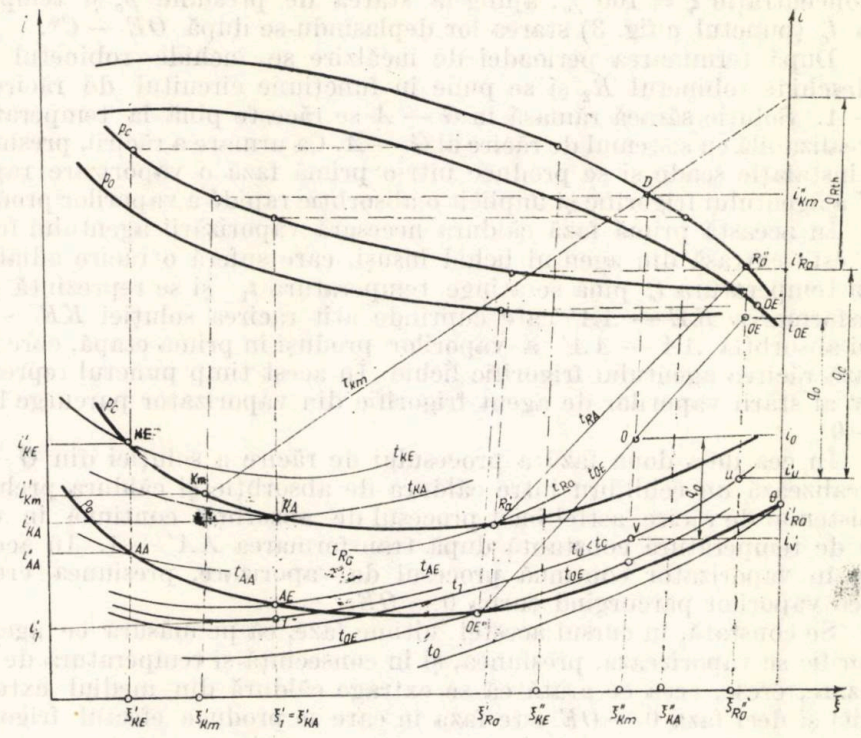


Fig. 2. Reprezentarea proceselor din instalația frigorifică, periodică cu absorbție în diagrama $i = \xi$.

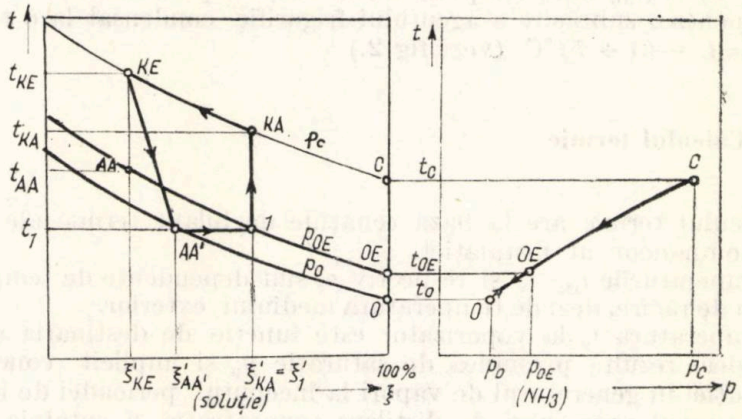


Fig. 3. Reprezentarea proceselor din instalația frigorifică, periodică cu absorbție în diagramele $t - \xi$ și $t - p$.

p_c = ct pînă la temperatura t_{KE}, realizată cu ajutorul sistemului de încălzire. Procesul de distilare este reprezentat prin transformarea *KA—KE*. În același timp vaporii saturați de agent frigorific conținuți în V, teoretic

de concentrație $\xi = 100\ \%$, ajung la starea de presiune p_c și temperatura t_c (punctul c fig. 3) starea lor deplasîndu-se după $OE - C^*$.

După terminarea perioadei de încălzire se închide robinetul R_1, se deschide robinetul R_2 și se pune în funcțiune circuitul de răcire al $G - A$. Soluție săracă rămasă în $G - A$ se răcește pînă la temperatura t_1, realizabilă cu sistemul de răcire al $G - A$. Ca urmare a răcirii, presiunea din instalație scade și se produce într-o primă fază o vaporizare rapidă în V a agentului frigorific și implicit o absorbție rapidă a vaporilor produși.

În această primă fază căldura necesară vaporizării agentului frigorific este extrasă din agentul lichid însuși, care suferă o răcire adiabată de la temperatura t_c pînă se atinge temperatura t_1 și se reprezintă prin transformarea $KE - AA'$ care cuprinde atît răcirea soluției $KE - AA$ cît și absorbția $AA - AA'$ a vaporilor produși în prima etapă, care realizează răcirea agentului frigorific lichid. În acest timp punctul reprezentativ al stării vaporilor de agent frigorific din vaporizator parcurge linia $C - 0$.

În cea de-a doua fază a procesului de răcire a soluției din $G - A$ se realizează un echilibru între căldura de absorbție și căldura preluată de sistemul de răcire, astfel încît procesul de absorbție continuă în condiții de temperatură constantă după transformarea $AA' - 1$. În același timp în vaporizator continuă procesul de vaporizare, presiunea crește, starea vaporilor parcurgînd curba $0 - OE$.

Se constată, în cursul acestei ultime faze, că pe măsură ce agentul frigorific se vaporizează, presiunea, și în consecință și temperatura de vaporizare, cresc, ceea ce arată că se extrage căldură din mediul exterior (răcit) și deci faza $0 - OE$ este faza în care se produce efectul frigorific util.

La dimensionarea circuitelor de răcire ale instalației se recomandă să se ia în considerație o subrăcire a soluției în absorbitor și anume $t_1 = t_{AE} - (3 \div 5)°C$, ($t_{AE}$ fiind temperatura la sfîrșitul procesului de absorbție) și de asemenea o subrăcire a agentului frigorific condensat la o temperatură $t_u = t_c - (3 \div 5)\ °C$ (vezi fig 2.)

2. Calculul termic

Calculul termic are la bază ecuațiile de bilanț termic ale fiecărui aparat component al instalației.

Temperaturile t_1, t_u și respectiv p_c sînt dependente de temperatura agentului de răcire, deci de temperatura mediului exterior.

Temperatura t_0 la vaporizator este funcție de destinația spațiului răcit și deci rezultă presiunea de saturație p_0 și implicit concentrația ξ_1', a soluției în generatorul de vapori la începutul perioadei de încălzire.

În timpul procesului de distilare concentrația și entalpia soluției și a vaporilor produși variază de la ξ_{KA}' și i_{KA}' la ξ_{KE}' și i_{KE}', respectiv pentru vapori de la ξ_{KA}'' și i_{KA}'' la ξ_{KE}'' și i_{KE}'', de aceea la exprimarea relațiilor de bilanț termic și masic s-au determinat valori medii ξ_{Km}', ξ_{Km}'', i_{Km}' și i_{Km}''.

* Diagrama din fig. 3 s-a reprezentat în ipoteza separării perfecte a vaporilor de NH_3 din soluție.

Relațiile de calcul scrise pentru 1 kg de agent frigorific sînt centralizate în tabelul 1, parametrii soluției și agentului frigorific determinîndu-se din diagrama $i - \xi$ a soluției binare utilizate, conform fig. 2.

Dacă $\bar{Q}_0$ [kcal/perioadă] reprezintă puterea frigorifică a instalației, atunci cantitatea de amoniac care produce frig $\bar{G}_k$ util va fi :

$$\bar{G}_{k\,util} = \frac{\bar{Q}_0}{q_0}$$

Tabelul 1

Breviar de relații pentru calcul termic

Denumirea	Relația de calcul	Observații
1	2	3
Factorul de circulație : f	$f = \dfrac{\xi''_{Ra} - \xi'_{KE}}{\xi'_{KA} - \xi'_{KE}}$ — cu deflegmator ξ''_{Ra} și i''_{Ra} se determină la p_c și t_{Ra} ;	t_{Ra} — temperatura agentului la ieșire din deflegmator, funcție de sistemul de răcire al deflegmatorului
Căldura evacuată prin sistemul de răcire al deflegmatorului : q_R	$q_R = i''_{Km} - i''_{Ra} + \eta_\rho \dfrac{\xi''_{Ra} - \xi''_{Km}}{\xi''_{Km} - \xi'_{Ra}} (i''_{Km} - i'_{Ra})$ η_ρ — randamentul de rectificare	deflegmator în echicurent
	$q_R = i''_{Km} - i''_{Ra} + \eta_\rho \dfrac{\xi''_{Ra} - \xi''_{Km}}{\xi''_{Km} - \xi'_{Km}} (i''_{Km} - i'_{Km})$	deflegmator în contracurent
Căldura totală de distilare în $C - A$: q_{KR}	$q_{KR} = i''_{Ra} + f(i'_{KE} - i'_1) - i'_{KE} + q_R$	
Căldura evacuată în condensator : qc	$q_c = i''_{Ra} - i'_u$	Starea u este determinată t_u și ξ''_{Ra}
Căldura extrasă prin răcirea în absorbitor *a*) căldura de răcire q_{A_1}	$q_{A1} = (f - 1)(i'_{KE} - i'_{AA})$	
b) căldura de absorbție q_{A_2}	$q_{A2} = i''_{OE} + f(i'_{AA} - i'_1) - i'_{AA}$	
Total căldura extrasă în absorbitor q_A	$q_A = q_{A1} + q_{A2}$	
Căldura absorbită în vaporizator (q_0).	$q_0 = i_{OE} - i'_u$	Starea OE este determinată de t_{OE} și ξ''_{Ra}
Eficiența frigorifică teoretică	$\zeta = \dfrac{q_0}{q_{KR}}$	

Pentru a ţine cont de faptul că vaporizarea agentului frigorific în prima fază a procesului de răcire nu produce efect frigorific util, cantitatea totală de amoniac distilat se determină din relaţia [2]:

$$\bar{G}_k = \bar{G}_{k\,util} \cdot \exp. \left[- \frac{i_{0'} - i_{0'E}}{L_{0-0E}} \right]$$

în care: i'_0, i'_{0E} sînt entalpiile amoniacului lichid saturat la presiunile p_0 şi respectiv p_{0E}; $L_{0-0E} = \frac{L_0 + L_{0E}}{2} L_0$, şi L_{0E} fiind căldurile respective de vaporizare la p_0 şi p_{0E}.

Cu valoarea $\bar{G}_k$ rezultată se calculează sarcinile termice în kcal/ perioadă ale aparatelor componente ale instalaţiei.

3. Rezultatele calculului termic al instalaţiei la diferite regimuri de temperaturi şi presiuni

Pentru a evidenţia variaţia parametrilor caracteristici de funcţionare a instalaţiei frigorifice periodice cu absorbţie, s-a efectuat calculul termic pentru diferite regimuri de temperaturi.

Astfel, s-au considerat valori medii ale temperaturii de vaporizare (t_{0m}) cuprinse între $-25°C \div +5°C$, iar pentru temperatura de condensare s-au admis două valori şi anume $t_c = +30°C$ — pentru zone temperate — şi $t_c = +50°C$ — pentru zone tropicale (temperaturi ale aerului de cca. $35 \div 40°C$)

De asemenea s-au considerat valori ale temperaturii maxime în generatorul de vapori (t_{KE}) cuprinse între $60 \div 160°C$, care sînt realizabile cu captori solari plani sau cu captori cu factor redus de concentrare.

Pe baza rezultatelor calculului termic s-au reprezentat diagramele de variaţie a diferiţilor parametri în funcţie de temperatura medie a frigului produs $\left(t_{0m} = \frac{t_0 + t_{0E}}{2}\right)$ considerînd ca parametru pe t_{KE} şi t_c.

În fig. 4 s-a reprezentat variaţia factorului de circulaţie f în funcţie de t_{0m} şi t_{KE}, la cele două temperaturi de condensare considerate.

Se observă că în toate cazurile factorul de circulaţie scade cu creşterea temperaturii t_{0m} şi la temperaturi t_{0m} peste 0°C, factorul de circulaţie prezintă valori foarte apropiate pentru temperaturi $t_{KE} = 90 \div 150°C$ şi chiar $80 \div 150°C$.

Pe de altă parte, factorul de circulaţie creşte sensibil cu scăderea temperaturii t_{KE} şi tinde către $\pm\infty$, deci admite asimptotă verticală, asimptotă care se deplasează spre valori t_{0m} mai scăzute odată cu creşterea temperaturii t_{KE}. Se observă că pentru $t_{KE} = 60°C$ rezultă numai valori negative pentru „f" ceea ce arată imposibilitatea funcţionării instalaţiei la $t_{KE} \leqslant 60°C$ în condiţiile producerii frigului de temperaturi $t_{0m} \leqslant +5°C$

Diagrama din fig. 4 permite ca în funcţie de temperatura necesară t_{0m} să se determine t_{KE} şi prin urmare să se aleagă sistemul de captare a energiei solare.

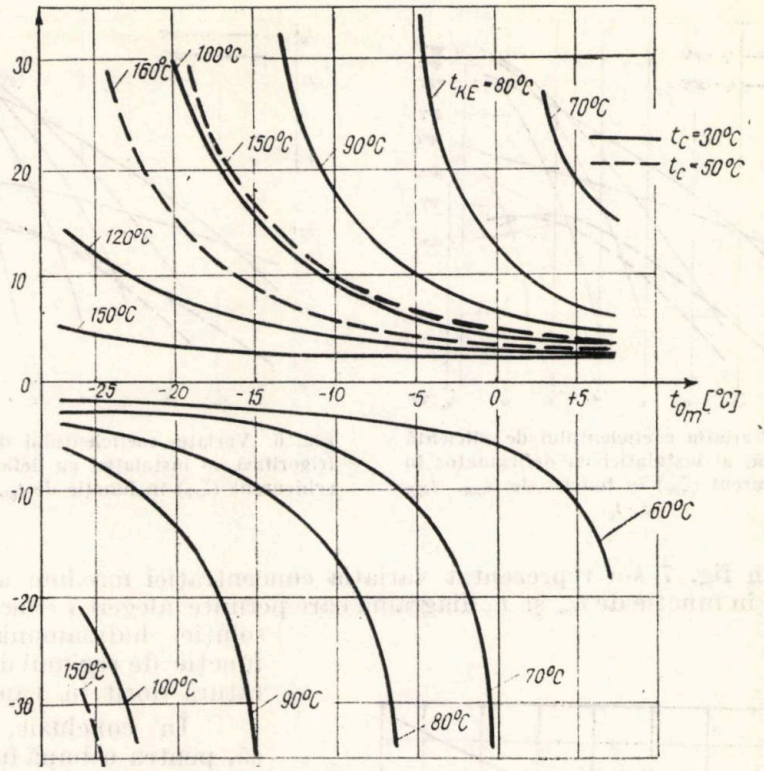


Fig. 4. Variația factorului de circulație (f) în funcție de temperaturile t_{0m} și t_{KE}.

De asemenea, din aceeași diagramă, rezultă că, odată cu creșterea temperaturii de condesare t_c, factorul f crește puternic, (aceasta se observă dacă se compară cele două curbe de $t_{KE}=150°C$) și prezintă valori pozitive numai pentru $t_{KE} \geqslant 120°C$. Prin urmare, în zone cu temperaturi ambiante ridicate instalația nu poate funcționa cu răcirea condensatorului cu aer.

În fig. 5 și fig. 6 s-a reprezentat variația coeficientului de eficiență frigorifică ζ_{cc} (pentru cazul utilizării unui deflegmator în contracurent) și ζ_{ec} (respectiv în echicurent) în funcție de t_{0m} și t_{KE} la cele două temperaturi de condensare admise.

Se observă că ζ_{cc} respectiv ζ_{ec} cresc cu creșterea temperaturii t_{0m} și scad cu creșterea temperaturii de condensare, lucru îndeobște cunoscut.

De asemenea, cum era de așteptat $\zeta_{cc} > \zeta_{ec}$.

Cu privire la variația lui ζ în funcție de valoarea temperaturii t_{KE} se constată următoarele:

— ζ crește cu t_{KE} la orice regim de valori t_{0m} numai în cazul $t_{KE} \leqslant 100°C$, domeniu în care nu se pot însă atinge valori prea scăzute ale temperaturii t_{0m};

— valori ale temperaturii t_{KE} cuprinse între $100 \div 120°C$ sînt recomandate în cazurile în care $t_{0m} < 0°C$;

— utilizarea temperaturii $t_{KE}=150°C$ nu se justifică, deoarece cu aceasta se obține o creștere foarte slabă a coeficientului ζ numai la temperaturi t_{0m} sub — 20°C.

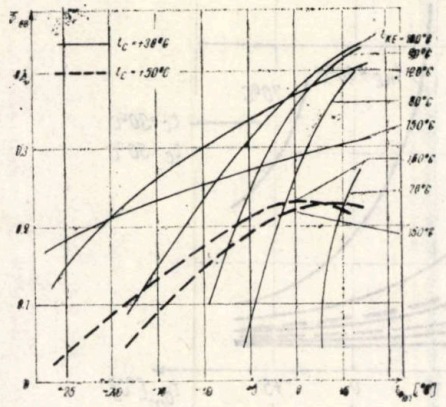


Fig. 5. Variația coeficientului de eficiență frigorifică, al instalației cu deflegmator în contra curent (ζ_{cc}) în funcție de t_{0m}, t_{KE} și t_c.

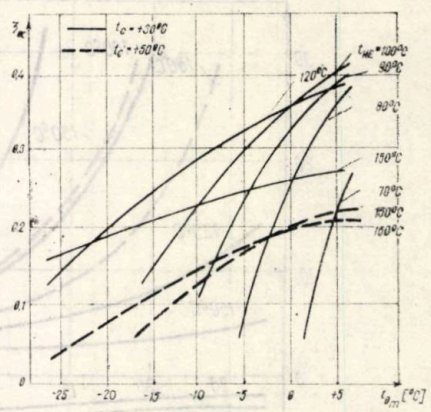


Fig. 6. Variația coeficientului de eficiență frigorifică, al instalației cu deflegmator în echicurent (ζ_{cc}) în funcție de t_{0m}, t_{KE} și t_c.

În fig. 7 s-a reprezentat variația concentrației maxime a soluției bogate în funcție de t_{0m} și t_c, diagramă care permite alegerea concentrației soluției hidroamoniacale în funcție de regimul de temperatură dorit în vaporizator.

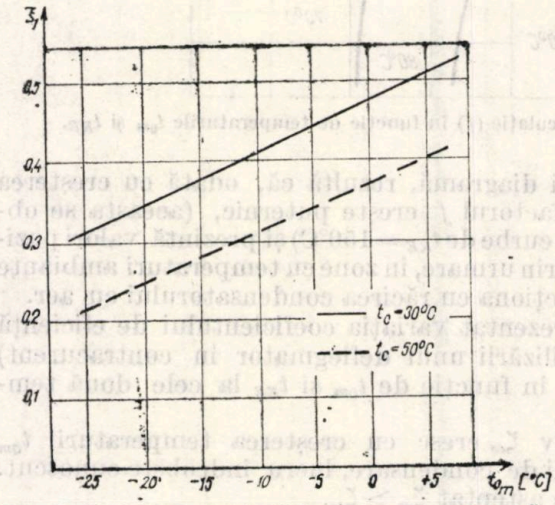


Fig. 7. Variația concentrației maxime a soluției ξ_1, în funcție de t_{0m} și t_c.

În concluzie, rezultă că, pentru o bună funcționare a instalațiilor frigorifice periodice cu absorbție, trebuie ca temperatura maximă în generatorul de vapori să ia valori $t_{KE} = 80 \div 120$°C, iar în cazul instalațiilor frigorifice pentru condiționare se poate coborî la valoarea $t_{KE} = 70$°C.

Pentru ca eficiența instalației să crească este necesar ca temperatura de condensare să fie cît mai scăzută.

Rezumînd rezultatele calculului termic, se constată :

— La temperaturi de condensare ridicate sînt necesare valori mari ale temperaturii t_{KE}. Concentrația soluției și implicit cantitatea de soluție din $G - A$ se ia astfel încît t_{KE} să nu fie mai mare de 130°C și în nici un caz peste 140°C.

— La o temperatură medie a frigului produs $t_{0m} = -10$°C și implicit o presiune $p_{0m} = 3$ at, temperatura finală în generatorul de vapori este $t \leqslant 120$°C.

— Coeficientul de eficiență crește cu scăderea temperaturii t_c. Astfel la $t_c = +25°C$, presiunea maximă în instalație este sub 10 at iar concentrația ia valori $22 < \xi < 48\%$ (fig. 8),. Aceeași mașină la o temperatură de condensare $t_c = +40°C$ și deci $p_c = 16$ at va funcționa la un interval de degazare mult mai mic și anume $30 < \xi < 39\ \%$, iar la temperaturi și respectiv presiuni de condensare și mai mari, intervalul de degazare devine nul și nu se mai poate obține frig.

Prin urmare, instalațiile frigorifice cu soluții binare lichide funcționează dificil în condițiile absenței apei de răcire și deci a răcirii condensatorului și absorbitorului cu aer, a cărui temperatură poate ajunge la 30, 35°C.

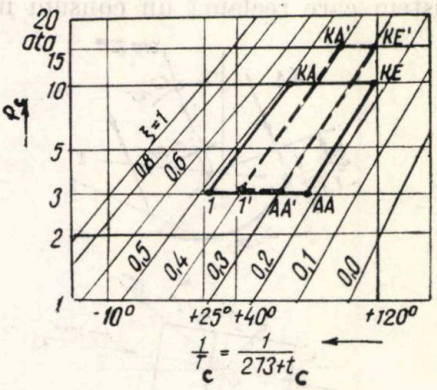


Fig. 8. Variația intervalului de degazare ($\Delta\xi$) în funcție de temperatura de condensare t_c și presiunea corespunzătoare p_c.

2.4. Prezentarea instalației experimentale

Pe baza calculului termic expus s-a proiectat o instalație frigorifică periodică cu absorbție, cu soluție hidroamoniacală pentru o putere frigorifică de $Q_0 = 100$ kcal/perioadă.

Pentru a testa instalația într-un interval de temperaturi cît mai mare al căldurii furnizate, s-a utilizat un colector al radiației solare, cu concentrator sub forma unei oglinzi cilindroparabolice cu suprafață de $2m^2$, deschiderea de 2 m, distanța focală $f = 0{,}866$ m, săgeata maximă 0,287 m și coeficientul de concentrare $\frac{D}{d} = 40$ (fig. 1, poz 1).

Pe banda focală ($d \times l$) a oglinzii, într-o cavitate cu secțiunea transversală în formă de „U" (fig. 10 poz. 2) s-a plasat colectorul sub forma unei serpentine din țeavă Ø 18 × 1 × 3 000 mm, aplatisată, prin care circulă apa care se încălzește și care constituie fluidul de încălzire al generatorului de vapori (G — A) al instalației frigorifice (vezi fig. 10).

În figura 9 sînt prezentate 3 posibilități de utilizare a ansamblului concentrator-colector.

În cazul în care oglinda concentratoare recepționează direct/radiațiile solare și le focalizează pe banda focală (fig. 9, a), sînt necesare două mișcări ale oglinzii și anume:

— o rotire în jurul axului x — x care permite orientarea oglinzii față de înălțimea soarelui atît de la o zi la alta cît și în cursul unei zile, (vezi proiecția frontală și desenul în perspectivă din fig. 9, a);

— cea de-a doua mișcare este o rotire în jurul axului vertical de susținere, care permite orientarea sistemului în funcție de poziția soarelui față de direcția E — V și care se poate urmări în proiecția pe planul orizontal din fig. 9, a (conturul oglinzii și direcția benzii focale x — x s-a reprezentat pentru ora 12,00 iar pentru orele 11,00 și 13,00 numai direcțiile axelor focale x' — x' și respective x'' — x'').

Soluția adoptată în fig. 9, *a* prezintă dezavantajul necesității unui sistem complex de automatizare pentru realizarea celor două mișcări, sistem care reclamă un consum mare de energie. Un alt dezavantaj îl

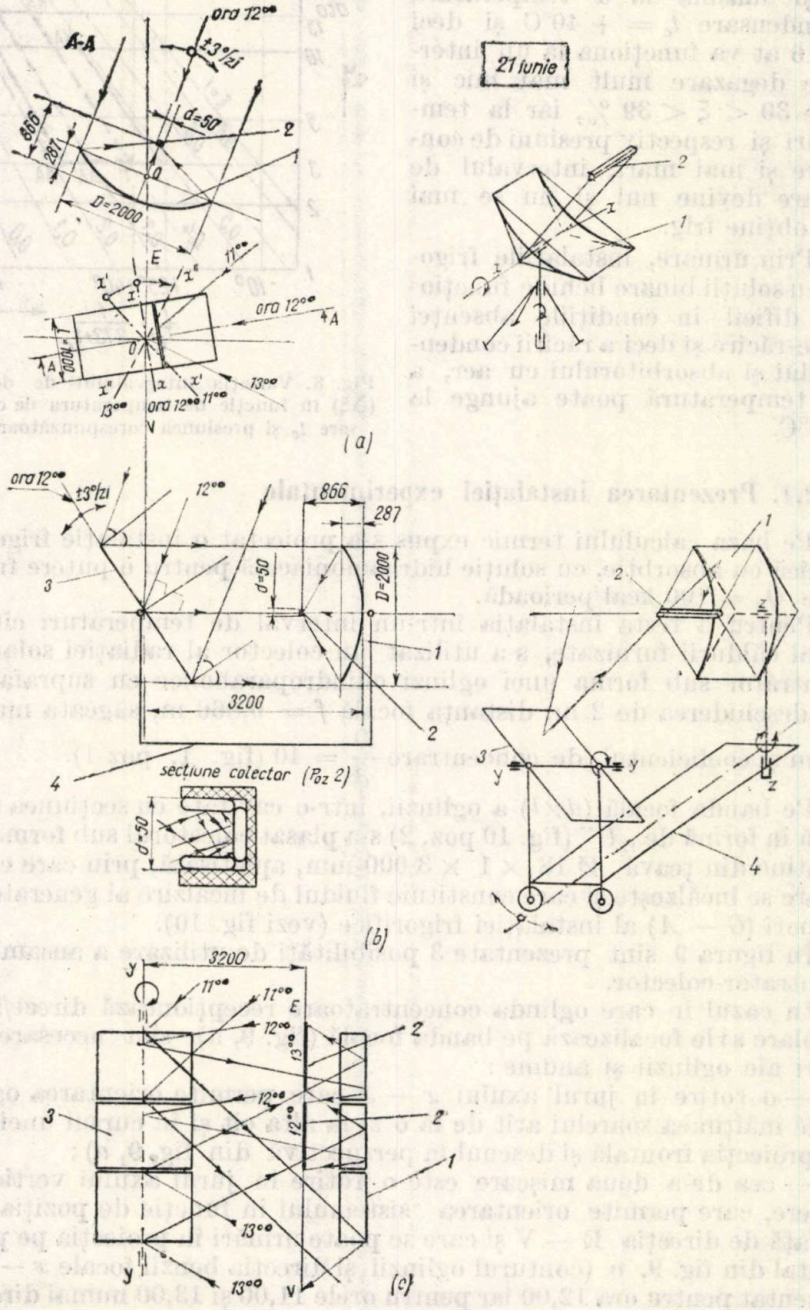


Fig. 9. Schemele sistemelor de concentrare-captare a energiei solare.

constituie mobilitatea colectorului care conduce la legături flexibile dintre colector și instalația frigorifică.

Soluția din fig. 9. *b* s-a realizat efectiv pentru furnizarea căldurii necesară instalației frigorifice prezentată în fig. 10 și care urmează să fie experimentată.

Oglinda 1 (fig. 9, b), executată din tablă de aluminiu, primește radiațiile solare reflectate de oglinda plană din sticlă argintată 3. Orientarea oglinzii 3 față de direcția soarelui se realizează atît prin rotirea ei în jurul axului $y - y$, ax care trece prin centrul de greutate al oglinzii și deci energia consumată în acest sens este minimă, cît și prin rotirea întregului sistem, rigidizat prin cadrul 4, în jurul pivotului z, z.

Soluția din fig. 9, *b* aplicată în cazul obținerii unor fluxuri termice mari, conduce la un sistem de oglinzi cilindroparabolice fixe (poz. 1 fig. 9,*c*) cu axa focală orientată pe direcția E—V (poz. 2) și heliostate (poz. 3), care necesită o singură mișcare de rotație în jurul axului $y - y$.

Fig. 9. *c* poate fi proiecția pe planul orizontal corelată cu proiecția frontală, din fig. 9, *b*. Urmărind deplasarea benzii focale 2 la diferite ore din zi se desprinde concluzia că în cazul unui sistem heliostat cu un număr mare de oglinzi 1 și 3 și deci o lungime mare a colectorului 2 (sau un număr mare de colectoare plasate pe toată lungimea) deviațiile benzii focale, datorate poziției soarelui față de direcția E — V, conduc la umbriri numai în zonele de capăt în primele și ultimele ore de însorire ale zilei. Cu cît numărul de oglinzi este mai mare cu atît acest efect de umbrire este neglijabil. Prin urmare sistemul de heliostate din fig. 9, *c* prezintă avantajele; — realizează colectoare în poziție fixă; — necesită o singură mișcare a panourilor de oglinzi 3 în jurul axului care trece prin centrul lor de greutate; — permite obținerea de temperaturi ridicate prin utilizarea concentratorilor cilindro-parabolici.

În fig. 11 este prezentată instalația frigorifică periodică proiectată. Generatorul-absorbitor $G - A$ este alimentat alternativ fie cu apa caldă, obținută cu ajutorul captatorului solar (poz. 2 fig. 10), în perioada de încărcare, fie cu apa rece de la rețea în perioada de răcire. El este constituit din țeavă cu Ø 140 × 4 și lungimea 460 mm. Serpentina circuitului de încălzire-răcire a G—A este constituită din țeavă Ø9 × 1 mm cu lungimea de 1,75 m. Deflegmatorul D este răcit cu aer și constituit din țeavă Ø 16 × 2,5 mm cu lungimea de 0,4 m. Condensatorul C_a, este de asemenea răcit cu aer și executat sub forma unei serpentine din țeavă Ø 9 × 1 mm cu lungimea de 4,5 m. Vaporizatorul V este format dintr-o serpentină din țeavă Ø 16 × 2,5 mm cu lungimea de 1 m, imersată într-un vas cu saramură plasat într-un calorimetru. Dacă în saramură se introduce o formă F G pentru producerea a circa 250 g de gheață, atunci cantitatea de saramură este de cca. 700 cm^3.

Rezervorul de lichid RL este constituit din țeavă de 3″ cu lungimea de 0,3 m, este izolat termic și prevăzut cu sticlă de nivel gradată, pentru a permite măsurarea cantității de NH_3 vaporizată într-un anumit timp.

S-a adoptat soluția vaporizatorului imersat în saramură și rezervor de amoniac lichid izolat termic și scos în afara spațiului de răcire cu scopul de a realiza o acumulare cît mai mare a frigului.

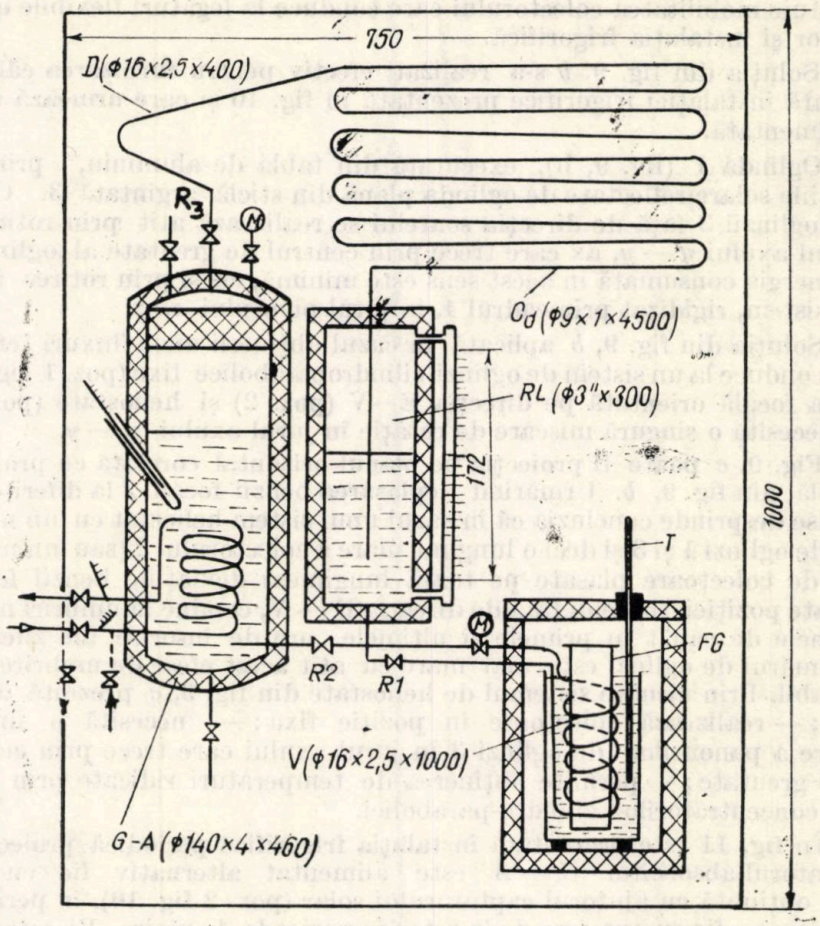


Fig. 10. Schema instalației experimentale de laborator.

5. Calculul estimativ al coeficientului total de eficiență al instalației

Densitatea de putere radiantă q((W/m²) interceptată de la soare de o suprafață S conduce la un flux termic incident :

$$Q_i = q\, S_0$$

Randamentul ansamblului heliostat-oglindă concentratoare este definit prin :

$$\eta_{conc} = \eta_u \cdot R_c \cdot R_H$$

în care : R_c și R_H sînt factorii energetici de reflexie ai concentratorului și respectiv heliostatului ; η_u — este coeficientul de umbrire al suprafeței definit prin $\eta_u = S_i/S_0$, în care S_i — este suprafața neumbrită (luminată).

Fluxul termic Q_{KR} necesar în perioada de încălzire a $G-A$ se poate exprima în funcție de Q_1 prin relația:

$$Q_{KR} = (1 - \pi)Q_i \ \eta_{conc}\ \eta_g = (1 - \pi\ (1 - \pi)q\ S\ \eta_{conc}\eta_g$$

în care π sînt pierderile de căldură prin convecție și radiație; $\eta_g = \frac{\zeta_r}{\zeta} -$ este randamentul instalației frigorifice, definit prin raportul dintre coeficientul real de eficiență ζ_r și cel teoretic ζ. Randamentul η_g depinde de condițiile reale de exploatare și poate lua valori 0,6 — 0,5 și chiar mai scăzute în cazul cînd temperatura agentului de răcire crește.

Pe baza noțiunilor de mai sus s-a definit coeficientul total de eficiență al instalației ε, prin:

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_i} = \frac{Q_0(1 - \pi)\ \eta_{conc}\eta_g}{Q_{KR}} = (1 - \pi)\ \zeta\eta_g\eta_{conc}$$

Pentru București, densitatea de putere radiantă directă are valori

$$q = 0{,}6 \div 0{,}8 \text{ kW/m}^2$$

Caracteristicile instalației sînt: $R_H = 0{,}87$ (oglindă din sticlă argintată; R_c—0,8 (oglindă din tablă de aluminiu); $\eta_u = 0{,}925$.
deci, $\eta_{conc} = 0{,}8 \times 0{,}87 \times 0{,}925 = 0{,}644$.

Admițînd $\eta_g = 0{,}6$ și $\pi = 20\%$ din Q_i, rezultă pentru $\varepsilon = (1 -$ $- 0{,}2) \times 0{,}6 \times 0{,}644\ \zeta = 0{,}309\ \zeta$.

Prin urmare, în cazul $t_{KE} = 80 \div 120°C$, $t_c = 30°C$ și $t_{om} = -25 \div$ $\div 5°C$ se obțin valori ale coeficientului total de eficiență $\varepsilon = 3 \div$ $\div 13\ \%$.

Pentru instalația proiectată, la care $Q = 100$ kcal/h, rezultă o suprafață necesară a oglinzii cilindro-parabolice;

$$S = \frac{Q_{KR}}{(1 - \pi)\ q\ \eta_{conc}\eta_g} = \frac{100}{0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 860 \cdot 0{,}644 \cdot 0{,}6} = 0{,}537 \text{ m}^2$$

în care $q = 0{,}7$ kW/m²; $\eta_g = 0{,}6$

Această suprafață este necesară în cazul circulației în circuit închis a apei calde furnizată de colectorul solar. În acest caz temperatura prezintă între intrare și ieșire o cădere de cca. 15°, la un debit de apă de 7 kg/h și o viteză a apei în serpentina generatorului absorbitor de cca. 5 cm/s, care se poate realiza prin circulație naturală. În cazul în care se utilizează circulația apei în circuit deschis, la o temperatură a apei de la rețea de 18°C ecartul de temperatură este de 82° și deci pentru obținerea temperaturii de regim de cca. 100°C, în $G - A$, căldura furnizată de colectorul solar va fi:

$$Q_{KR} = 7 \times 1\ (100 - 18) = 574 \text{ kcal/h}$$

iar suprafaţa captatoare va fi :

$$S = \frac{Q_{KR}}{(1 - \pi)\, q\, \eta_{conc}\, \eta_g} = \frac{574}{0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 860 \cdot 0{,}644 \cdot 0{,}6} = 3{,}08 \text{ m}^2$$

Se observă că funcţionarea în circuit închis este net avantajoasă atît din punct de vedere al dimensiunilor suprafeţei captatoare cît şi din punct de vedere al simplităţii şi autonomiei instalaţiei, ea putînd fi prevăzută cu un rezervor acumulator de apă.

Concluzii

În concluzie, pentru puteri frigorifice mici se pot realiza frigidere cu substanţă de absorbţie solidă ($CaCl_2$) sau lichidă, portabile, utilizînd energia solară.

Dimensiunile şi greutatea instalaţiei sînt reduse (fig. 10) şi se pot găsi soluţii constructive astfel încît instalaţia să fie adaptată pentru locul în care se întrebuinţează.

Armăturile şi aparatura de control se poate reduce la cele 2 robinete R_1 şi R_2, care să fie comandate automatizat printr-un sistem de termostatare.

În urma executării şi testării instalaţiei experimentale proiectate se va relua problema, pentru compararea caracteristicilor experimentale cu cele teoretice menţionate în această lucrare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Niebergall W.*, — Sorptions — Kältemaschinen, 1959.
2. *Perata S.*, Premiers résultats obtenus avec un réfrigérateur solaire à absorption intermittente utilisant des colecteurs plans comme éléments de chauffage, COMPLES, nr. 10/1966..
3. *Duffie J. A., Chunf R. et G.O.G. LOF.*, — Röfrigération per absorption solaire (colocviu internaţional de energie solară 1961).
4. *Trombe F., Foox M.*, Production de glace à l'aide de l'énergie solaire (colocviu internaţional de energie solară 1961).
5. *Plank R., Kupriunoff J.*, — Die Kleinkältemaschine, 1960.
6. *Petrescu S., Dănescu Al., Ştefănescu D., Duicu T., Dimitriu S.*, Studiul şi realizarea unui concentrator cilindro-parabolic — Buletinul IPB nr. 1/1979

Frigorific Instalations with Periodical Absorbtion, Using Solar Energy

It is studied the possibility of working of frigorific instalations with periodical absorbtion in the range of pressures and temperatures which can be get with solar energy.

The thermal computation of frigorific cycle, at different pressures and temperatures was made in order to get conclusions regarding how the instalation works depending of thermal performances of solar energy collectors, with or without concentrators.

In order to verify theoretical conclusions a instalation with periodical absorbtion with hidroamoniacal solution, having a frigorific power of about 100 kcal/period was designed, which was build and will be tested.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z. : 621.43

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

CALCULUL TRAIECTORIEI JETULUI DE COMBUSTIBIL ÎNTR-UN CURENT DE AER CU MIȘCARE DE VÎRTEJ

B. GRÜNWALD, NGUYEN VAN LAP *

Lucrarea tratează problema de calcul al traiectoriei jeturilor de combustibil injectate în cilindrul motorului diesel cu mișcarea de vîrtej organizat a aerului. S-au propus două modele distincte de jet : unul, are la bază picătura de combustibil reprezentativă ; celălalt consideră jetul în ansamblu, ca un mediu continuu. Coeficientul de rezistență aerodinamică al jetului se determină pe baza rezultatelor încercărilor efectuate în recipiente sub presiune. Modelele de calcul s-au aplicat motorului D—115 de fabricație românească. Metoda de calcul a fost comparată cu datele experimentale publicate în literatura de specialitate.

Camera de ardere unitară a motoarelor diesel de putere mică și mijlocie se dezvoltă pe baza mișcării de vîrtej a fluidului motor din cupa pistonului. Este răspîndită opinia că, în acest caz, mișcarea de vîrtej rotește anvelopa jetului astfel încît, amestecarea combustibilului cu aerul are loc „în volum". Drept ilustrare a acestei ipoteze se consideră rezultatele obținute la optimizarea procesului de ardere al unui motor, prin corelarea intensității mișcării de rotație cu numărul de orificii ale pulverizatorului. Rezultatele arată că, reducînd viteza unghiulară de rotație a vîrtejului se impune creșterea numărului de orificii ale pulverizatorului, cazul limită fiind acela cînd mișcarea de vîrtej încetează, iar numărul orificiilor trebuie să ajungă la 18, unghiul de dispersie a jetului fiind de aproximativ 20°. Totuși, diametrul redus al cupei pistonului și penetrația mare a jetului pun sub semnul întrebării părerea că formarea amestecului „în volum" este unica posibilitate de micro și macromixtură în camera de ardere cu cupă în piston. Impactul jet-perete în cupa pistonului apare ca inevitabil, iar mișcarea tangențială a fluidului motor la suprafața laterală a cupei pare să joace un rol important în formarea unei pelicule de combustibil, pe suprafața laterală a cupei, cel puțin spre sfîrșitul cursei de comprimare. Amestecarea „în peliculă", aplicată pentru prima dată de Meurer, trebuie să joace, la camerele de ardere unitare menționate, un rol însemnat, care nu s-a bucurat de atenție. O anumită semnificație are probabil unghiul de impact al jetului pe perete (unghiul ψ dintre vectorul viteză al frontului jetului și normala la suprafața laterală a cupei), deoarece în cazul 1 (fig. 1)

Manuscris predat redacției la data de 18 septembrie 1980.
* Prof. dr. ing. ; Doctorand, Catedra de Motoare cu ardere internă.

cînd unghiul de impact este $\psi = 0°$, o parte din pelicula de combustibil se deplasează pe perete împotriva vîrtejului de aer, iar formarea organizată a amestecului este compromisă. Cazul ideal ($\psi = 90°$) nu este realizabil cu o cupă centrală pe axa injectorului. Dacă o valoare intermediară a unghiului de impact, cazul 2, poate defini soluţia optimă, rămîn în continuare de clarificat mecanismele de micro şi macromixtură. Un anumit rol în formarea peliculei de combustibil, îl joacă viteza de impact, deoarece contribuie la răspîndirea combustibilului în peliculă.

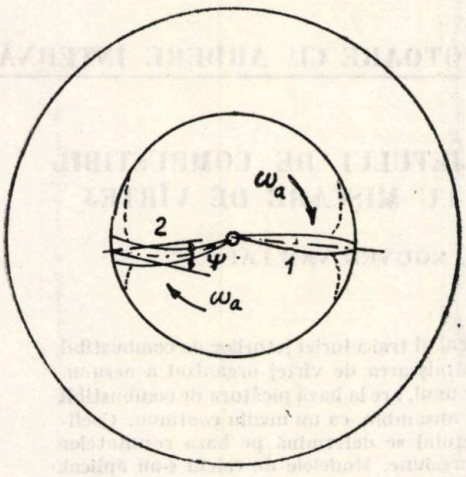


Fig. 1.

Procedeul „mixt" de formare a amestecului — „în volum" şi „în peliculă" — se evidenţiază cînd se cercetează traiectoria jetului de combustibil în camera de ardere cu cupă în piston. Un pas mai departe în această direcţie a fost deja făcut [1]. Încercări suplimentare se dovedesc necesare pentru a corela traiectoria jetului cu mişcarea de vîrtej, lucrarea de faţă înscriindu-se în acest domeniu.

Mai multe modele fizico-matematice au fost elaborate pentru a descrie evoluţia jetului de combustibil într-un curent de aer. Ele se grupează în două clase şi anume : clasa modelelor care tratează jetul prin intermediul unei picături izolate ; clasa modelelor care tratează jetul ca un mediu continuu.

F. Eisfeld [2] urmăreşte traiectoria unei picături care iese din orificiul unui pulverizator prin ecuaţia $r = \varphi_1 e^{\varphi_2 \tau}$, unde r este deplasarea jetului, iar φ_1, φ_2 sînt funcţiuni de ρ_a, ν_a, ω_a sînt densitatea, vîscozitatea cinematică, viteza unghiulară de rotaţie a aerului şi de ρ_p, d_p — densitatea şi diametrul picăturii. Determinarea funcţiilor întîmpină dificultăţi.

A. Pischinger [3] urmăreşte mişcarea unei picături într-un vîrtej de aer prin intermediul unui parametru $K = V/C_d F$, unde V este volumul picăturii, F — aria frontală, C_d — coeficientul de rezistenţă aerodinamică. Cercetarea se simplifică, dar influenţa mişcării aerului nu este clară C_d fiind o constantă arbitrară.

Recent s-a încercat să se descrie, mişcarea picăturii [4], determinîndu-se coeficientul de rezistenţă în ipoteza că picătura este un corp rigid de formă sferică ; se obţine o valoare constantă a coeficientului de rezistenţă, care nu ţine seama de nestaţionaritatea mişcării.

Dintre încercările care tratează jetul ca un mediu continuu se menţionează aceea a lui G. N. Abramovici care se ocupă de mişcarea unui jet gazos sub acţiunea unui curent de aer, în ipotezele că jetul are un impuls constant pe direcţia normală vectorului vitezei curentului şi că grosimea jetului se dezvoltă liniar.

B. E. Knight [6] propune o relaţie pentru calculul penetraţiei jetului sub acţiunea unui vîrtej, obţinută pe baza similitudinii jeturilor gazos şi lichid. Adler şi Lyn [7] tratează jetul ca un mediu continuu cu secţiune transversală dreptunghiulară. Ei recomandă o valoare a coeficientului de rezistenţă ($C_d = 4$), apropiată, de aceea găsită de Abramovici ($C_d = 3$).

Modificarea momentană a condiţiilor de stare din cilindru, atrag atenţia că invariabilitatea coeficientului de rezistenţă C_d ar putea să constituie o sursă importantă de erori la determinarea traiectoriei şi inevitabil, la determinarea mărimilor caracteristice ale jetului cu punctul de impact : poziţie, unghi, viteză de impact. De aceea, autorii şi-au concentrat atenţia asupra coeficientului C_d, care influenţează direct traiectoria jetului. Ei au elaborat două modele distincte de jet : unul, are la bază picătura de combustibil ; celălalt, consideră jetul în ansamblu, ca un mediu continuu. În fiecare caz s-a urmărit să se stabilească valoarea momentană a coeficientului de portanţă.

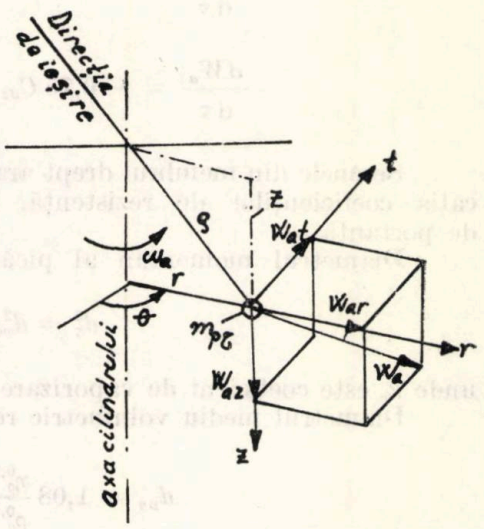


Fig. 2.

Pentru *primul model* s-au adoptat următoarele ipoteze : a) jetul are o structură uniformă şi este reprezentat de un ansamblu de picături de diametre egal cu diametrul mediu volumetric ; b) picătura de combustibil de formă sferică îşi modifică dimensiunea în timp prin transfer de masă (vaporizare) ; c) forţa de rezistenţă aerodinamică apare ca o rezultantă a tuturor forţelor exterioare ; d) coeficientul de rezistenţă se calculează în ipoteza că, în fiecare moment, picătura evoluează într-un mediu în repaos, de presiune şi temperatură momentane identice cu cele din cilindru ; e) mişcarea aerului este reprezentată de un vîrtej cilindric. Ipoteza (d) permite folosirea datelor experimentale obţinute în bombe, prin fotografierea jetului, ceea ce asigură calculului un anumit grad de precizie.

Poziţia picăturii este definită într-un sistem de axe triortogonal (fig. 2), la care axa z este paralelă cu axa cilindrului, iar axele r şi t reprezintă direcţiile radială, respectiv tangenţială. Viteza absolută a picăturii se descompune în trei componente, notate corespunzător : W_{az}, W_{ar}, W_{at}. Ecuaţia de mişcare a picăturii este :

$$m_{p\tau} \frac{dW_a}{d\tau} + \bar{F}_R = 0 \qquad (1)$$

unde $m_{p\tau}$ este masa momentană a picăturii, iar F_R rezistenţa aerodinamică, definită de relaţia :

$$F_R = \frac{1}{2} C_d \cdot \rho_a \cdot F \cdot W_{rel}^2 \qquad (2)$$

unde W_{rel} este viteza relativă a picăturii, iar F aria transversală. Ecuaţiile de mişcare în sistemul de coordonate adoptat, vor fi:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dW_{at}}{d\tau} &= 0{,}75\, C_{dt} \frac{\rho_a}{\rho_p} \frac{1}{d_\tau} (r\omega_a - W_{at})^2 \\ \frac{dW_{ar}}{d\tau} &= -0{,}75\, C_{dr} \frac{\rho_a}{\rho_p} \frac{1}{d_\tau} \cdot W_{ar}^2 \\ \frac{dW_{az}}{d\tau} &= -0{,}75\, C_{dz} \frac{\rho_a}{\rho_p} \cdot \frac{1}{d_\tau} W_{az}^2 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Semnele din membrul drept arată că coeficienţii C_{dr}, C_{dz}, au semnificaţia coeficienţilor de rezistenţă, iar C_{dt} semnificaţia unui coeficient de portanţă.

Diametrul momentan al picăturii se calculează cu relaţia [7]:

$$d_\tau^2 = d_{pq}^2 - k_v \cdot \tau \quad (4)$$

unde k_v este coeficient de vaporizare a picăturii.

Diametrul mediu volumetric rezultă din relaţia, după [8]:

$$d_{pq} = 1{,}08 \frac{\eta_c^{0,1466}\, \sigma_c^{0,1927}\, d_0^{0,6607}}{\rho_c^{0,0733}\, \rho_a^{0,266}\, W_0^{0,532}} \quad (5)$$

unde d_0 este diametrul orificiului pulverizatorului; W_0 — viteza de curgere prin orificiu; ρ_a, ρ_c — densităţile aerului, respectiv al combustibilului; η_c, σ_c — vîscozitatea dinamică, respectiv, tensiunea superficială a combustibilului.

Autorii au admis că: $C_{dt} = \varkappa_t C_d$; $C_{dr} = \varkappa_r C_d$; $C_{dz} = \varkappa_z C_d$, care C_d este coeficientul de rezistenţă se determină din două ecuaţii similare cu (1) şi (2) şi se obţine după explicitare

$$C_d = -\frac{4}{3} \frac{\rho_p}{\rho_a} \frac{d_\tau}{W_{ja}^2} \frac{dW_{ja}}{d\tau} \quad (6)$$

unde W_{ja} este viteza de deplasare a unui jet de combustibil într-un recipient sub presiune şi se calculează cu ajutorul relaţiei stabilite în lucrarea [8]:

$$W_{ja} = 0{,}047 \frac{\rho_c^{0,1592}\, \rho_c^{0,5873}\, d_0^{0,3883}\, W_0^{1,0328}}{\sigma_c^{0,2465}\, \rho_a^{0,5}\, \tau^{0,301}} \quad (7)$$

Relaţiile (6) şi (7) permit determinarea dependenţei coeficientului C_d de viteză relativă a picăturii. Cunoscînd vitezele componente ale picăturii, coordonatele în fiecare moment vor fi precizate de ecuaţiile dife-

rențiale :

$$\frac{dr}{d\tau} = W_{ar}; \quad \frac{d\theta}{d\tau} = W_{at}/r; \quad \frac{dz}{d\tau} = W_{az} \tag{8}$$

Al *doilea model* de jet — jet compact, mediu continuu, permite urmărirea jetului sub acțiunea curentului de aer, în condiții mai apropiate de cele reale. Totuși, cunoștințele insuficiente, impun și pentru acest model simplificări importante. Ipotezele care stau la baza celui de-al doilea model sînt : a) anvelopa jetului, odată formată rămîne invariabilă în timp, ceea ce înseamnă că urmează a se calcula numai propagarea vîrfului jetului ; b) frontul jetului este formată plană ; c) impulsul jetului, după direcția axei pulverizatorului se conservă ; d) coeficientul de rezistență se determină cunoscînd viteza de deplasare a vîrfului jetului într-un mediu în repaus.

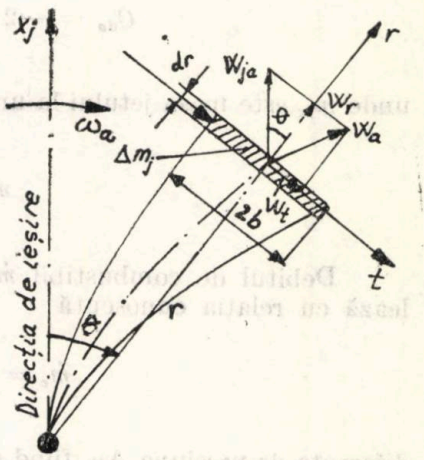


Fig. 3.

Viteza de deplasare la un moment oarecare a unui element de masă Δmj de lungime dr (fig. 3), normal pe direcția radială este

$$W_r = W_{ja} \cos \theta \tag{9}$$

Viteza W_{ja} se calculează pe baza relației (7).

Acțiunea laterală a curentului de aer este ilustrată de variația vitezei tangențiale a elementului Δmj

$$\Delta mj \frac{dW_t}{d\tau} = \frac{1}{2} C_{dt} \rho_a A_l (r\omega_a - W_t)^2 \tag{10}$$

sau

$$\frac{dW_t}{d\tau} = \frac{1}{2} C_{dt} \frac{\rho_a}{\rho_{jm}} \cdot \frac{(r\omega_a - W_t)^2}{\pi \cdot \frac{b}{2}} \tag{11}$$

unde ρ_{jm} este densitatea medie a jetului, iar b este grosimea jetului. Parametrii ρ_{jm} și b se determină cu relațiile propuse în [9] :

$$\rho_{jm} = 144{,}9 \frac{\rho_c^{0,81} \eta_c^{0,04} \sigma_c^{0,45} d_0^{0,21}}{W_0^{1,64} \rho_a^{0,3} \tau^{0,7}} \tag{12}$$

$$b = 2a_b \cdot \sqrt{\ln(W_{ja}/W_{j0})} + 0{,}5 \cdot d_0 \tag{13}$$

$$a_b = 0{,}00122 \frac{\rho_c^{0,19}}{\eta_c^{0,04} \cdot \sigma_c^{0,45}} W_0^{1,64} \cdot \rho_a^{0,3} \cdot d_0^{0,79} \cdot \tau^{0,7} \tag{14}$$

unde W_{j0} este viteza la periferia jetului, la distanța b de axă.

Coeficientul de rezistenţă aerodinamică în direcţia tangenţială se determină, în baza ipotezei adoptate de autori, ca un multiplu al coeficientului de rezistenţă la înaintare C_{da}, adică :

$$C_{dt} = \varkappa C_{da} \tag{15}$$

C_{da} fiind determinat de relaţia

$$C_{da} = -2 \cdot m_{j\tau} \frac{\mathrm{d}W_{ja}}{\mathrm{d}\tau} \frac{1}{\rho_a \cdot A_j \cdot W_{ja}^2} \tag{16}$$

unde $m_{j\tau}$ este masa jetului la un moment dat

$$m_{j\tau} = \int_0^\tau \dot{m}_c \, \mathrm{d}\tau$$

Debitul de combustibil $\dot{m}_c$ prin orificiul pulverizatorului se calculează cu relaţia cunoscută

$$\dot{m}_c = \frac{\pi d_0^2}{4} \mu \sqrt{2 \cdot \Delta p \cdot \rho_c} \tag{17}$$

diferenţa de presiune Δp, fiind o valoare medie sau o valoare momentană. Masa jetului devine

$$m_{j\tau} = \frac{\pi d_0}{4} \mu \sqrt{2\rho_c \cdot \Delta p} \; \tau \tag{18}$$

μ fiind coeficientul debit. Penetraţia L şi unghiul de dispersie a jetului se calculează cu relaţiile [8] :

$$L = 0{,}067 \frac{\rho_c^{0.59} \eta_c^{0.16} d_0^{0.39} W_0^{1.04}}{\sigma_c^{0.25} \rho_a^{0.5}} \tau^{0{,}7} \tag{19}$$

$$\delta = 2\mathrm{arctg}\left(0{,}0067 \frac{\rho_c^{0.04} \cdot \rho_a^{0.5} \cdot d_0^{0.78} W_0^{0.7}}{\sigma_c^{0.4} \eta_c^{0.14} \tau^{0{,}24}} \right) \tag{20}$$

În fine, se obţine aria secţiunii transversale a jetului pe baza relaţiilor (19) şi (20)

$$A_j = 0{,}6331 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\rho_c^{1.26} \cdot \eta_c^{0.04}}{\sigma_c^{1.30}} d_0^{2.34} W_0^{3.48} \cdot \tau^{0{,}92} \tag{21}$$

Se observă că pe baza relaţiilor (18), (21), (7), (16) se poate stabili dependenţa coeficientului C_{da} de viteza relativă a jetului faţă de mediul ambiant.

S-au aplicat metodele analizei numerice pentru determinarea coeficientului C_{da} și a traiectoriei jetului definit de cele două modele fizice.

Pentru primul model s-a rezolvat sistemul de ecuații diferențiale (3), (8), aplicînd metoda Runge-Kutta de ordinul IV. Aplicînd metoda Newton-Raphson se rezolvă ecuația transcendentă (7) și se află viteza de

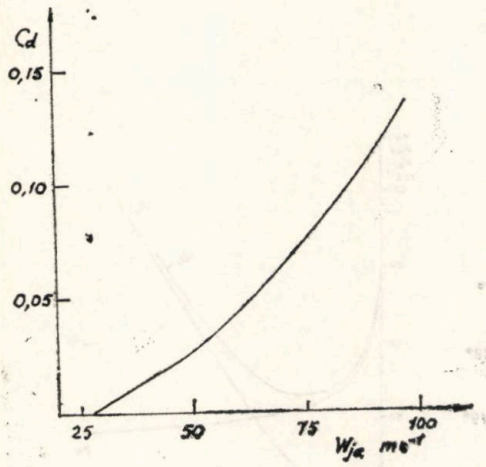


Fig. 4.

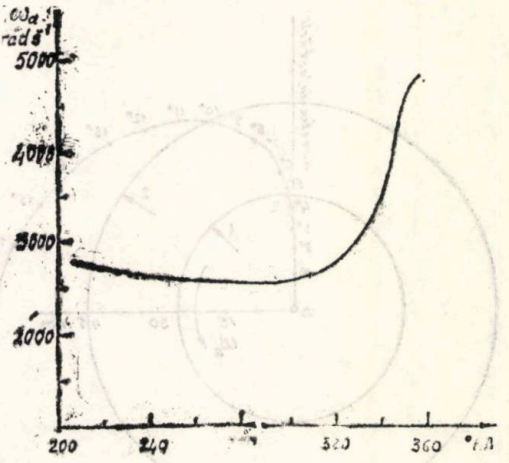


Fig. 5.

înaintare a jetului la fiecare moment τ. Cu ajutorul creșterilor finite se obține din ecuația (6) coeficientul C_d.

Pentru al doilea model, după rezolvarea ecuației transcendente (7), se aplică relațiile (16) și (17). Mișcarea jetului este precizată cu coordonate polare de parametrii r și θ.

În ambele cazuri, calculele au fost programate în limbajul FORTRAN IV, iar programele au fost rulate pe calculatorul FELIX-256 din Institutul Politehnic București. Rezultatele obținute sînt arătate în figurile 5, 6, 7 pentru primul model de jet și 8, 9, 10 pentru al doilea model.

Metodele de calcul s-au aplicat motorului de serie D-115, de fabricație românească. Dimensiunile fundamentale ale motorului sînt $D \times S = 95 \times 110$ mm, iar raportul de comprimare este $\varepsilon = 17$. Calculele s-au dezvoltat pentru regimul nominal caracterizat de turație $n = 2400$ rot $\times$ min^{-1}. Caracteristicile combustibilului au fost: $\eta_c = 0{,}322 \cdot 10^{-2}$ Nsm^{-2}; $\sigma_c = 0{,}028$ Nm^{-1}; $\rho_c = 830$ kgm^{-3}. Diametrul pulverizatorului a fost de $d_0 = 0{,}29$ mm, presiunea medie de injecție $p_{inj} = 230$ kgf/cm^2, iar avansul de injecție $\beta = 28°$RA.

Viteza unghiulară a vîrtejului de aer ω_a este arătată în fig. 4 și se observă că în apropierea punctului mort ea depășește de 15...20 ori viteza unghiulară de rotație a arborelui cotit ($\omega = 250$ rad/s).

Rezultatul remarcabil care a fost găsit este ilustrat în fig. 5. Se observă că coeficientul C_d înregistrează o variație importantă cu viteza de înaintare.

Traiectoria jetului se arată în figura 5, pe care s-a notat poziția frontului jetului la diferite unghiuri de rotație a arborelui cotit, urma suprafeței laterale a cupei din piston (1) și a pistonului (2). Se observă că

la 5° după declanşarea injecţiei se realizează impactul jetului cu pistonul (punctul I).

Viteza absolută a jetului W_a scade iniţial (fig. 7) din cauza rezistenţei frontale dar creşte apoi sub acţiunea curentului transversal de fluid motor. Componenta tangenţială a vitezei jetului creşte continuu şi are o valoare redusă în punctul de impact, aproximativ 25 m/s.

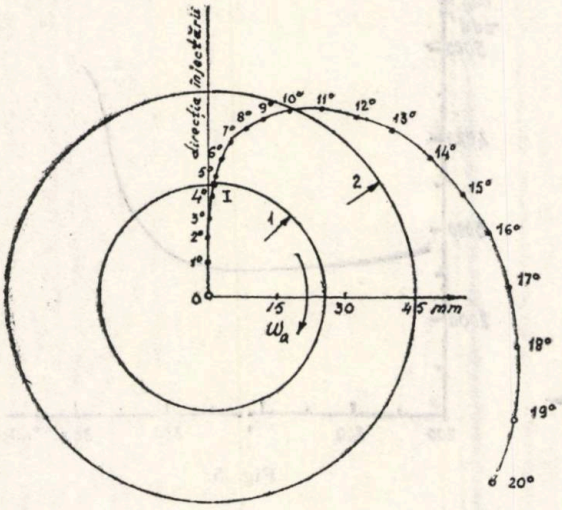


Fig. 6.

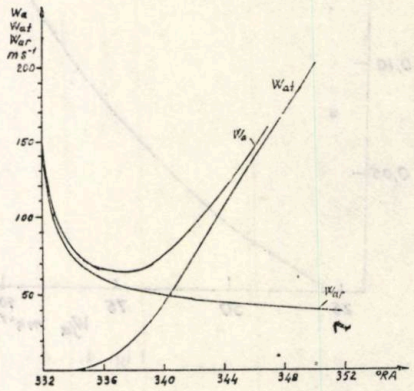


Fig. 7.

Rezultate asemănătoare sînt ilustrate în figurile 8, 9, 10. Valorile obţinute în al doilea caz, sînt apropiate de cele obţinute în primul caz, ceea ce arată că, cel puţin pentru anumite scopuri, punctul, momentul,

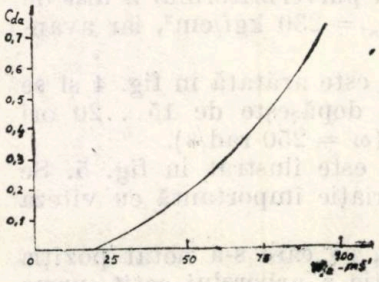


Fig. 8.

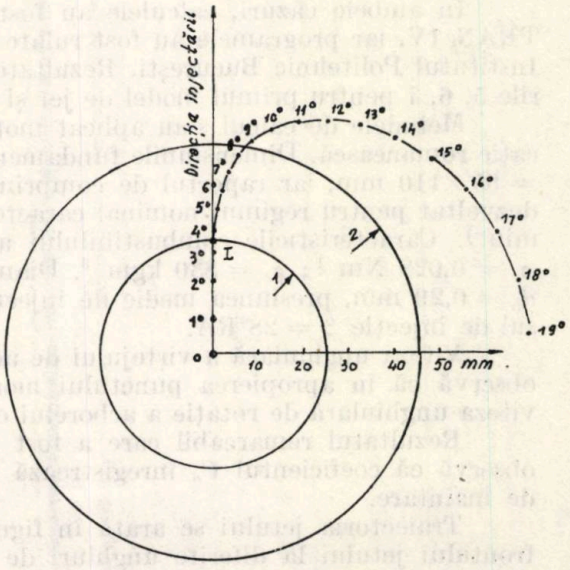


Fig. 9.

unghiul, viteza de impact, modelele sînt echivalente. Al doilea model permite în plus, calculul lăţimii jetului (fig. 11). El arată că coeficientul de rezistenţă tangenţială C_{dt} este practic constant, numai pe un interval redus de timp (circa 10°RA).

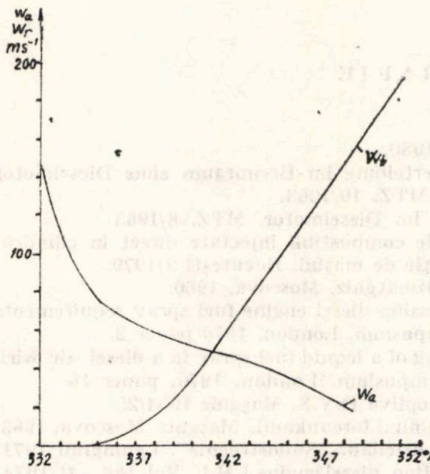


Fig. 10.

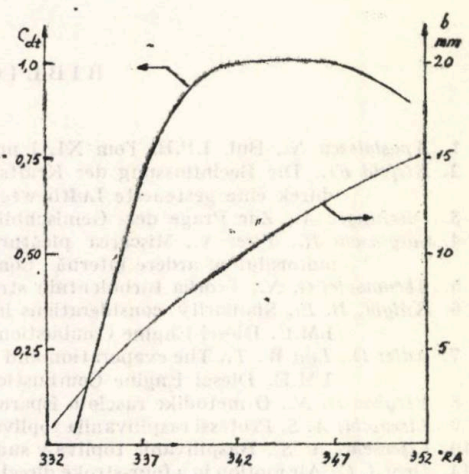


Fig. 11.

Metoda de calcul a fost comparată cu datele experimentale. Comparaţia s-a făcut urmărind evoluţia unui jet de combustibil în condiţiile unei camere de ardere cu compartiment separat de vîrtej, studiată experimental în lucrarea [6]. Se observă că (fig. 12) pe intervalul $\tau = 0{,}5$ s valorile experi-

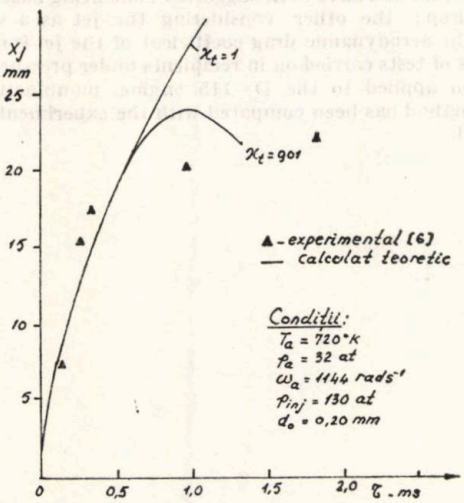


Fig. 12.

mentale coincid bine cu rezultatele calculului. Apoi, apropierea dintre calcul şi experienţă se obţine dacă coeficientul de amplificare $\varkappa$ din relaţia (15) trece de la valoarea unitară la o valoare de circa 1000 ori mai mare

Pentru motoarele diesel de putere mică și mijlocie, distanța de la orificiul injectorului la peretele cupei este de ordinul a 25—30 mm. Din figurile 6 și 9 rezultă că intervalul de timp pînă la impact este sub 0,5 ms ceea ce înseamnă că metodele de calcul elaborate asigură o precizie satisfăcătoare la determinarea condițiilor de impact.

BIBLIOGRAFIE

1. *Apostolescu N.*, Bul. I.P.B. Tom XLII nr. 2, 1980.
2. *Eisfeld Fr.*, Die Beeinflussung der Kraftstoftverteilung im-Brennraum eims Dieselmotor durek eine gesteuerte Luftbewegung, MTZ, 10/1963.
3. *Pischinger A.*, Zur Prage der Gemischbildung im Dieselmotor, MTZ, 8/1965.
4. *Gaiginschi R., Tirer N.*, Mișcarea picăturilor de combustibil injectate direct în cilindrul motorului cu ardere internă. Construcție de mașini. București 2/1979.
5. *Abramovici G. N.*, Teoriia turbulentnih strui. Fizmatghiz, Moscova, 1960.
6. *Knight, B. E.*, Similarity considerations in assessing diesel engine fuel spray requirements I.M.E. Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970 paper 2.
7. *Adler D., Lyn W. T.*, The evaporation and mixing of a lequid fuel spray in a diesel air wirl. I.M.E. Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970, paper 16.
8. *Vîrubov D. N.*, O metodike rasciota ispareniia topliva D.V.S. Maşghiz 1954/25.
9. *Lîsevschii A. S*, Proţessî raspîlivaniia topliva dizelnîmi forcunkami. Maşghiz, Moscova, 1963.
10. *Lîşevschii A· S.*, Raspîlivanie topliva v sudovîh dizeliah. „Sudostroenie". Leningrad 1971.
11. *Dent J. C.*, Air motion in a four-stroke direct injection diesel engine I.M.E. Vol. 188—21/1974.

The Calculation of the Fuel Jets Trajeclory in a Swirl Movement of the Air

The paper deals with the calculation of the trajectory of fuel jets injected in the diesel engine cylinder by means of the organized swirl movement of the air. Two distinct jet models have been suggested : one being based upon the representative fuel drop ; the other considering the jet as a whole, as a continuous medium. The aerodynamic drag coefficient of the jet is determined on the basis of the results of tests carried on in recipients under pressure. The calculation models have been applied to the D—115 engine, manufactured in Romania. The calculation method has been compared with the experimental data published in the specialized.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C. Z.: 662. 61: 621.181

DINAMICA ARDERII PARTICULEI DE LIGNIT CU CONSIDERAREA DEGAJĂRII ȘI ARDERII SUBSTANȚELOR VOLATILE

C. NEAGA*

În lucrare se analizează dinamica degajării și arderii volatilelor, precum și a bazei de cocs pentru o particulă de lignit. Aceste fenomene au putut fi analizate simultan, deoarece rezolvarea modelului matematic s-a făcut cu ajutorul calculatorului numeric Felix C—256. Rezultatele obținute, mult mai apropiate de realitate decît cele deduse din rezolvări analitice, interesează atît proiectarea, cît și exploatarea instalațiilor de ardere.

Cărbunele brun lemnos (lignitul) se caracterizează prin conținut ridicat de substanțe volatile. La încălzirea unei particule, substanțele volatile se descompun și părăsesc baza de cocs. Amestecîndu-se cu faza gazoasă și dacă condițiile de proporții ale componentelor reactante și temperatură satisfac, ele se aprind și ard.

Analiza proceselor de descompunere și ardere ale volatilelor s-a făcut pînă acum separat de arderea bazei de cocs, ca procese incipiente, considerîndu-se că pînă la aprinderea cocsului volatilele deja au ars [4, 5, 6, 7].

În lucrarea de față se face o analiză dinamică, în timp, a proceselor de descompunere termică a particulei, de aprindere și ardere ale volatilelor și cocsului fără a se impune ca ipoteză inițială această succesiune a fenomenelor; aceasta a fost posibil întrucît pentru rezolvarea modelului matematic s-a folosit un calculator numeric. De fapt, după cum se va arăta, există situații în care arderea volatilelor și a bazei de cocs decurge simultan. Evident, asemenea cazuri n-ar fi putut să fie rezolvate pe cale analitică, dată fiind complexitatea proceselor.

Modelul matematic al arderii particulei de lignit

Prima ecuație a sistemului care descrie arderea particulei de lignit, modelează cinetica degajării substanțelor volatile dintr-o particulă încălzită progresiv: variația conținutului de volatile, existent la un moment

Manuscris predat redacției la data de 12 mai 1980.
* Șef Lucrări dr. ing. Catedra Cazane și turbine cu abur și gaze

dat în particulă este proporțională cu valoarea conținutului, adică

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(V_0^i - V) = -k_v(V_0^i - V), \text{ kg/kg} \cdot \text{s}, \tag{1}$$

unde V_0^i este conținutul de volatile al masei inițiale, kg/kg; V — conținutul de volatile care au părăsit particula pînă în momentul τ, kg/kg; k_v — constanta de viteză a degajării substanțelor volatile, 1/s; $k_v = k_{0v} \exp(-E/RT)$, unde k_{0v} este un coeficient preexponențial, 1/s; E — energia de activare cu referire la descompunerea termică a combustibilului respectiv, kcal/kmol; R — constanta gazelor, kcal/kmol·K; T — temperatura particulei, variabilă în timp, K. Înlocuind în (1) și derivînd, rezultă

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\tau} = k_{0v}(V_0^i - V)\exp(-E/RT). \tag{2}$$

O parte din volatilele degajate, ard. Notăm cu W, kg volatile/kg lignit, volatilele care au ars pînă în momentul τ. Se poate deci exprima concentrația volatilelor la un moment dat prin expresia

$$C_v = \frac{V - W}{V_g + rV_g(\lambda_f)}, \text{ kg/Nm}^3, \tag{3}$$

unde V_g este volumul real al gazelor de ardere, Nm³/kg; r — gradul de recirculare; λ_f — coeficientul de exces de aer la sfîrșitul focarului (se presupune că de aici sînt prelevate gaze de ardere pentru recirculare). În această exprimare a concentrației volatilelor nu s-a ținut seama de variația volumului fazei gazoase în urma reacțiilor chimice; de fapt, în acest caz, asupra acestei ipoteze nu trebuie insistat deoarece pînă la final volumul amestecului gazos, format din aerul de ardere rămas pînă la momentul τ, plus gazele rezultate din ardere și cele recirculate (recirculate natural sau forțat din necesitate de preuscare și transport a prafului) se simplifică.

Conform cineticii chimice se poate scrie viteza de ardere a volatilelor

$$\frac{1}{V_g + rV_g(\lambda_f)}\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\tau} = k_a v_{O_2} C C_v, \text{ kg/Nm}^3 \cdot \text{s}, \tag{4}$$

unde C este concentrația oxigenului, kg/Nm³; k_a — constanta de ardere a volatilelor, 1/s; $k_a = k_{0a} \exp(-E_a/RT_g)$, unde k_{0a} este un coeficient preexponențial privind arderea volatilelor, 1/s; E_a — energia de activare cu referire la arderea volatilelor, kcal/kmol; v_{O_2} — volumul specific al oxigenului, egal cu 22,4/32; T_g — temperatura fazei gazoase, K. După înlocuire rezultă a doua ecuație a sistemului

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\tau} = k_{0a} v_{O_2} C(V - W)\exp(-E_a/RT_g). \tag{5}$$

Legea de variaţie a temperaturii particulei rezultă din următorul raţionament: conţinutul de căldură fizică şi chimică a particulei la un moment dat are expresia

$$Q_{pc} = \frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_{c0}(V_0^t - V)(c_{vol}\,T + Q_v) + \frac{\pi\delta^3}{6}\gamma_{cs}\cdot(c_{cs}T + Q_{cs}),\ \text{kcal}, \quad (6)$$

unde γ_{c0} este greutatea specifică iniţială a cărbunelui, kg/m³; c_{vol} — căldura specifică a volatilelor, kcal/kg·K; Q_v, Q_{cs} — puterea calorică a volatilelor, respectiv a cocsului, kcal/kg; γ_{cs} — greutatea specifică a cocsului, kg/m³; c_{cs} — căldura specifică a cocsului, kcal/kg·K; T — temperatura particulei, K. Variaţia în timp a conţinutului de căldură a particulei se datoreşte schimburilor termice, prin convecţie sau prin radiaţie cu exteriorul, precum şi reacţiei de ardere

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}Q_{pc} = -\frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_{c0}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(c_{vol}VT + VQ_v) + \pi\delta^2\Big[\overline{K}C\frac{T_0}{T_g}\times$$

$$\times\Big(c_{O_2}T_g - \frac{44}{32}c_{CO_2}T) - (\lambda_0 + aT_g)(T - T_g)\frac{Nu_t}{\delta_i} -$$

$$- \varepsilon\varphi\sigma_0\cdot(T^4 - T_f^4)\Big],\ \text{kcal/s}. \quad (7)$$

Făcînd înlocuirile şi operaţiile respective rezultă a treia ecuaţie a sistemului

$$\frac{\pi\delta_0^3}{6}\Big[\gamma_{c0}c_{vol}V_0^t + \Big(\frac{\delta}{\delta_0}\Big)^3\gamma_{cs}c_{cs}\Big]\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = \pi\delta^2\Big[\overline{K}C\frac{T_0}{T_g}\Big(c_{O_2}T_g -$$

$$- \frac{44}{32}c_{CO_2}T\Big) - \frac{\gamma_{cs}}{2}(c_{cs}T + Q_{cs})\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\tau} - (\lambda_0 + aT_g)(T - T_g)\times$$

$$\times\frac{Nu_t}{\delta} - \varepsilon\varphi\sigma_0(T^4 - T_f^4)\Big], \quad (8)$$

unde c_{O_2}, c_{CO_2} reprezintă căldura specifică a oxigenului, respectiv a bioxidului de carbon, kcal/kg·K; T_f — temperatura corpurilor radiante, K; $\overline{K}$ — constanta medie a vitezei de ardere a bazei de cocs [10], m/s,

$$\overline{K} = 1/[\exp(E/RT)/k_0 + \delta/2D], \quad (9)$$

unde D este coeficientul de difuzie moleculară, m²/s; $D = D_{0am}\cdot(T_g/T_0)^2$, unde D_{0am} este coeficientul de difuzie pentru condiţii normale, m²/s; Nu_t — criteriul Nusselt termic; $\lambda_0 + aT_g$ — coeficientul de conductivi-

tate termică s-a presupus că variază liniar cu temperatura gazelor, kcal/m·h·K; ε — factorul de emisie a cărbunelui; φ — coeficientul de atenuare a radiației incidente; caracterizează scăderea intensității radiației incidente la traversarea spațiului încărcat cu praf de cărbune; σ_0 — constanta de radiație a corpului negru, kcal/m²·h·K⁴.

Conținutul de căldură fizică și chimică la un moment dat, a fazei gazoase, are expresia

$$Q_g = \frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_{c0}\{c_g[V_g + rV_g(\lambda_f)]T_g + (V - W)Q_v\}. \tag{10}$$

În urma derivării egalității (10) rezultă a patra ecuație a sistemului

$$c_g[V_g + rV_g(\lambda_f)]\frac{dT_g}{d\tau} = Q_v\frac{dW}{d\tau} + c_{vol}T\frac{dV}{d\tau} + c_{vol}V\frac{dT}{d\tau} -$$

$$-\frac{6\delta^2}{\gamma_{c0}\delta_0^3}\left[\bar{K}C\frac{T_0}{T_g}\left(c_{O_2}T_g - \frac{44}{32}c_{CO_2}T\right) - (\lambda_0 + aT_g)(T - T_g)\frac{Nu_t}{\delta}\right], \tag{11}$$

unde c_g este căldura specifică a fazei gazoase, kcal/Nm³·K. (Variația conținutului de căldură Q_g se datorește schimburilor termice pe care faza gazoasă, ca sistem independent, le are cu exteriorul).

Arderea particulei de cocs

$$\frac{d\delta}{d\tau} = -\frac{2}{\gamma_{cs}G_{cs}}\bar{K}C\frac{T_0}{T_g}, \tag{12}$$

unde G_{cs} este greutatea oxigenului necesar arderii unității de cantitate de cocs, kg/kg; aceasta este a cincea ecuație a sistemului.

Variația concentrației de oxigen, reprezintă a șasea ecuație a sistemului

$$[V_g + rV_g(\lambda_f)]\frac{dC}{d\tau} = -\frac{6\delta^2}{\gamma_{c0}\delta_0^3}\bar{K}C\frac{T_0}{T_g} - G_v\frac{dW}{d\tau}, \tag{13}$$

unde G_v este greutatea oxigenului necesar arderii volatilelor, kg/kg.

Cele șase funcții V, W, T, T_g, C, δ rezultă din rezolvarea sistemului format din ecuațiile 2, 5, 8, 11, 12 și 13. Graficele lor, având ca variabilă independentă timpul, evidențiază dinamica procesului de ardere a particulei de lignit cu considerarea degajării și arderii substanțelor volatile.

Pentru rezolvarea numerică s-a folosit lignit din Bazinul Rovinari, având analiza elementară cu referire la masa inițială $C^l = 23\%$; $H^l = 2{,}10\%$; $O^l = 10{,}55\%$; $N^l = 0{,}73\%$; $S_c^l = 1{,}1\%$; $A^l = 23{,}22\%$; $W_t^l = 39{,}30\%$; puterea calorică inferioară $Q_i^l = 1886$ kcal/kg; conținutul de volatile raportat la masa inițială $V_0^l = 24\%$.

Înlocuind valorile constantelor, sistemul capătă forma

$$\frac{dV}{d\tau} = 15 \cdot 10^4 (0{,}24 - V) \exp(-8900/T); \tag{14}$$

$$\frac{dW}{d\tau} = 0{,}68 \cdot 10^4 (V - W) C \exp(-14000/T); \tag{15}$$

$$\left[1{,}25 + \left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)^3\right]\frac{dT}{d\tau} = \frac{3\delta^2}{\delta_0^3}\left[4000 \cdot \frac{T_g - 1{,}49T}{\exp(11500/T) + 0{,}57 \cdot 10^{13}\delta/T_g^2} \times \right.$$

$$\times \frac{C}{T_g} - (T + 14400)\frac{d\delta}{d\tau} - 0{,}727 \cdot 10^{-9}\frac{93 + T_g}{\delta}(T - T_g) -$$

$$\left. - 2{,}57 \cdot 10^{-13} \cdot (T^4 - T_f^4)\right]; \tag{16}$$

$$(1 + 3{,}4\lambda + 5{,}1\, r)\frac{dT_g}{d\tau} = 14700\frac{dW}{d\tau} + 1{,}6\, T\frac{dV}{d\tau} + 1{,}6\, V\frac{dT}{d\tau} -$$

$$- \frac{\delta^2}{\delta_0^3}\left[0{,}368 \cdot 10^4 \frac{T_g - 1{,}49\, T}{\exp(11500/T) + 0{,}57 \cdot 10^{13}\delta/T_g^2}\frac{C}{T_g} - \right.$$

$$\left. - 6{,}72 \cdot 10^{-10}\frac{93 + T_g}{\delta}(T - T_g)\right]; \tag{17}$$

$$\frac{d\delta}{d\tau} = -3300\frac{1}{\exp(11500/T) + 0{,}57 \cdot 10^{13}\delta/T_g^2}\frac{C}{T_g}; \tag{18}$$

$$(1 + 3{,}4\lambda + 5{,}1\, r)\frac{dC}{d\tau} = -5230\frac{\delta^2}{\delta_0^3} \cdot \frac{1}{\exp(11500/T) + 0{,}57 \cdot 10^{13}\delta/T_g^2} \times$$

$$\times \frac{C}{T_g} - 1{,}95\frac{dW}{d\tau}. \tag{19}$$

Din sistem se deduc parametrii variabili care permit analiza mai multor variante; aceştia sînt: diametrul iniţial al particulei δ_0; coeficientul de exces de aer λ; gradul de recirculare r şi temperatura medie a gazelor din focar T_f.

Concentraţia iniţială a oxigenului în agentul de uscare şi transport (la intrarea în focar) rezultă din formula

$$C_0 = \frac{32}{22{,}4} \cdot \frac{[\lambda + r(\lambda_f - 1)]V_{O_{min}}}{\lambda V^0_{aum} + rV_g(\lambda_f) + v_{H_2O}W_i^i/100} = \frac{0{,}2\, r}{3{,}4\lambda + 5{,}1r + 0{,}716}, \text{ kg/Nm}^3, \tag{20}$$

unde W_i^i este umiditatea de îmbibație în masa inițială, % și care în procesele prealabile de preuscare (în turn și moară) se îndepărtează complet din cărbune. Înseamnă că praful de cărbune pătrunde în focar numai cu umiditatea higroscopică; v_{H_2O} — volumul specific al vaporilor de apă, Nm^3/kg (egal cu 1,242); în formula (20) prin λ se înțelege coeficientul de exces de aer primar, adică acea parte din tot aerul de ardere destinată preuscării și transportului prafului de cărbune.

Grafice și interpretarea lor

Sistemul format din ecuațiile (14)...(19) a fost rezolvat cu ajutorul calculatorului numeric Felix-C-256, prin metoda Runge-Kutta.

În figura 1 se arată dinamica celor șase funcții pentru o particulă de cărbune cu diametrul inițial $\delta_0 = 100$ μ.

Temperatura particulei, T cunoaște la început o creștere accentuată; după cca 0,08 s panta creșterii devine constantă, ca apoi la aprindere să înceapă să crească brusc. După 0,9 s temperatura particulei, care aproape a ars, devine constantă. Temperatura fazei gazoase T_g pentru exemplul ales urmărește îndeaproape alura temperaturii particulei. La intrarea în focar temperatura agentului de uscare și transport depășește temperatura particulei, dar din cauza radiației termice, care conduce la creșterea rapidă a temperaturii particulei de cărbune, rămîne repede în urmă. După

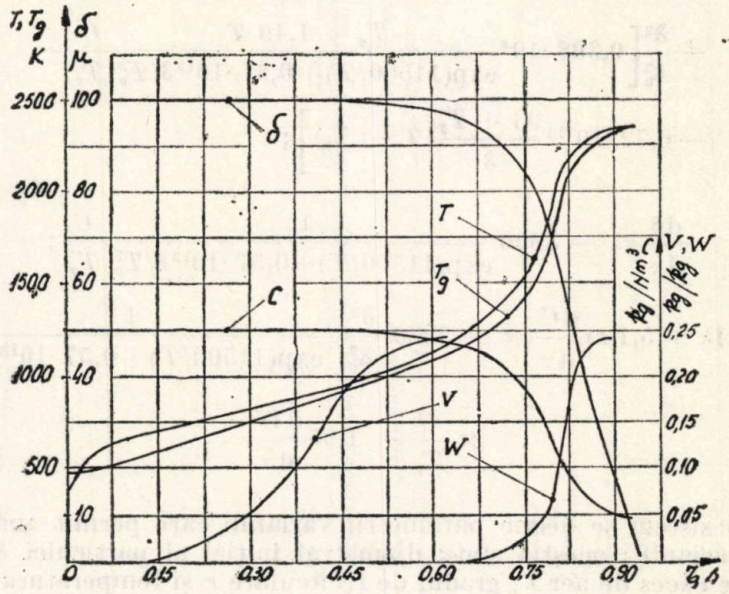


Fig. 1 — Dinamica funcțiilor V, W, T, T_g, C, δ, pentru varianta cu $\delta_0 = 100$ μ; $r = 0$; $\lambda = 1{,}175$; $T_f = 1273$ K.

cum se cunoaște, momentul începerii creșterii bruște a temperaturii particulei coincide cu aprinderea ei. Ducînd tangente la cele două ramuri (ramura cu pantă relativ constantă și ramura din perioada arderii) se găsește timpul de aprindere a particulei respective.

În urma încălzirii progresive a particulei de cărbune, după aproximativ $\tau_{1d} = 0{,}12$ s („început degajare") încep să se degaje substanțele

volatile; temperatura particulei este ~ 400°C. După $\tau_{2d} = 0{,}60$ s („sfîrșit degajare"), volatilele au fost degajate; temperatura particulei în acest moment ~900°C. Pentru varianta analizată aprinderea volatilelor se face după degajarea aproape completă a lor, $\tau_{1a} = 0{,}63$ s, cînd temperatura fazei gazoase a atins valoarea de 830°C. De remarcat că aprinderea volatilelor se face în același timp cu aprinderea particulei de cărbune. Analiza valorilor numerice din lista de rezultate dată de calculator arată o prelungire a duratei de aprindere a particulei, datorită micșorării concentrației de oxigen cauzată de arderea volatilelor. Arderea volatilelor degajate se încheie la $\tau_{2a} = 0{,}87$ s. Volatilele nedegajate continuă să ardă simultan cu particula, care în momentul τ_{2a} are diametrul de 30 μ. Arderea volatilelor în faza gazoasă înconjurătoare particulei explică apropierea curbelor T și T_g; pentru unele variante, din cauza arătată, temperatura gazelor depășește temperatura particulei.

În figura 2 se arată efectul gazelor de ardere recirculate asupra degajării și arderii volatilelor. În urma recirculării gazelor, datorită măririi fazei gazoase, gradientul de încălzire a particulei scade, ceea ce face ca degajarea volatilelor să se facă într-un interval de timp mai lung. Mai important este efectul scăderii concentrației de oxigen asupra arderii volatilelor (a se compara curbele W pentru cele două cazuri). În afară

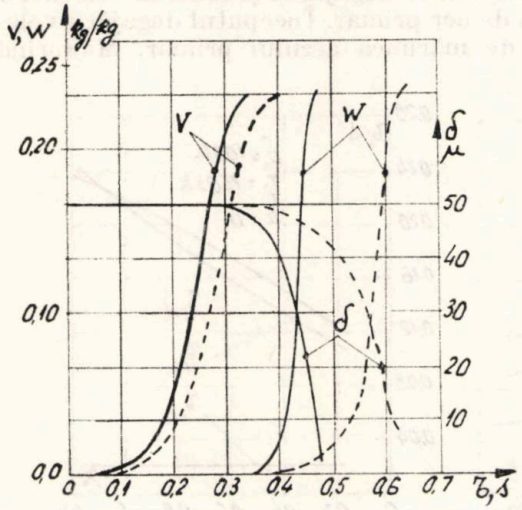


Fig. 2 — Influența gazelor de ardere recirculate asupra degajării și arderii volatilelor: — $r = 0$; — — — $r = 0{,}2$; ($\delta_0 = 50$ μ; $\lambda = 1{,}175$; $T_f = 1273$ K).

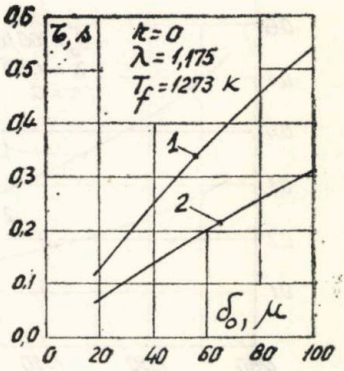


Fig. 3 — Dependența între timpul de degajare (curba 1) și timpul de ardere (curba 2) a volatilelor și diametrul inițial al particulei.

de mărirea duratei celor două fenomene (degajare și ardere), se constată și o micșorare a vitezei de variație (derivatele $dV/d\tau$ și $dW/d\tau$) la creșterea gradului de recirculare.

În figura 3 se arată variația cu diametrul inițial al particulei a timpului de degajare a volatilelor (timpul de degajare se definește ca diferența între sfîrșitul și începutul degajării volatilelor, adică $\tau_{dv} = \tau_{2d} - \tau_{1d}$) și a timpului de ardere a volatilelor ($\tau_{av} = \tau_{2a} - \tau_{1a}$).

Să considerăm pentru timpul de degajare a volatilelor o relație de forma

$$\tau_{dv} = k_{dv}\delta_0^m. \tag{21}$$

Luînd din diagramă valorile timpului de degajare pentru, de exemplu $\delta_0 = 40\mu$ și $\delta_0 = 80\mu$, găsim cele două necunoscute, astfel că dependența (21) devine

$$\tau_{dv} = 0{,}01008\ \delta_0^{0{,}87},\ \text{s}, \tag{21'}$$

unde diametrul inițial al particulei se exprimă în microni.

Procedînd analog pentru timpul de ardere a volatilelor găsim

$$\tau_{av} = 0{,}0543\ \delta_0^{0{,}88},\ \text{s}. \tag{22}$$

În figura 4 se constată că la creșterea temperaturii din focar, atît timpul de degajare, cît și de ardere a volatilelor, scad. Deoarece efectul variației temperaturii este mai puternic asupra încălzirii particulei și deci asupra degajării volatilelor decît asupra arderii volatilelor, rezultă că viteza de scădere a timpului de degajare la creșterea temperaturii T_f este mai mare în comparație cu viteza de scădere a timpului de ardere a volatilelor.

În figura 5 se arată dependența între degajarea și arderea volatilelor și valoarea coeficientului de exces de aer primar. Începutul degajării volatilelor este practic neinfluențat de mărimea aerului primar. Micșorînd

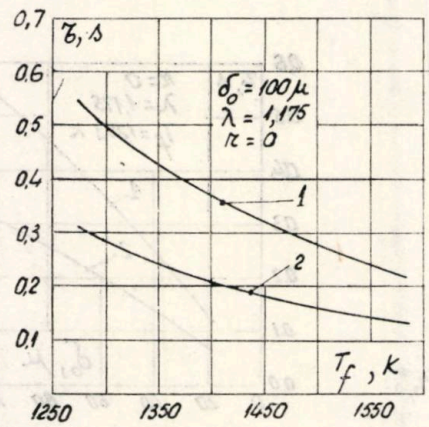


Fig. 4 — Influența temperaturii din focar asupra timpului de degajare (curba 1) și timpului de ardere (curba 2) a volatilelor.

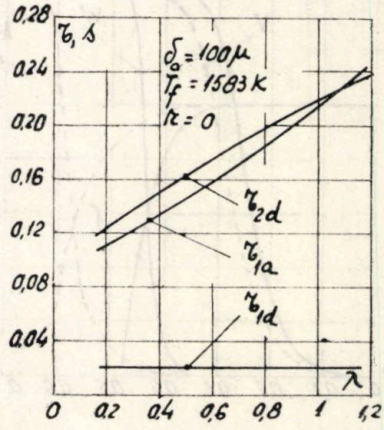


Fig. 5 — Influența aerului primar asupra degajării și arderii substanțelor volatile (τ_{1d} — începutul degajării volatilelor τ_{2d} — sfîrșitul degajării volatilelor; τ_{1a} — aprinderea volatilelor).

aerul primar, schimbul de căldură prin conductivitate între particulă și faza gazoasă se micșorează, ceea ce face ca temperatura particulei să crească rapid urgentînd astfel procesele de descompunere termică. De asemenea volumul fazei gazoase corespunzătoare particulei fiind mai mic, se încălzește mai puternic și momentul aprinderii volatilelor se micșorează. Cunoscîndu-se aceste valori, se poate organiza astfel procesul de ardere

(de ex. momentul introducerii în jetul primar a fluxului de aer secundar) încît timpul total de ardere să se micşoreze.

Cînd temperatura medie în focar creşte (fig. 6), timpul total de ardere a particulei de cărbune scade.

Se presupune că relaţia de dependenţă între cele două mărimi este de forma

$$\tau_{ard} = k_T / T_f^n, \tag{23}$$

unde k_T este o constantă. Folosind două valori din graficul 6 se găsesc valorile necunoscutelor k_T şi n,

$$\tau_{ard} = 5{,}42\ 10^{11} / T_f^{3.78}, \tag{23'}$$

(exponentul temperaturii din focar arată importanţa mare a radiaţiei termice).

Din figura 7 se constată că timpul de ardere creşte liniar cu diametrul iniţial al particulei de cărbune, indiferent de gradul de recirculare.

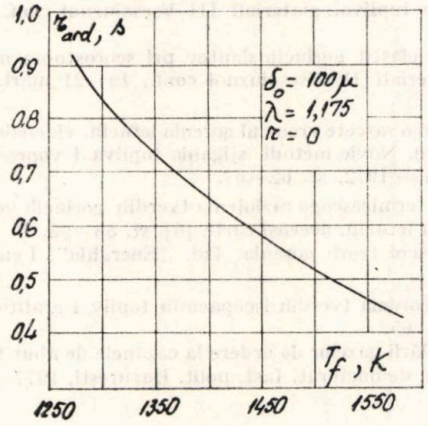


Fig. 6 — Corelaţie între timpul de ardere a particulei şi temperatura din focar.

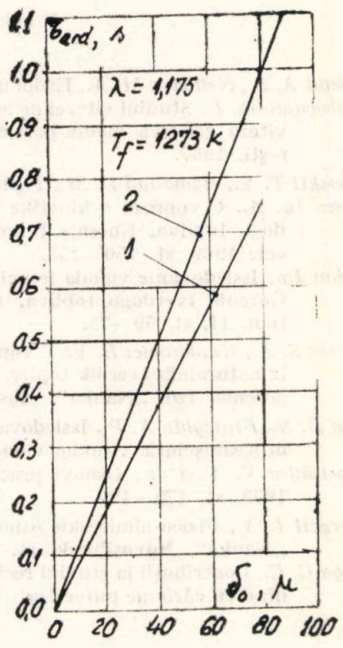


Fig. 7 — Variaţia timpului de ardere a particulei cu diametrul iniţial pentru diferite grade de recirculare: 1 — $r = 0$; 2 — $r = 0{,}2$.

Aceasta arată că, pentru condiţiile din variantele analizate aici, procesul de ardere decurge în regim cinetic. De fapt, în urma arderii volatilelor, temperatura fazei gazoase creşte, ceea ce uşurează difuzia oxigenului spre suprafaţa de reacţie; „rezistenţa difuzivă" scade (într-o analiză detaliată trebuie ţinut seama şi de faptul că concentraţia de oxigen scade, în urma arderii volatilelor).

Trebuie remarcat, de asemenea, că pentru un diametru dat, timpul de ardere crește cu creșterea gradului de recirculare; explicația rezidă, printre altele, în scăderea concentrației oxigenului în spațiul de reacție în urma recirculării unei fracții din gazele de ardere.

Concluzii

Rezolvarea cu ajutorul unui calculator a sistemului care modelează procesele de degajare și ardere a volatilelor, precum și arderea bazei de cocs, a permis obținerea unor date utile cazurilor practice de folosire a lignitului în focarele generatoarelor de abur. De remarcat ca în întreaga dezvoltare a lucrării s-a avut în vedere schema închisă de pregătire a prafului de cărbune cu turn de preuscare și moară ventilator în care recircularea gazelor de ardere se face de la sfîrșitul focarului, schemă mult folosită în centralele termoelectrice din țara noastră.

BIBLIOGRAFIE

1. *Kallend A. S., Nettleton M. A.*, Erdöl und Kohle. Erdgas. Petrochemie, 5/1966, pg. 354—356.
2. *Carabogdan Gh. I.*, Studiul vitezei de ardere a particulei de combustibil solid, în cazul în care viteza relativă mediu-particulă este nulă, Teză de doctorat, Inst. polit. București, 1967.
3. *Vilenskii T. V., Hzmalian D. M.*, Teploenerghetika, 9/1969, st. 38—42.
4. *Finaev Iu. A.*, C voprosu o kinetike vîhoda letucih v proțesse gorenia naturalnogo tverdogo topliva, Gorenie tverdogo topliva, materiali III Vsesoiuznoi conf., 6—10 oct. 1969, st. 150—153.
5. *Kartau Iu.*, Issledovanie vîhoda letucih iz ciastiț goriucih slanțev pri scorostnom nagreve, Gorenie tverdogo topliva, materiali IV Vsesoiuznoi conf., 19—21 marta 1974, tom. II, st. 69—75.
6. *Evseeva S. A., Kantorovici B. V.*, C voprosu o rascete vremeni gorenia letucih, vîdeliaiușcihsia iz naturalnîh tverdîh topliv, v cn. Novîe metodî sjigania topliva i voprosî teorii gorenia, Izd. „Nauka", Moskva — 1972, st. 62—67.
7. *Vitin B. N., Finiaghin A. P.*, Issledovanie termicescogo razlojenia tverdîh goriucih veșcestv, otliceaiușcihsia visokim vîhodom letucih, aceeași carte [6], st. 88—98.
8. *Pomeranțev V. V. i dr.*, Osnovî practicescoi teorii gorenia, Izd. „Energhia", Leningrad, 1973, st. 175—199.
9. *Iavorskii I. A.*, Fizico-himiceskie osnovî gorenia tverdîh iscopaemîh topliv i grafitov, Izd. „Nauka", Novosibirsk, st. 39—65.
10. *Neaga C. C.*, Contribuții la studiul recirculării gazelor de ardere la cazanele de abur funcționînd cu cărbune pulverizat, Teză de doctorat, Inst. polit. București, 1977.

Verbrennungsdynamik der Braunkohlepartikel unter dem Einfluss der Bildung und der Verbrennung der flüchtigen Substanzen

In der vorliegenden Arbeit analysiert man die Dynamik der Bildung und der Verbrennung der flüchtigen Substanzen, wie der Koksbasis für eine Braunkohlepartikel.

Da die Lösung des mathematischen Modells mit Hilfe der Rechenmaschine gefunden wurde, konnten diese Phänomena gleichzeitig berücksichtigt werden.

Die erhaltenen Ergebnisse, die viel näher der Realität als die analytischen Ergebnisse sind, interessieren sowohl im Entwurf als auch im Betrieb der Verbrennungsanlagen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 629.13
533.6
62.2

AERONAVE

ASUPRA UNEI METODE DE CALCUL A CARACTERISTICII DISPOZITIVELOR DE ADMISIE SUPERSONICE, PLANE, DE TIP PITOT

VIRGIL STANCIU *

Lucrarea de față își propune, pe baza unei analize a regimurilor de funcționare a dispozitivelor de admisie plane, să stabilească o metodă de calcul a caracteristicii acestora.

Există, astfel, posibilitatea studierii comportării dispozitivelor de admisie, la regimuri diferite de cel de calcul.

Introducere

Proiectarea motoarelor aeroreactoare, și în special al acelor care funcționează la regimul de zbor $M > 1$, reclamă cunoașterea aprofundată a comportării diferitelor organe ale lor, la modificările de regim, precum și a consecințelor acestor modificări asupra performanțelor motorului.

Dintre aceste organe, dispozitivului de admisie îi revine un rol important, el fiind în măsură să asigure aerul necesar funcționării stabile a motorului la parametrii ceruți de regimul de funcționare (M, n).

Pentru viteze de zbor transonice sau moderat supersonice ($1 \leqslant M \leqslant 1{,}6$) se utilizează dispozitive plane sau axial simetrice capabile să asigure în condițiile cele mai bune comprimarea statică a aerului, cu pierderi de presiune totală cît mai reduse.

În funcție de viteza de zbor a aparatului, se disting trei regimuri de funcționare ale dispozitivelor :

a) regim critic ;
b) regim supracritic ;
c) regim subcritic.

Aceste regimuri corespund situațiilor în care unda de șoc normală este plasată respectiv în bordul de atac al dispozitivului (secțiunea 1′—1′), în dispozitiv, sau în amontele prizei (fig. 1).

Parametrii ce definesc funcționarea dispozitivului la diferite regimuri vor determina forma tunelului de aspirație al lui $\left(\varphi = \frac{A_H}{A_1'}\right)$ pierderile de

Manuscris predat redacției la data de 8 februarie 1980
* Asistent ing. Catedra Aeronave.

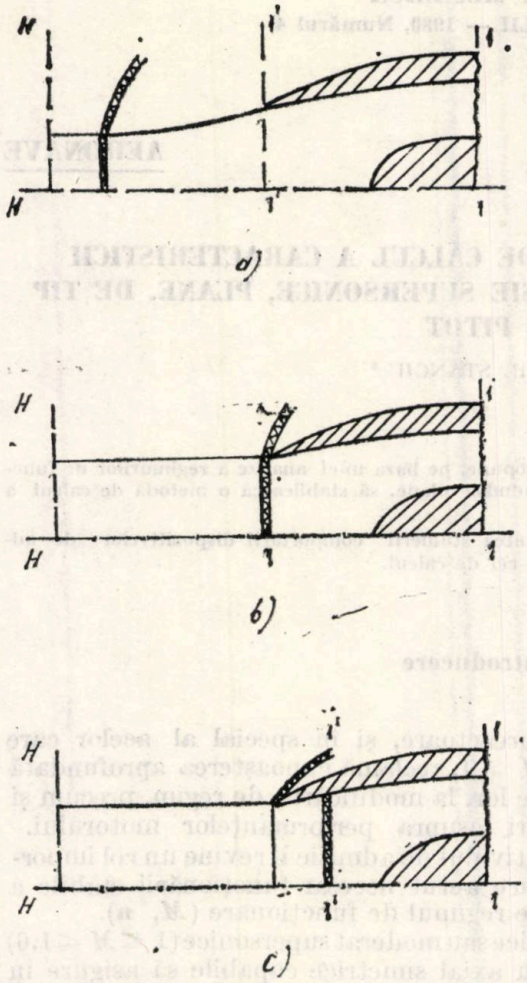


Figura 1. — Regimurile dispozitivului de admisie *a*) subcritic ; *b*) critic ; *c*) supracritic

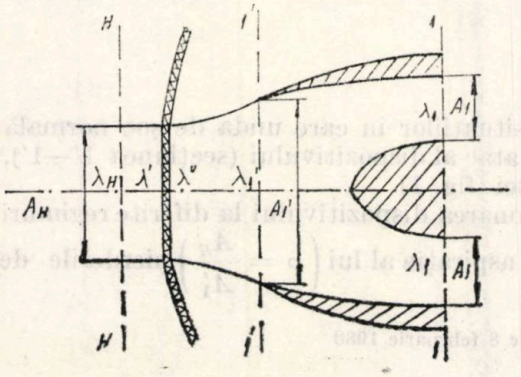


Fig. 2. — Tunelul de aspirație al dispozitivului de admisie

presiune totală prin unda de șoc $\left(\sigma_{da}^{*} = \frac{P_1^{*}}{P_H^{*}}\right)$, respectiv gradul de creștere al presiunii statice $\left(\pi_{da} = \frac{P_1}{P}\right)$.

În cele de mai sus am notat prin A_H, aria secțiunii de trecere a aerului într-o secțiune, $H - -H$ situată în amontele motorului, fig. 2.

Din figura 2 se desprind și secțiunile caracteristice ale tunelului de aspirație.

Legătura care există între coeficientul φ și pierderea de presiune totală σ_{da}^{*} definește, tocmai, caracteristica dispozitivului de admisie, $\sigma_{da}^{*} = f(\varphi)$.

În calculele ce vor urma se neglijează pierderile de presiune totală datorate frecărilor aerului cu pereții dispozitivului.

Calculul caracteristicii dispozitivului de admisie transonic.

Se încearcă în continuare stabilirea unei metode unitare de calcul a caracteristicii dispozitivului de admisie transonic, prin considerarea fiecărui regim de funcționare amintit.

La baza acestor calcule va sta ecuația de continuitate,

$$Ma \cdot \sqrt{\frac{P^{*}}{T^{*}}}\, q(\lambda) \cdot A \qquad (1)$$

ce poate fi aplicată în orice secțiune A a tunelului de aspirație a dispozitivului. S-a notat cu $q(\lambda)$ funcția de debit.

Dacă notăm cu „prim" parametrii aerului în faţa undei de şoc normale, iar cu „secund" cei din avalul undei, atunci putem scrie :

$$\sigma^*_{da} = \frac{q(\lambda')}{q(\lambda'')} = \sigma^*_{usd} \tag{2}$$

unde σ^*_{usd}, reprezintă pierderea presiunii totale prin unda de şoc dreaptă, iar λ. coeficientul de viteză

Bineînţeles că $\lambda' \cdot \lambda'' = 1$, la trecerea prin unda normală.

Pe de altă parte ecuaţia de conservare a masei conduce la relaţia de calcul a lui φ, $\varphi = \frac{q(\lambda_{1'})}{q\left(\frac{1}{\lambda_{1'}}\right)}$, în situaţia cînd dispozitivul funcţionează în regim subcritic, evident, în regim critic şi supracritic $\varphi = 1$.

Construcţia caracteristicii presupune cunoaşterea regimului de zbor (λ_H) a geometriei dispozitivului de admisie (A'_1, A_1) precum şi a parametrilor curgerii la intrare în compresor (λ_1). De obicei $\bar{A} = \frac{A_{1'}}{A_1}$ este cuprins între 0,8—1, iar $q\ (\lambda_1) = 0{,}85 - 0{,}92$.

a) *Calculul regimului critic* ($\lambda_H = \lambda_{Hcr}$)

Acest regim are caracteristic faptul că unda de şoc trece prin bordul de atac al dispozitivului de admisie (fig. 1).

Prin urmare $\varphi = 1$, iar pierderea de presiune prin dispozitiv

$$\sigma^*_{da} = \frac{q(\lambda_{Hcr})}{q\left(\frac{1}{\lambda_{Hcr}}\right)} \tag{3}$$

unde coeficientul de viteză λ_{Hcr}, se obţine din egalitatea debitului de aer în secţiunile $1' - 1'$ şi $1 - 1$.

$$q\left(\frac{1}{\lambda_{Hcr}}\right) = \frac{q(\lambda_1) \cdot A_1}{A_{1'}}, \text{ sau}$$

$$q\left(\frac{1}{\lambda_{Hcr}}\right) = \frac{1}{\bar{A}} \cdot q(\lambda_1) \tag{4}$$

Din funcţia de debit $q\left(\frac{1}{\lambda_{Hcr}}\right)$ se obţine imediat λ_{Hcr}, respectiv numărul Mach la care dispozitivul funcţionează în regim critic.

$$M_{cr_H} = \lambda_{H_{cr}} \left[\frac{\tau(1)}{\tau(\lambda_{H_{cr}})}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

unde funcţia gazodinamică $\tau(\lambda) = 1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2$

În acest caz, comprimarea aerului poate fi determinată din relația :

$$\pi_{da} = \sigma^*_{da} \cdot \frac{\pi(\lambda_1)}{\pi(\lambda_{Hcr})} \tag{6}$$

în care $\pi(\lambda)$, este funcția gazodinamică a presiunii.

b) *Calculul regimurilor supracritice* ($\lambda_H > \lambda_{Hcr}$)

Acest regim se caracterizează prin faptul că, unda de șoc pătrunde în dispozitivul de admisie, existînd posibilitatea ca, după ce a depășit bordul de atac, curentul de aer să cunoască o accelerare, care bineînțeles, va conduce la pierderi de presiune totală mai mari. Evident $\varphi = 1$, iar

$$\sigma^*_{da} = \frac{q(\lambda')}{q\left(\frac{1}{\lambda'}\right)}, \text{ sau}$$

ținînd seama că :

$$q\left(\frac{1}{\lambda'}\right) \cdot A = q(\lambda_1)\, A_1 \text{ iar } q\,(\lambda_H) \cdot A_{1'} = q(\lambda') \cdot A\,;\; A,$$

fiind aria suprafeței unei secțiuni curente în care s-a produs unda, obținem :

$$\sigma^*_{da} = \frac{q(\lambda_H)}{q\left(\frac{1}{\lambda_{Hcr}}\right)} \tag{7}$$

și

$$\pi_{da} = \sigma^*_{da} \cdot \frac{\pi(\lambda_1)}{\pi(\lambda_H)}$$

a) *Calculul regimului subcritic* ($\lambda_H < \lambda_{Hcr}$)

În acest regim unda de șoc este situată în fața dispozitivului de admisie.

Deci : $\varphi = \dfrac{q(\lambda_{1'})}{q\left(\frac{1}{\lambda_H}\right)}$ sau în condițiile în care : $q(\lambda_{1'}) = \dfrac{q(\lambda_1) \cdot A_1}{A_{1'}}$, atunci :

$$\varphi = \frac{q(\lambda_{Hcr})}{q\left(\frac{1}{\lambda_H}\right)} \tag{8}$$

Pierderea de presiune totală va fi :

$$\sigma^*_{da} = \frac{q(\lambda_H)}{q\left(\frac{1}{\lambda_H}\right)} \tag{9}$$

Evident

$$\pi_{d_a} = \sigma^*_{d_a} \cdot \frac{\pi(\lambda_1)}{\pi(\lambda_H)}. \tag{10}$$

Trasarea caracteristicii dispozitivului de admisie

Construcția caracteristicii dispozitivului de admisie presupune considerarea unei game largi de regimuri de funcționare a dispozitivului, situate de o parte și de alta a regimului critic. Pentru fiecare valoare a coeficientului de viteză λ_H, respectiv la fiecare M_H, se obține o pereche de valori φ, $\sigma^*_{d_a}$. Locul geometric al acestor puncte reprezintă caracteristica dispozitivului de admisie.

Aplicație

Admitem un dispozitiv la care se cunosc $\bar{A} = 1$, și $q(\lambda_1) = 0{,}9$. La regimul critic, conform relației 4, la $\lambda_{Hcr} = 1{,}4$, corespunde $M_{Hcr} = 1{,}65$. Deci $\sigma^*_{d_a} = 0{,}91$, iar $\varphi = 1$.
În ceea ce privește gradul de comprimare statică a aerului în dispozitiv el este.

$$\pi_{d_a} = 0{,}91 \frac{0{,}742}{0{,}25} = 2{,}7, \quad \text{unde} \quad \pi(\lambda) = 0{,}742$$

și

$$\pi(\lambda_{Hcr}) = 0{,}25.$$

Admitem $M_H > M_{Hcr}$, pentru un regim supracritic de funcționare.
Deci :

$$M_H = 1{,}6, \quad \lambda_H = 1{,}43, \quad \varphi = 1, \quad \sigma^*_{d_a} = 0{,}88, \quad \text{iar} \quad \pi_{d_a} = 2{,}84$$

Regimul subcritic îl vom lua în considerație prin două valori :

$$M_{H_1} = 1{,}25, \quad (\lambda_{H_1} = 1{,}2), \quad \text{și} \quad M_{H_2} = 1{,}4 \quad (\lambda_{H_2} = 1{,}3)$$

Rezultă :

$$\varphi_1 = 0{,}93, \quad \varphi_2 = 0{,}97;$$

$$\sigma^*_{d_{a_1}} = 0{,}98, \quad \sigma^*_{d_{a_2}} = 0{,}97$$

iar :

$$\pi_{d_{a_1}} = 1{,}9 \quad \text{și} \quad \pi_{d_{a_2}} = 2{,}3$$

Cu aceste valori caracteristica dispozitivului este imediată (fig. 3)

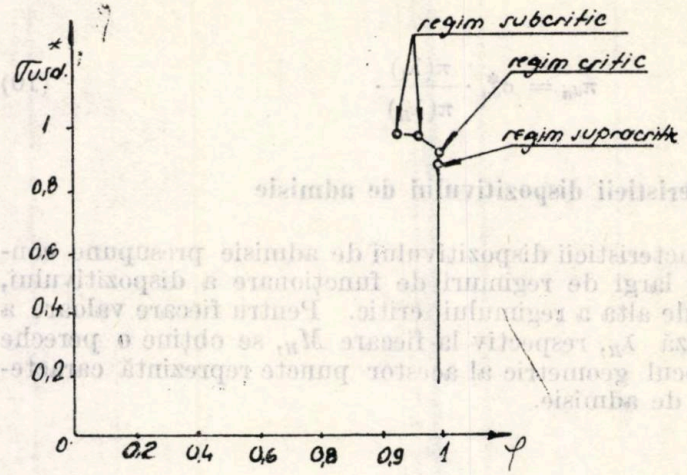


Fig. 3. — Caracteristica dispozitivului de admisie.

Concluzii

Metoda expusă permite studierea detaliată a proceselor ce au loc în funcţionarea dispozitivelor plane transonice la regimuri tranzitorii sau la regimuri diferite de cel de calcul. Simplitatea metodei amintite permite aplicarea ei ori de cîte ori este nevoie să se stabilească cu precizie performanţele unui motor aeroreactor.

BIBLIOGRAFIE

1. *Berbente C, V. N. Constantinescu,* Dinamica gazelor, curs 1977.
2. *Sliahtenko, S. K.,* Teoria vajdușno — reactivnih dvigatelei, Moscova 1975.

About a Characteristies Calculation Method of Supersonic Inlet Plane Deviees

This paper proposes, on the base of the regime work analysis of the plane devices, to establish a method of calculation for these characteristics.
There is, thus, the possibility of study of the inlet device behaviour, at different regimes, in comparison with the calculation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 621.621.772
621.97/98
539.38

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

STUDIUL REVENIRII ELASTICE LA INDOIREA SEMIFABRICATELOR DIN TABLA, FOLOSIND PROGRAMAREA STATISTICĂ A EXPERIENŢELOR

F. DRĂGĂNESCU, GH. SINDILĂ, GH. ZGURĂ*

În lucrare se prezintă rezultatele determinării unghiului de revenire elastică la îndoirea semifabricatelor din tablă de oţel, folosind programarea statistică a experienţelor. Se prezintă modelul matematic al legăturii dintre unghiul de revenire elastică $\Delta\alpha$ şi raza de îndoire r, grosimea semifabricatului g, şi unghiul de îndoire α. Se prezintă de asemenea, influenţa fiecăruia din cei trei parametri asupra unghiului de revenire elastică.

Este cunoscut că în timpul îndoirii, deformaţia plastică este însoţită de o deformaţie elastică. Din această cauză, după încetarea acţiunii forţelor de îndoire piesa revine către forma iniţială pînă la stabilirea echilibrului. Această modificare a formei piesei îndoite poartă denumirea de revenire elastică sau arcuirea materialului.

Revenirea elastică influenţează precizia unghiului de îndoire a pieselor, iar la raze mari şi precizia acestora. La îndoirea cu raze mici, revenirea elastică se exprimă în unităţi unghiulare şi reprezintă diferenţa dintre unghiul α_0 al piesei îndoite, indicat pe desen şi unghiul α al matriţei de îndoire (fig. 1).

$$\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha \qquad (1)$$

Deci, ca să se obţină la piesă după îndoire α_0 de pe desen, unghiul matriţei trebuie corectat cu unghiul de revenire elastică.

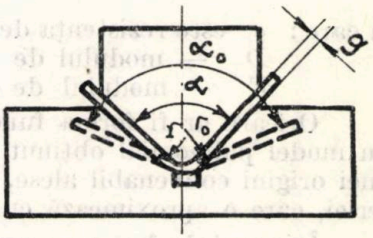


Fig. 1. Schema revenirii elastice la îndoirea pieselor în V.

Revenirea elastică depinde de proprietăţile fizico-mecanice ale semifabricatului, raza de îndoire, grosimea semifabricatului, unghiul de îndoire al piesei şi procedeul de îndoire folosit etc.

Pentru determinarea unghiului de revenire elastică este necesară cunoaşterea legăturii dintre acesta şi factorii care-l influenţează. Stabilirea acestei legături se poate face pe cale analitică, folosind teoria elasticităţii şi plasti-

Manuscris predat redacţiei la data de 16 aprilie 1980
* Şef lucrări ing., Asistent ing.; Prof. dr. ing. Catedra T.C.M.

cităţii metalelor, sau pe cale experimentală. În primul caz, pentru a fi posibilă rezolvarea, se admit unele ipoteze simplificatoare care conduc la unele aproximaţii. În afară de aceasta, relaţiile stabilite pe cale analitică nu permit evidenţierea unor interacţiuni dintre factorii consideraţi şi nici influenţa unor factori perturbatori. Stabilirea legăturii căutate pe cale experimentală se poate face prin metoda clasică [1], variind pe rînd cîte un parametru, ceilalţi fiind menţinuţi constanţi, sau folosind programarea statistică a experienţelor [2]. În ultimul caz, legătura poate fi stabilită cu un număr mai mic de experienţe variind simultan mai mulţi parametri. Se pot determina şi influenţele interacţiunilor dintre doi sau mai mulţi factori, se pot lua în studiu mai mulţi factori reţinîndu-i numai pe cei cu influenţe semnificative, se poate verifica precizia de reproducere a datelor experimentale cu modelul stabilit.

În cadrul acestei lucrări se prezintă rezultatele obţinute folosind programarea statistică a experienţelor la studiul revenirii elastice a pieselor din tablă îndoite în V. Studiul constă în stabilirea modelului matematic al revenirii elastice şi analiza modelului stabilit.

Modelul matematic al revenirii elastice este o funcţie de legătură între unghiul de revenire elastică $\Delta\alpha$ şi parametrii consideraţi : — raza de îndoire r ; — grosimea semifabricatului g ; — unghiul de îndoire α. Stabilirea acestui model înseamnă stabilirea formei funcţiei de legătură şi a valorii constantelor acestei funcţii.

Pentru stabilirea formei se face apel la legile care guvernează procesul şi la experienţa acumulată din cercetarea acestui proces.

În literatura de specialitate sînt date diferite forme ale acestei legături. Un model mai complet al unghiului de revenire elastică, ţinînd seama şi de ecruisarea ce apare în timpul îndoirii, este dat în [3] şi are forma :

$$\Delta\alpha = \frac{3\sigma_c + D\dfrac{2g}{2r+g}}{E}\left(\frac{r}{g}+1\right)(180-\alpha_0) \qquad (2)$$

în care : σ_c este rezistenţa de curgere a materialului ;
D — modulul de ecruisare ;
E — modulul de elasticitate.

Oricare ar fi forma funcţiei de legătură, ea poate fi înlocuită cu un model polinomial obţinut prin dezvoltarea ei în serie Taylor în jurul unei origini convenabil alese, reţinînd un număr suficient de termeni ai seriei, care o aproximează cu precizie suficientă.

În cazul de faţă s-a considerat polinomul de ordinul doi de forma :

$$\Delta\alpha = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i x_i + \sum_{i=1}^{3} b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=i+1}^{3} b_{ij} x_i x_j \qquad (3)$$

în care b_i sînt coeficienţii constanţi, iar x_i, variabilele independente codificate ale procesului.

Determinarea coeficienţilor b_i se face cu ajutorul datelor experimentale obţinute în urma efectuării unui număr de experienţe stabilit de programul experimental, astfel încît să permită în acelaşi timp şi verificarea

statistică a modelului. În acest program variabilele independente sînt variate la nivelurile indicate în tabelul 1, care au fost stabilite astfel încît să acopere domeniul experimental propus şi să formeze o progresie aritmetică.

Tabelul 1

Variabilele independente şi nivelurile de variaţie respective

Variabila	Nivelul / Codul	Codificat				
		−2	−1	0	1	2
		În unităţi naturale				
Raza r, mm	x_1	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0
Grosimea g, mm	x_2	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
Unghiul α°	x_3	30	60	90	120	150

Codificarea variabilelor s-a făcut cu ajutorul unor relaţii de transformare, care fac ca nivelului superior să-i corespundă + 1 şi + 2, celui mediu 0 iar celui inferior — 1 şi —2.

În cazul de faţă s-a folosit un program factorial compus cu puncte centrale de timpul 2^3, care, împreună cu răspunsurile măsurate, este dat în tabelul 2.

Experienţele au fost efectuate în laboratorul de stanţare şi matriţare la rece al catedrei de tehnologia construcţiilor de maşini, pe o presă PE 6 folosind o matriţă de îndoit în V cu elemente active rapid schimbabile. Pentru realizarea condiţiilor corespunzătoare fiecărei experienţe s-au folosit nouă poansoane şi cinci plăci de îndoire. Îndoirea s-a făcut fără calibrarea razei, placa de îndoire fiind prevăzută la vîrful unghiului cu un canal. S-au folosit semifabricate din TD cu grosimile corespunzătoare din tabelul 1 şi lăţimea de 28 mm.

Pentru determinarea unghiului de revenire elastică $\Delta\alpha$, s-a măsurat unghiul α_0 al pieselor îndoite, din care s-a scăzut valoarea efectivă corespunzătoare a unghiului α al plăcii de îndoire. Măsurarea s-a făcut pe microscopul universal cu ajutorul capului goniometric cu precizie de 1′, după schema din figura 2.

Determinarea coeficienţilor s-a făcut prin metoda celor mai mici pătrate folosind inversarea matricei. Coeficienţii modelului (2) cu variabilele codificate sînt daţi în tabelul 3.

Tabelul 2

Programul experimental şi răspunsurile măsurate pentru fiecare experienţă

Nr. exp.	Nivelurile condificate			Răspunsul măsurat
	x_1	x_2	x_3	
1	−1	−1	−1	2,000
2	1	−1	−1	2,783
3	−1	−	−1	0,716
4	−1	1	−1	1,933
5	−1	−1	1	−0,183
6	1	−1	1	−1,450
7	−1	1	1	−1,583
8	1	1	1	−1,266
9	−2	0	0	1,433
10	2	0	0	0,316
11	0	−2	0	0,116
12	0	2	0	−0,883
13	0	0	−2	2,883
14	0	0	2	−1,766
15	0	0	0	0,183
26	0	0	0	−0,066
17	0	0	0	0,450
18	0	0	0	0,216
19	0	0	0	−0,100
20	0	0	0	0,200

La verificarea adecvanței modelului s-a găsit raportul $F_{cin} = 6{,}937$ iar valoarea tabelatl corespunzătoare $F_T(5\,;\,5\,;\,95\%) = 5{,}05$, fiind apropiată însă mai mică, s-ar trage concluzia că modelul este inadecvat. Examinînd însă dispersiile răspunsurilor în diferite puncte experimentale se constată o variație însemnată a erorii experimentale în punctele periferice, unde dispersia este 0,111 față de centrul experimentului în care dispersia este 0,026. Ținînd seamă de aceasta, s-a determinat eroarea experimentală folosind și răspunsurile replicate în punctele periferice, experiențele 1...8, de unde a rezultat că modelul este adecvat.

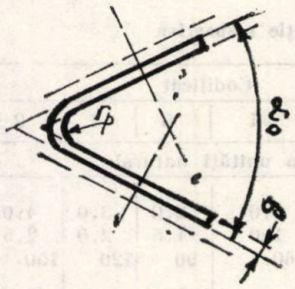


Fig. 2. Schema de măsurare a unghiului α_0.

Verificarea semnificației coeficienților este dată în tabelul 3. Se constată că nu toți termenii sînt semnificativi. De exemplu, raza de

Tabelul 3

Verificarea semnificației coeficienților modelului determinat.

Coeficientul		Pătratul mediu $PM(b_i)$	Raportul $F_{cs} = \frac{PM(b_i)}{PM_{er}}$	$F_{T(1;5;(1-\alpha)\%)}$	
Simbol	Valoare			α	
				0,05	0,01
				6,61	16,3
b_0	0,160985	0,947127	22,83	v	v
b_1	−0,073958	0,087517	2,11		
b_2	−0,334375	1,788906	43,12	v	v
b_3	−1,319792	27,869601	641,71	v	v
b_{11}	0,188826	1,878816	45,28	v	v
b_{22}	−0,125757	0,014672	0,35		
b_{33}	0,103409	0,746269	17,99	v	v
b_{12}	0,252083	0,508368	12,25	v	
b_{13}	−0,368750	1,087812	26,22	v	v
b_{23}	0,114583	0,105035	2,53		

îndoire la puterea întîia, grosimea la puterea a doua și interacțiunea grosime-unghi de îndoire.

Înlocuind în modelul (2) variabilele codificate prin relațiile de transformare folosite la codificarea lor, se obține modelul unghiului de revenire elastică în funcție de variabilele naturale. Eliminînd termenii cu coeficienți nesemnificativi, modelul este

$$\Delta\alpha = 6{,}156818 - 0{,}855492\, g - 0{,}05155\, \alpha + 0{,}188826\, r^2 + \\ + 0{,}000115\, \alpha^2 + 0{,}504167\, rg - 0{,}12292\, r\alpha \qquad (4)$$

În figura 3 se prezintă grafic influența fiecăruia din parametrii consideraţi asupra unghiului de revenire elastică, folosind modelul (4) și menținînd ceilalți parametri la valorile constante indicate pe grafic.

Examinînd acest grafic se constată variaţia descrescătoare a lui $\Delta\alpha$ odată cu creşterea fiecăruia din parametrii consideraţi trecînd prin zero şi căpătînd apoi valori negative. Din grafic se vede că revenirea elastică devine nulă pentru $r = 1{,}38$ mm, $g = 1{,}16$ mm, $\alpha = 84{,}8°$ la care corespund raportului r/g valorile 0,92, respectiv 1,73 şi 1,33. Literatura

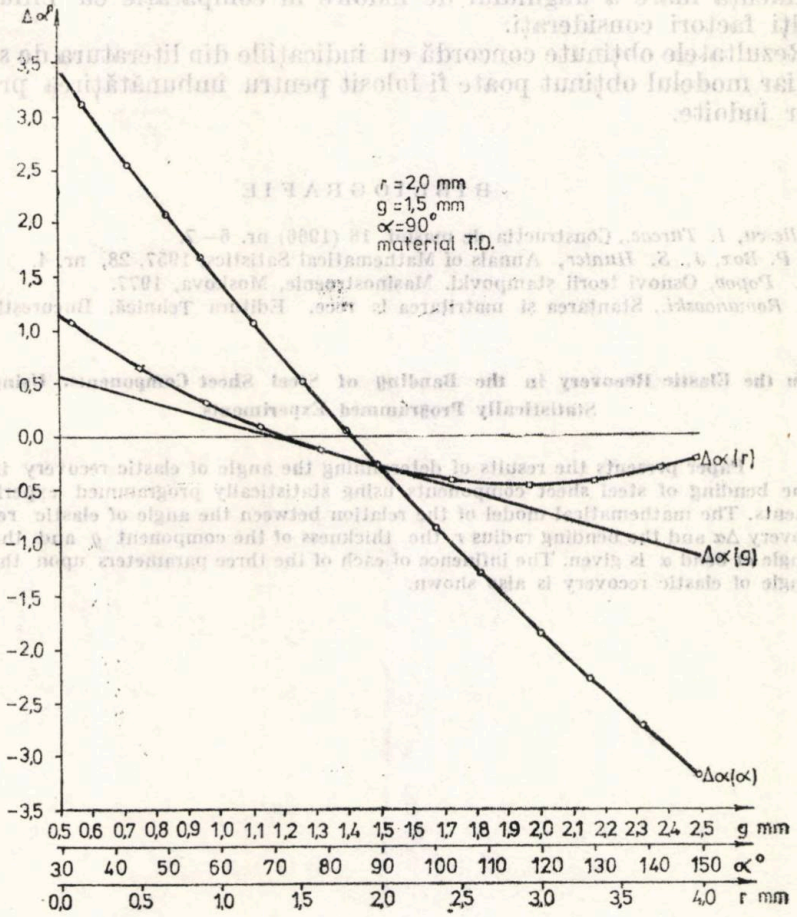


Fig. 3. Influenţa parametrilor îndoirii pieselor în V asupra unghiului de revenire elastică $\Delta\alpha$.

de specialitate [4], indică valori minime ale lui $\Delta\alpha$ pentru raportul r/g între 1,0 şi 1,5 la îndoirea cu $\alpha = 90°$, ceea ce concordă cu rezultatele obţinute. Se constată că influenţa razei de îndoire prezintă un minim pentru $r = 2{,}93$ mm. În intervalul de variaţie a razei cuprins între 0 şi 2,93 influenţa acesteia asupra lui $\Delta\alpha$ este descrescătoare apoi crescătoare. Această influenţă se poate explica pe baza ecruisării puternice care are loc la raze foarte mici, după cum rezultă şi din relaţia (2).

Concluzii

Folosind programarea statistică a experienţelor se poate obţine un model matematic mai complet şi cu un număr de experienţe mai mic decît prin folosirea metodei clasice de cercetare experimentală.

Modelul găsit pune în evidenţă, pentru domeniul experimental folosit, influenţa mare a unghiului de îndoire în comparaţie cu influenţele celorlalţi factori consideraţi.

Rezultatele obţinute concordă cu indicaţiile din literatura de specialitate, iar modelul obţinut poate fi folosit pentru îmbunătăţirea preciziei pieselor îndoite.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Iliescu, I. Tureac.*, Construcţia de maşini, 18 (1966) nr. 6—7.
2. *G. E. P. Box, J,. S. Hunter*, Annals of Mathematical Satistics, 1957, 28, nr. 4.
3. *V. I. Popov*, Osnovi teorii ştampovki. Maşinostroenie, Moskova, 1977.
4. *V. P. Romanovski.*, Stanţarea şi matriţarea la rece. Editura Tehnică, Bucureşti, 1970.

On the Elastic Reeovery in the Bending of Steel Sheet Components, Using Statistically Programmed Experiments

Paper presents the results of determining the angle of elastic recovery in the bending of steel sheet components using statistically programmed experiments. The mathematical model of the relation between the angle of elastic recovery $\Delta\alpha$ and the bending radius r, the thickness of the component g and the angle of bend α is given. The influence of each of the three parameters upon the angle of elastic recovery is also shown.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 621.833

PROIECTAREA ROŢILOR DINŢATE ŞI UTILIZAREA RAŢIONALĂ A MATERIALULUI

N. STERE *

Lucrarea sintetizează concepţiile moderne despre capacitatea portantă a angrenajelor. Reliefînd influenţa gradientului durităţii asupra capacităţii portante la pitting, se promovează principiul egalei rezistenţe a secţiunii bazei dintelui la încovoiere şi a flancurilor la presiunea de contact, pentru utilizarea integrală a capacităţii de rezistenţă a materialului.

Consideraţii introductive

Preocupările direcţionate spre dezvoltarea tehnicii roţilor dinţate, cuprinzînd modernizarea proiectării, execuţiei şi exploatării transmisiilor, cu angrenaje, s-au intensificat continuu, încă din prima perioadă a revoluţiei industriale. Ca urmare, evoluţia capacităţii portante a angrenajelor asociată reducerii consumurilor specifice de materiale şi energie se distinge printr-o dezvoltare spectaculoasă (fig. 1).

Stadiul actual al cercetării dezvoltării fiind caracterizat şi susţinut de un volum al fondurilor fără precedent, urmăreşte optimizarea principalilor factori cu influenţă favorabilă noilor performanţe. Un factor principal din această categorie îl reprezintă creşterea indicelui de utilizare a materialului, valorificarea superioară a acestuia. În continuare se aduc noi argumente în acest sens.

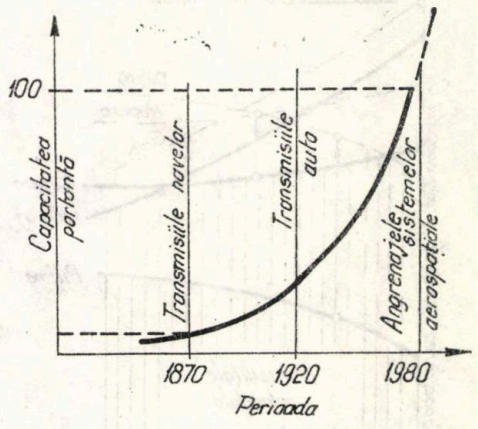


Fig. 1. Evoluţia capacităţii portante a angrenajelor

1. Tenacitatea şi duritatea criterii fundamentale

Aliajele feroase în general, oţelurile aliate în special, vor reprezenta şi în viitor materialul de bază, utilizat în construcţia coroanelor roţilor dinţate exploatate în condiţii severe de solicitare.

Manuscris predat redacţiei la data de 22 aprilie 1980.
* Conf. dr. ing. Catedra Organe de maşini

În consecință, depășirea performanțelor actuale este condiționată de îmbunătățirea preciziei execuției, a caracteristicilor de rezistență mecanică ale materialului utilizat, în legătură cu legile durificării, în interdependență cu condițiile de solicitare în funcționare. Astfel, proiectarea, sub aspectul dimensional și cel tehnologic, devine mai complexă, fiind condiționată și precedată de restrîngerea gamei de materiale — din care rezultă noi posibilități de perfecționare a fabricației, cu efecte economice remarcabile.

Alegerea materialului, proiectarea dimensională, ca și proiectarea tehnologică de prelucrare la cald și la rece sînt precedate de analiza cauzelor deteriorării danturii (STAS 8741-70) și urmate de confirmarea comportării în funcționare.

Cu toate că s-a acumulat multă experiență în acest domeniu, încă nu s-a fundamentat corespunzător corelarea solicitării cu tenacitatea materialului danturii — în interdependență de gradientul durității straturilor superficiale flancurilor active ale dinților, deci cu sporirea capacității portante în condițiile utilizării integrale a potențialului de rezistență al materialului (fig. 2).

Cele menționate înlesnesc înțelegerea de ce pittingul reprezintă cauza principală a deteriorării danturii roților dințate ale reductoarelor de turație construite din oțeluri nedurificate — deși, din punct de vedere al tena-

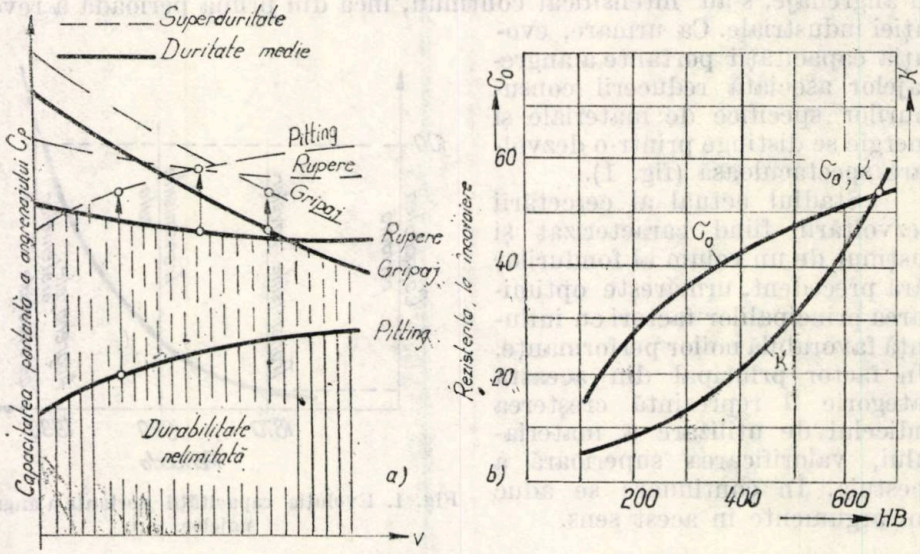


Fig. 2. Limitele capacității protante și corelarea tenacității cu duritatea :
a — influența durificării ;
b — dependența tenacitate — duritate (după Kalkert)

cității rămîn importante rezerve de rezistență neutilizată, de ce se gripează danturile angrenajelor cutiilor de viteze cu mare turație (aeronave, de exemplu), de ce se produce ruperea statică-dinamică sau prin oboseală a danturilor suprasolicitate la diferite turații sau chiar la pornire.

Interes deosebit prezintă perspectiva noilor posibilități de utilizare integrată a capacității de rezistență a materialului angrenajelor cu durabilitate de funcționare nelimitată.

Din punct de vedere al rezistenței bazei dintelui la ruperea prin încovoiere, experiența acumulată a dovedit cu prisosință creșterea proporțională a capacității portante a angrenajului C_P cu tenacitatea materialului σ_r (fig. 2, *a*).

Indicele de tenacitate $i_t = \sigma_c/\sigma_r$ reprezintă unul din indicatorii creșterii indicelui de utilizare al materialului.

Stabilind ansamblul criteriilor orientative de bază pentru selecția materialelor destinate construcției angrenajelor moderne, a rezultat posibilitatea limitării considerabile a gamei mărcilor de oțel [1], [2], fiind stabilite și recomandate următoarele sorturi :

Marca	Oțeluri de îmbunătățire (în stare de livrare)				
	OLC 45	41 MoC 11	40 C 10	50 VC 11	34 MoCN 15
σ_c/σ_r	0,59	0,79	0,79	0,84	0,86
Marca	Oțeluri de cementare (în stare de livrare)				
	OLC 15	18 MoCN 13	21 MoMC 12	13 CN 35	20 MON 35
σ_c/σ_r	0,60	0,71	0,77	0,82	0,85

Utilizarea rațională a materialului, fiind o problemă complexă, nu poate fi limitată la criteriul tenacității, necesitînd perfecționări tehnologice, pentru corelarea prioritară a criteriului tenacității cu criteriul durității, astfel încît, angrenajul să asigure aceeași capacitate portantă din punct de vedere al rezistenței danturii la rupere prin încovoiere, σ_i, cît și cel al rezistenței flancurilor active la presiunea de contact, σ_H, (fig. 2, *b*)). Promovînd criteriul durității se pot obține informațiile necesare corelării menționate (fig. 3), [2].

2. Relații de recurență și de comparație

Criteriul durității corespunzătoare asigurării rezistenței maxime la oboseală ciclică a straturilor superficiale σ_H, se poate asigura printr-o duritate excelentă, pe o adîncime a_c — fundamentată pe baza teoriei contactului hertzian — la care s-a asociat rostogolirea cu alunecare specifică angrenării danturii.

În stadiul actual al cercetării, pe baza adaptării teoriei contactului elastic hertzian la contactul flancurilor angrenajului, din oțel s-au stabilit următoarele relații referitoare la capacitatea portantă.

1°. Relațiile clasice potrivit modelului lui Hertz din oțel/oțel :

— pentru rezistența la presiunea de contact σ_H,

$$\sigma_H = 0{,}418 \sqrt{\frac{F_n}{B}\frac{E}{R}};$$

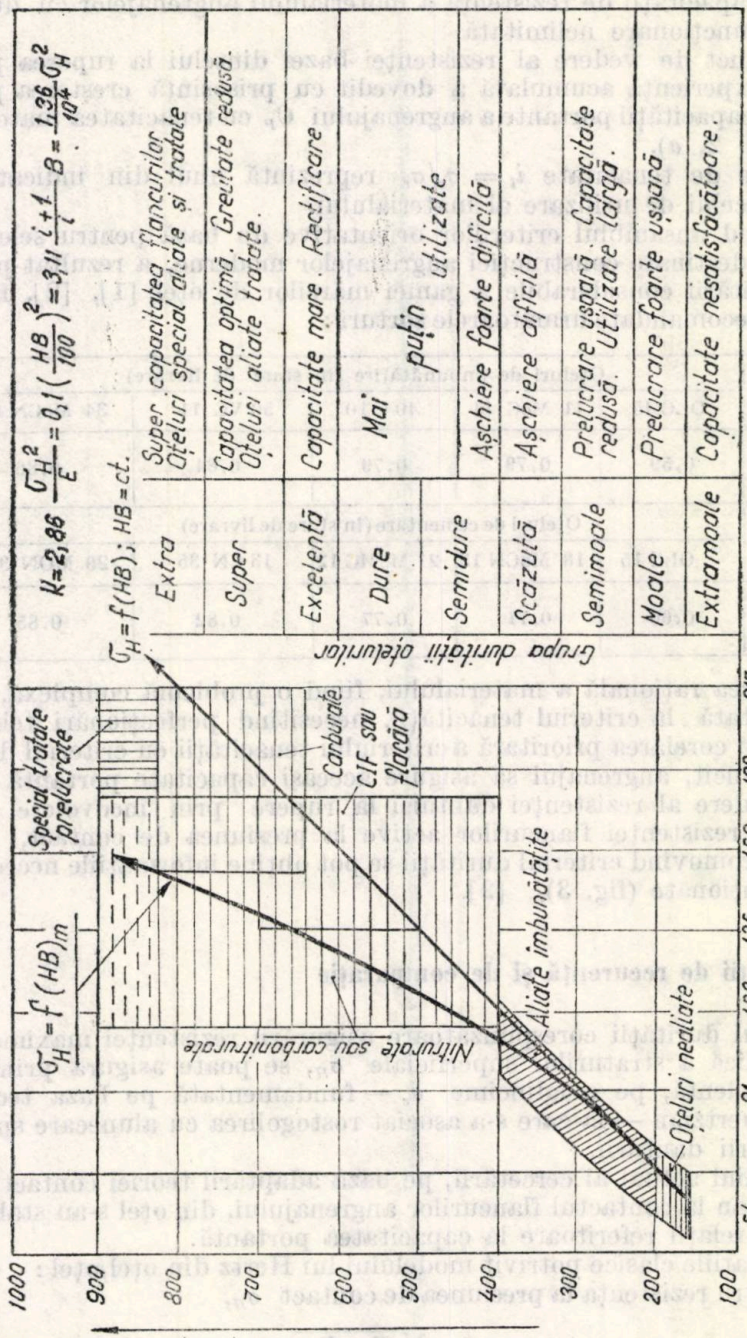


Fig. 3. Promovarea criteriului durității pentru corelarea capacității portante.

— pentru lățimea fișiei contactului elastic b_H

$$b_H = \sqrt{\frac{F_n}{B}\frac{2(1-\mu^2)}{E \cdot R}},$$

b_H — fiind lățimea efectivă de contact, μ — coeficientul lui Poisson, $R_{1,2}$ — raza medie de curbură a corpurilor în contact.

2°. Relația clasică, potrivit modelului lui Föppl, definește adîncimea tensiunilor de forfecare maximă din substrat

$$z_{max} = 0{,}78\ b_H = a_c.$$

3°. Legătura presiunii de rostogolire K (definită de Stribeck) cu rezistența la presiunea de contact σ_H stabilită de Niemann în anul 1940;

$$K = 2.86\ \sigma_H^2 \frac{E_1 + E_2}{2E_1E_2} = 1{,}362 \times 10^{-4}\sigma_H^2,$$

pentru cuplul de materiale oțel/oțel.

4°. Rezistența la rostogolire — după *Kalkert* (1962):

$$K = \frac{F_n}{2\rho b}, \quad \text{pentru } \rho = R = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

5°. Încărcarea specifică definită de *Niemann* (1965):

$$B = \frac{F_t}{bD_{d1}}, \text{ pentru forța tangențială la diametrul divizării}$$

6°. Legătura $K - HB$ stabilită de *Rettig* (1969):

$$K = 0{,}1\left(\frac{HB}{100}\right)^2$$

Admițînd, analizînd comparativ, interpretînd și rezolvînd aceste expresii analitice s-au stabilit relații de recurență între tenacitatea miezului și duritatea flancului, astfel încît să fie asigurat principiul egalei rezistențe a secțiunii periculoase la încovoiere σ_0 și la presiunea de contact a flancurilor σ_H;

$$\sigma_H = 151\sqrt{\frac{\sigma_0}{z_1k_f}\frac{i+1}{i}} \tag{1}$$

respectiv

$$HB = 557\sqrt{\frac{\sigma_0}{z_1k_f}\frac{i+1}{i}} \tag{2}$$

i fiind raportul angrenării ($i = z_2/z_1$), k_f — factorul de formă a danturii (DIN 3990-70), [3].

Deoarece relaţia (2) nu s-a putut verifica experimental în condiţiile angrenajelor cu flancurile durificate superficial (nepătruns), s-a considerat influenţa gradientului durităţii prin intermediul durităţii medii HB_m (3) :

$$HB_m = \frac{HB_{flanc} + (HB_{miez} + 50)}{2} \tag{3}$$

astfel că relaţia (2) ia forma (4)

$$HB_m = 575 \sqrt{\frac{\sigma_0}{z_1 k_f} \frac{i+1}{i}} \tag{4}$$

ceea ce s-a verificat experimental (fig. 3 — curba mai groasă). Pentru angrenajul experimental : $m = 2$ mm ; $z_1 = 25$; $i = 1{,}48$; $k_f = 2{,}725$, a rezultat :

$$HB_m = 87 \sqrt{\sigma_0}. \tag{5}$$

3. Solicitarea danturii şi grosimea stratului durificat

Pornind de la modelul lui Föppl, asociat relaţiilor de recurenţă şi de comparaţie menţionate, rezultă grosimea optimă a stratului durificat superficial (adîncimea de călire), $a_c = 0{,}78\ b_H$, la care, eforturile unitare de forfecare ating valoarea maximă [2].

Considerînd particularităţile de solicitare ale angrenajului, şocurile generate de trecerea prin angrenarea singulară, rezultă că stratul durificat trebuie să pătrundă peste limitele $0{,}78\ b_H$, adică $a_c > a_H = 0{,}78\ b_H$. Astfel se poate admite expresia (6) :

$$a_c = 0{,}78 b_H + 0{,}25 \times 0{,}78 b_H \approx b_H, \tag{6}$$

$$b_H = 7{,}427 \times 10^{-3}\ m z_1 \sqrt{B \frac{i}{i+1} \operatorname{tg} \alpha_r}\ , \tag{7}$$

iar pentru angrenajul experimental a rezultat

$$b_H = 0{,}358 \sqrt{B}\ ,$$

B — fiind încărcarea specifică ($B = F_t / b D_{d1}$).

Din raportul relaţiilor (1) şi (7) rezultă legătura tenacităţii cu a grosimii stratului durificat. Pentru angrenajul normal ($\zeta_1 = \zeta_2 = 0$), rezultă :

$$\frac{\sigma_H}{b_H} = \frac{33\,705}{m z_1} \cdot \frac{i+1}{i},$$

respectiv

$$b_H = \frac{i+1}{i} \cdot \frac{mz_1}{33705} \sigma_H = a_c, \tag{8}$$

iar pentru angrenajul experimentat a rezultat

$$a_c \cong \frac{\sigma_H}{565}.$$

Rezultă că adîncimea optimă a stratului durifcat, (grosimea de de cementare sau de călire) are valori specifice roții dințate (m, z) cît și angrenajului în care este integrată (i) în dependență de tenacitatea și duritatea materialului.

Prin urmare, rezultă un ansamblu unitar de relații utile, atît calculelor necesare proiectării dimensionale, dar mai ales pentru elaborarea tehnologiilor în vederea utilizării cît mai complete a capacității de rezistență a materialului, prin tendința sincronizării capacității portante a bazei dintelui (secțiunea periculoasă), cu capacitatea portantă a flancurilor active (suprafața de contact-periculoasă).

4. Compatibilitatea tenacitate — duritate

Oricît de riguroase ar fi relațiile analitice, ele pot exprima corect proprietățile fizice ale materialului, numai cînd sînt aplicate cu precauție pentru a nu depăși limitele compatibilității, deoarece tenacitatea și duritatea unei mărci de oțel în stare de livrare au valori standard.

Se știe că prin tratamente ulterioare, tenacitatea unui oțel aliat poate fi îmbunătățită în limite mult mai restrînse decît duritatea, în timp ce adîncimea stratului de difuzie depinde atît de materialul de bază, de elementul difuzat, de procedeul durificării cît și de durata tehnologică.

Definind angrenajul analizat, de exemplu prin caracteristicile $m = 4$ mm; $z_1 = 25$; $i = 1{,}48$; tg $\alpha_r = 0{,}388\ 354$; $K_f = 2{,}75$; $K_c = 1{,}764$; [3], [5], [8] rezultă $K = 5{,}214\ B$; $\sigma_H = 198\ B$; $\sigma_0 = 68{,}89\ B$; $b_H = a_c = 0{,}358\ B^{1/2}$; $HB = 3{,}69\ \sigma_H$, considerînd un domeniu larg de valori fictive pentru tenacitate ($\sigma_0 = 2 \ldots 100$ daN/mm^2) și aplicînd relațiile de recurență rezultă valorile din tabelul 1.

Astfel, pentru a fi asigurată tendința corelării capacității de rezistență la presiunea de contact, cu potențialul rezistenței de rupere în secțiunea periculoasă, pentru utilizarea unui oțel a cărei limită de rezistență $\sigma_0 = 22$ daN/mm^2, pinionul angrenajului va fi dimensionat la presiunea de contact pe baza limitei de rezistență. $\sigma_H = 111$ daN/mm^2. În acest scop prin aspectele proiectării tehnologice, urmează a se prescrie și coordona procesul durificării straturilor superficiale astfel încît să rezulte $HB_m \approx$ $\approx$ 409 daN/mm^2 precum și o grosime a stratului de difuzie $a_c \geqslant 0{,}2$ mm.

De exemplu, din gama oțelurilor pentru angrenaje, ar putea fi utilizat oțelul semimoale 41 MoC 11, îmbunătățit la $HB = 280 = HB_{miez} = HB_{flanc} — HB_m$. Pentru a rezulta o duritate medie la valoarea corelată

Tabelul 1

Valori rezultate din dezvoltarea relaţiilor de recurenţă

. . . . .				11	80	294	0,145	30	130	480	0,237
2	34	125	0,062	12	82	302	0,150	35	140	516	0,256
. . . . .				. . . . .				. . . . .			
3	39	145	0,072	14	88	323	0,160	40	149	551	0,273
. . . . .				. . . . .				. . . . .			
4	47	174	0,086	16	94	347	0,172	45	158	583	0,289
. . . . .				. . . . .				. . . . .			
5	53	194	0,096	18	100	369	0,182	50	167	616	0,305
. . . . .				. . . . .				. . . . .			
6	58	217	0,107	20	105	389	0,193	60	183	676	0,335
. . . . .				. . . . .				. . . . .			
8	67	250	0,124	22	111	409	0,202	80	211	780	0,385
. . . . .				. . . . .				. . . . .			
10	76	280	0,139	25	118	434	0,215	100	236	871	0,431

în tabel, este necesară o duritate superficială $HB_{flanc} = 2\,HB_m - HB = 2 \times 409 - 280 = 538$ daN/mm², ceea ce se încadrează în grupa oţelurilor dure (fig. 3).

Considerînd şi tenacitatea suplimentară rezultată din procedeul durificării adoptat, cuprins în general între (15...30) %, [7], rezultă necesitatea unei durităţi superficiale HB_s mai mari

$$HB_s = HB_{flanc} + (0{,}15 \ldots 0{,}30)\,HB_{flanc}.$$

Astfel, presupunînd o creştere a tenacităţii de 15 %, în cazul analizat va rezulta $HB_s = 580 + 0{,}15 \times 580 = 667$ daN/mm², ceea ce presupune realizarea unei durităţi excelente (fig. 3), corelată cu o grosime prescrisă a stratului de difuzie. În aceste condiţii va fi exploatată integral capacitatea de rezistenţă, cu un coeficient optim de utilizare a materialului.

Concluzii finale

1°. Importanţa practică a sistemului conceptual, fundamentat pe criteriul corelării tenacităţii şi durităţii, împreună cu sistemul relaţiilor de recurenţă şi de comparaţie este mult mai cuprinzătoare. Deşi teoretic sînt stabilite în condiţiile utilizării integrale a capacităţii de rezistenţă, ele au un domeniu de aplicare cuprinzător, capabil să satisfacă orice variantă parcabilă tehnologic, cît şi evitarea adoptării variantelor incompatibile procedeelor de durificare actuale.

2°. Promovarea corelării criteriului tenacitate-duritate, stimulează orientarea spre noi procedee de durificare mai eficiente, practicabile la temperaturi scăzute ($t < A_1$), cu difuzie mai profundă şi durată tehnologică mai redusă.

3.° Duritatea optimă se consideră prin gradientul durităţii avînd valoare specifică tenacităţii, geometriei şi solicitării danturii. Straturile superdure sînt inutile, putînd deveni prea fragile, şi necesitînd cheltuieli

energetice de prisos — ca și realizarea grosimilor de strat mai mari decît cele corelate.

4°. Relațiile clasice pentru determinarea capacității portante la presiunea de contact au domeniul de aplicabilitate limitat la danturile îmbunătățite, la care gradientul durității $\to 0$, (fig. 3 — curba subțire). În cazul durificării superficiale se consideră influența gradientului durității prin duritatea medie, ceea ce s-a verificat experimental în cadrul cercetărilor proprii (fig. 3 — curba îngroșată), [2], cît și prin convenții de colaborare IPB—ICTCM, [4], [6].

5°. Restrîngerea considerabilă a gamei de oțeluri utilizate — în fabricația roților dințate reprezintă o premiză a perfecționării organizării producției, pentru obținerea de noi performanțe în tehnica angrenajelor Astfel s-au acumulat argumente necesare fundamentării standardizării oțelurilor pentru fabricarea angrenajelor, [1, 2, 3, 4, 5, 8].

6°. Prezentul articol dă un răspuns argumentat și mult controversatei probleme a adîncimii optime a stratului durificat (cementare — călire) [2], [10], cît și intensității durității superficiale flancurilor roților dințate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Stere N.*, Materiale și tratamente de durificare a flancurilor roților dințate. Referat științific, catedra Org. de mașini, I.P.B., 1975.
2. *Stere, N.*, Influența nitrurării asupra capacității portante la pitting a angrenajelor cilindrice. TEZA DE DOCTORAT. București I.P.B., 1978.
3. Metoda generală pentru calculul geometric și de rezistență al angrenajelor cilindrice — TS 40 — MICM — ICTCM, București, 1979
4. *Rădulescu, Gh.*, Organe de mașini vol. II — Angrenaje cilindrice, I.P.B, 1979.
5. *Miloiu, Gh.*, Contribuții la studiul teoretic și experimental al angrenajelor cu profil în arc de cerc. TEZA DE DOCTORAT. Universitatea Brașov. 1975.
6. *Schlobach, W.*, Auswirkung unter shüldlicher Wärmebehandlungen auf die Zahnfusfestigke it von Zahnrädern. Dissertation TH Aachen, 1968.
7. DIN 3990—70 ; GOST 21354—75 ; TGL 10546—63 ; AGMA 210—02 și 220—02.
8. *Stere, N.*, Metode și procedee rapide pentru determinarea rezistenței la oboseală adaptabile roților dințate. IPB, catedra Organe de mașini, referat din 11.05.1971.

La projection des roues dentées et l'utilisation rationnelle du matériel

L'ouvrage synthétise les conceptions modernes concernant la capacité portante des engrénages. On met en relief l'influence du gradient de la durité sur la capacité portante au pitting.

En même temps, dans le but de l'utilisation complète de la capacité de résistance du matériel, on souligne le principe de la résistance égale de la section de la base du dent à la sollicitation de la flexion et celle des flancs à la pression du contact.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z. : 537.311.6 :538.652
621.3.014.8

RESONANCE PHENOMENA IN LOSSY MAGNETOSTRICTIVE TRANSDUCERS PART I. RESONANCE FREQUENCIES.

D. STANOMIR, GH. CSAPO *

The dynamical behaviour of magnetostrictive transducers taking into account internal losses is studied in this paper.

The first part contains the derivation of the formulae of the resonance frequencies. Here are defined the A type resonance frequency and the B type resonance frequency.

1. The twoport equations of magnetostrictive transducers.

It is known that magnetostrictive transducers belong to the class of transducers with magnetic field, [1], [3]. Such a transducers may be described as a hybrid twoport, i.e. a twoport having an electrical and a mechanical port.

In the case of passive transducers with no internal losses, the description is given by

$$\begin{aligned} U &= Z_e I + kV, \\ F &= -kI + Z_m V, \end{aligned} \tag{1}$$

where the following notations have been used :

— U [volt], the terminal voltage of the electrical port ;

— I [ampère], the current entering the electrical terminal where the voltage is positive ;

— F [newton], the mechanical force acting at the mechanical (moving) port ;

— V [meter per second] the velocity of the moving port (F and V have the same direction) ;

— Z_e [ohms], the partial electrical impedance, which is defined by

$$\frac{1}{Z_e} = \frac{I}{U}\bigg|_{V=0};$$

Manuscript received 31 May 1980.

* Associate Professor, Chair of Radiocommunications ; Assistant Professor, Chair of Technlogy.

(throughout the paper if we are to define a new physical quantity by a ratio then we always write the ratio of the resulting quantity (effect) and the impressed quantity (cause))

— Z_m [kilogram per second], the partial mechanical impedance, which is defined by

$$\frac{1}{Z_m} = \frac{V}{F}\bigg|_{I=0};$$

— k [newton per ampère], the electromechanical coupling coefficient, which is defined by

$$k = \frac{U}{V}\bigg|_{I=0} = -\frac{F}{I}\bigg|_{V=0}$$

Of course Z_e and Z_m are respectively the restrictions on the axis $s = j\omega$ of some positive real functions in the $s = \alpha + j\omega$ variable.

Throughout the paper we shall use capital letters when dealing with phasors or impedances.

It is worthy to point out that the equations (1) may be interpreted as follows.

a) The current I is produced by the action of the voltage U and the electromechanically induced voltage $-kV$.

b) The velocity V is produced by the impressed force F and the electromechanically induced force kI.

c) Because the twoport is described through the pair (I, V), the definition of k is either the ratio of the open circuit voltage at the electrical port and the velocity of the mechanical port (of course the ratio of the corresponding phasors) or the ratio of the exerted force on the fastened mechanical port and the current entering the electrical port.

d) The opposite signs of k in the two equations of (1) derive from the passivity condition. A more detailed discussion will be given in [5].

The fundamental property which derive from passivity and the absence of internal losses is the fact that k is a real quantity, $k \in \mathbb{R}$. On the other hand it is known that many transducers among them magnetostrictive transducers have internal losses. The phenomenon is relaxational in its intimate nature but it can be phenomenologically modelled when dealing with Fourier transforms by taking that k is no longer a real but a complex function of frequency, $k \in \mathbb{C}$. In a forthcoming paper, [5], we will show that if the coil of the transducer has no flux leakage, then the quantities Z_e and k may be written as follows

$$\begin{cases} Z_e(\omega) = j\omega L_0(\omega)\dfrac{1}{\rho}, \quad k(\omega) = k_0(\omega)\dfrac{1}{\rho}, \\ \rho(\omega) = \cos[\varphi(\omega)] + j\sin[\varphi(\omega)], \quad L_0, k_0 \in \mathbb{R}_+, \\ k_0(\omega) = |k(\omega)|, \quad \varphi(\omega) = \arg Z_e = \arg k. \end{cases} \tag{2}$$

It is assumed that L_0, k_0 and φ are functions of ω which have a slow variation.

It is naturally to call φ the internal loss angle because if we put $\varphi = 0$ we get the situation then the transducer is lossless.

If the transducer is fed at the electrical port only, i.e. $F = 0$, then eliminating V in (1) gives

$$\begin{cases} U = (Z_e + Z_M)I = Z_{et}I, \\ Z_M = \dfrac{k^2}{Z_m}, \; Z_{et} = Z_e + Z_M, \end{cases} \tag{3}$$

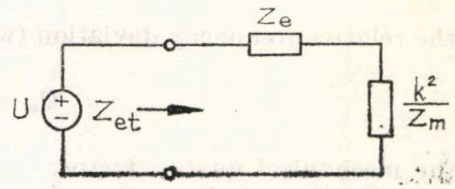


Fig. 1.

where Z_M[ohm] is called the motional electrical impedance whereas Z_{et}[ohm] is called the total electrical impedance. The representation of Z_{et} as the sum of Z_e and Z_M is given in Fig. 1.

2. The A type resonance.

For many practical purposes magnetostrictive transducers behave so that their mechanical impedance may be written as

$$\begin{cases} Z_m = R_m + j\omega M + \dfrac{1}{j\omega C_m} \\ R_m = R_{mp} + R_r, \end{cases} \tag{4}$$

where the following notations have been used

— R_m [kilogram per second], the mechanical resistance;

— R_{mp}[kilogram per second], the mechanical resistance due to mechanical friction;

— R_r [kilogram per second], the radiation resistance (we assume that the radiating area is much larger than λ^2, the square of wavelength in the surrounding medium, so that R_r can be taken to be a constant);

— M [kilogram], the mass of the transducer;

— C_m [meter per newton], the elasticity of the transducer;

Of course, a magnetostrictive transducer is a distributed parameter system. If a specified frequency band is studied, then one can derive some equivalent lumped parameter systems by energy methods. We assume that we deal with such an equivalent lumped parameter system.

We define the frequency ω_A as the frequency for which Z_m become real, i.e.

$$\omega_A = \frac{1}{\sqrt{MC_m}} \tag{5}$$

It is the partial resonance frequency of the mechanical subsystem, i.e. the resonance frequency viewed at the mechanical port when the electrical terminals are opencircuited, $I = 0$. The frequency ω_A will be taken as a reference frequency in the following discussion.

As usually, we denote by

$$\beta = (\omega/\omega_A) - (\omega_A/\omega), \tag{6}$$

the relative frequency deviation (with ω_A as reference) and

$$Q_m = \frac{M\omega_A}{R_m}, \tag{7}$$

the mechanical quality factor.

By use of the notions heretofore introduced we can express Z_{et} as follows

$$Z_{et} = j\omega L_0(\omega)e^{-j\varphi(\omega)} + \frac{k_0^2(\omega)}{R_m}\frac{e^{-j2\varphi(\omega)}}{(1+j\beta Q_m)}. \tag{8}$$

Let us define the frequency domain

$$D = \left[\omega_A - \frac{\omega_A}{Q_m},\ \omega_A + \frac{\omega_A}{Q_m}\right], \tag{9}$$

which is of interest in resonance phenomena.

If Q_m is much larger than 1 then D is a narrowband domain and if we take into account that for relaxation phenomena Z_e, k_0 and φ v, ary relatively slow as the frequency is varied then in D we can take them as constants, i.e.

$$\omega \in D \to \begin{cases} \varphi \cong \varphi(\omega_A) = \varphi_A,\ L_0(\omega) \cong L_0(\omega_A) = L_{0A} \\ k_0(\omega) \cong k_0(\omega_A) = k_{0A}. \end{cases} \tag{10}$$

Under these assumptions (which always occur in real situations) it is of interest to plot two graphics.

First, we plot the hodograph of Z_{et}, i.e. the locus of Z_{et} in the plane $Re(Z_{et})$, $Im(Z_{et})$, and obtain the form given in Fig. 2.

Secondly, we plot the modulus of Z_{et} versus frequency and obtain the form given in Fig. 3.

Now, we can point out some facts about the concept of resonance.

a) In the vicinity of ω_A, Z_M behaves as a parallel circuit viewed by an ideal twoport which introduces a phase equal to $-2\varphi_A$. If losses were absent then $\varphi_A = 0$ and Z_M would be real and maximum at $\omega = \omega_A$. But when losses occur Z_M is not real at $\omega = \omega_A$ although its modulus attains a maximum. The resonance which occurs in the vicinity of ω_A will be called the A type resonance. At ω_A, Z_{et} is given by

$$Z_{et}(\omega_A) = \omega_A L_{0A}\sin\varphi_A + j\omega_A L_{0A}\cos\varphi_A + R_{M0}(\cos 2\varphi_A - j\sin 2\varphi_A), \tag{11}$$

where $R_{M0} = k_{0A}^2/R_m$.

b) It is known that the resonance may be defined either by equating to zero the imaginary part of an impedance or checking the conditions where maxima or minima of the modulus can be attained. Let us explain how these resonance frequencies are located in our situation. We focuss

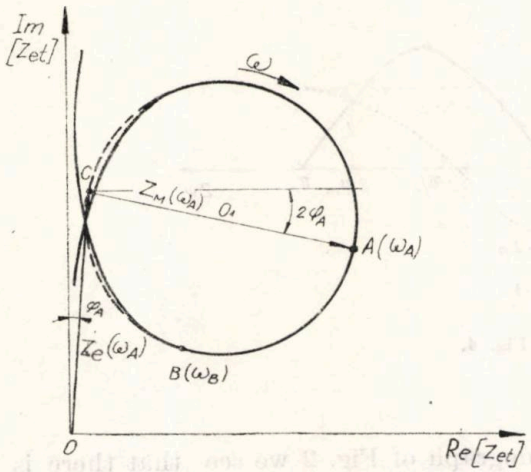


Fig. 2.

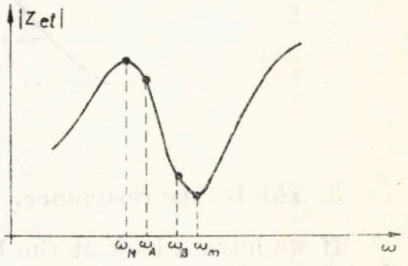


Fig. 3.

our attention on the case where $|Z_{et}|$ can attain an extremum. We denote $\operatorname{tg} \psi = \beta Q_m$ and check the extrema of the square of Z_{et}, i.e.

$$|Z_{et}|^2 = [\omega_A L_{0A} \sin \varphi_A + R_{M0} \cos \psi \cos(2\varphi_A + \psi)]^2 +$$

$$+ [\omega_A L_{0A} \cos \varphi_A - R_{M0} \cos \psi \sin(2\varphi_A + \psi)]^2. \tag{12}$$

A little algebra give us that the extrema result from the equation

$$\begin{cases} \sin 2\psi = -2p \cos(2\psi + \varphi_A), \\ p = \omega_A L_{0A}/R_{M0}. \end{cases} \tag{13}$$

It is seen that the coefficient p is just the ratio of $|Z_e(\omega_A)|$ and $|Z_M(\omega_A)|$.

The solutions can be derived from the graphical construction given in Fig. 4. (It is assumed that φ_A is at most $\pi/4$).

There exist two solutions

— ψ_M (and therefore ω_M) which corresponds to a maximum

$$\psi_M < 0, \quad [\omega_M/\omega_A - \omega_A/\omega_M]Q_m = \operatorname{tg} \psi_M \tag{14}$$

— ψ_m (and therefore ω_m) which corresponds to a minimum

$$\psi_m > 0, \quad [\omega_m/\omega_A - \omega_A/\omega_m]Q_m = \operatorname{tg} \psi_m. \tag{15}$$

The frequencies ω_M, ω_m and ω_A are plotted in Fig. 3. From the calculus so far given it is clear that we always have

$$\omega_M < \omega_A < \omega_m. \tag{15}$$

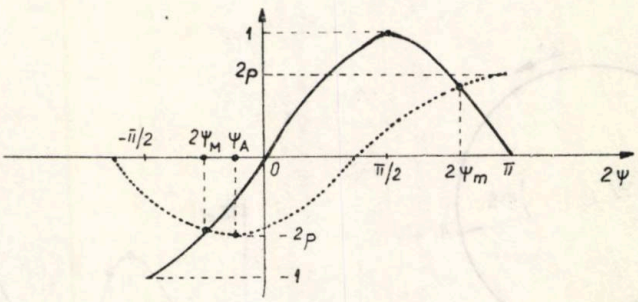


Fig. 4.

3. The B type resonance.

If we have a look at the hodograph of Fig. 2 we see that there is a frequency domain where the modulus of Z_{et} attains a minimum. Here we shall define the B type resonance. More precisely we choose the following way (a dual way to that chosen in defining the A type resonance).

We consider the total electrical impedance Z_{et}, given by (3) and take its inverse, i.e.

$$Y_{et} = (Z_e + Z_M)^{-1}. \tag{16}$$

Then we take away from Y_{et} the quantity $Y_e = Z_e^{-1}$, i.e. we try to get a parallel representation of Y_{et} by imposing that one of the impedances must be Z_e. So we write

$$Y_{et} = Y_e + Y'_M$$

and get

$$Y'_M = -\frac{k^2}{Z_e^2}\left(Z_m + \frac{k^2}{Z_e}\right)^{-1} = (Z'_M)^{-1}. \tag{17}$$

It is interesting to point out that the ratio $-k^2/Z_e^2$ is a positive real quantity, i.e.

$$-\frac{k^2}{Z_e^2} = -\frac{k_0^2 e^{-2j\varphi}}{j^2\omega^2 L_0^2 e^{-2j\varphi}} = \frac{k_0^2}{\omega^2 L_0^2} = N_0^2. \tag{18}$$

The quantity k^2/Z_e represents the reflected electrical impedance and will be denoted by Z_E.

The representation that has been obtained in this way is given in Fig. 5.

The B type resonance will be defined as the situation where $|Z'_M|$ attains a minimum or equivalently, when $Im(Z'_M)$ becomes zero.

For most real situations Q_m is much larger than the unity so that the B type resonance occurs in the vicinity of ω_A. Therefore we can take N_0 and Z_E as constants, i.e.

$$N_0(\omega)\cong N_0(\omega_A)=N_{0A}=k_{0A}(\omega_A L_{0A})^{-1},$$
$$Z_E(\omega)\cong Z_E(\omega_A)=Z_{EA}=k_{0A}^2\omega_A(L_{0A})^{-1}\times \quad (20)$$
$$\times(-\sin\varphi_A - j\cos\varphi_A)$$

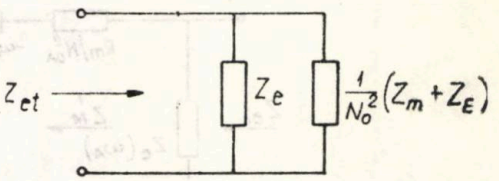


Fig. 5.

In order $|Z'_M|$ to be minimum we must have

$$Im[Z_m + Z_{EA}] = 0. \quad (21)$$

Letting as usually

$$\beta_B = (\omega_B/\omega_A) - (\omega_A/\omega_B), \quad (22)$$

(the relative deviation of ω_B with reference to ω_A) from (21) we get

$$\beta_B = \frac{k_{0A}^2 C_m}{L_{0A}}\cos\varphi_A, \quad (23)$$

i.e. we have always ($\varphi_A < \pi/2$)

$$\omega_B > \omega_A.$$

Under our assumptions β_B is much smaller than the unity so that we finally get

$$\begin{cases} \omega_B = \omega_A\left(1 + \frac{1}{2}\frac{k_{0A}^2 C_m}{L_{0A}}\cos\varphi_A\right) \\ k_{0A}^2 C_m \ll L_{0A}. \end{cases} \quad (24)$$

Let us point out some facts.

a) In the vicinity of ω_B the reflected impedance Z'_M behaves as a series circuit containing the following elements :

— a positive resistor $R'_{M1} = R_m/N_{0A}^2$,
— a reflected negative resistor $R'_{M2} = -\omega_A L_{0A}\sin\varphi_A$,
— a positive inductor $L'_M = M/N_{0A}^2$,
— a positive capacitor $C'_M = C_m N_{0A}^2$,
— a negative reactance of constant value $X'_{M2} = -\omega_A L_{0A}\cos\varphi_A$

The situation is shown in Fig. 6.

b) It is seen that ω_B is always greater than ω_A.

c) By use of (17) and (18) it turns out that the hodograph of Y'_M is no longer rotated (as Z_M does) since the rotation due to k^2 and respectively to Z_e^2 compensate each other.

c) Because $R'_M = R'_{M1} + R'_{M2}$ must always be positive (the twoport is passive) it turns out that the following inequality must hold

$$R_m > k_{0A}^2(\omega_A L_{0A})^{-1} \sin \varphi_A, \quad \sin \varphi_A < p. \tag{25}$$

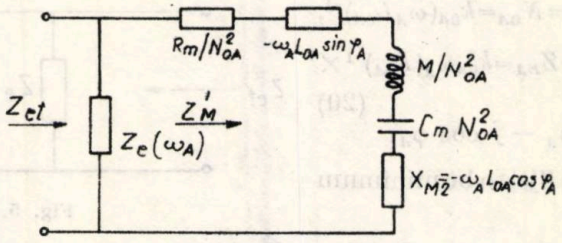


Fig. 6.

This shows that at small acoustical loads, $p < 1$, the internal angle φ_A is bounded. It is proved experimentally that the angle φ_A decreases as the load is decreased.

4. How the resonance frequencies are located.

We have so far shown that the following inequalities hold

$$\omega_M < \omega_A < \omega_m \quad \text{and} \quad \omega_A < \omega_B.$$

Now we shall show that there exists a more precise inequality

$$\omega_M < \omega_A < \omega_B \lessdot \omega_m. \tag{26}$$

The situation is shown in Fig. 3.
For (26) to be true we must show that we always have

$$\omega_B < \omega_m \text{ or } \psi_B < \psi_m. \tag{27}$$

To prove (27) we proceed as follows.
First, the equation (13) can be rewritten as

$$\operatorname{ctg} 2\psi = \frac{2p \sin \varphi_A - 1}{2p \cos \varphi_A}. \tag{28}$$

The negative solution of (28) corresponds to the maximum of $|Z_{et}|$ whereas the positive solution corresponds to the minimum of $|Z_{et}|$. The choice of the solutions depends on the sign of $2\,p \sin \varphi_A - 1$. The characteristic value that dictate the choice is

$$p_1 = (2 \sin \varphi_A)^{-1}. \tag{29}$$

Secondly, we take β_B from (23) and write the form of ψ_B:

$$\operatorname{tg} \psi_B = \beta_B Q_m = \frac{k_{0A}^2 C_m}{L_{0A}} \frac{M\omega_A}{R_m} \cos \varphi_A = \frac{\cos \varphi_A}{p}, \tag{30}$$

or

$$\operatorname{ctg} 2\psi_B = \frac{p^2 - \cos^2 \varphi_A}{2p \cos \varphi_A}. \tag{31}$$

Here we must take the positive solution. The characteristic value that dictate this choice is

$$p_2 = \cos \varphi_A. \tag{32}$$

It is easy to prove that

$$p_1 \geqslant p_2, \quad \varphi_A \in (0, \pi/2),$$

and the equality occurs for a single angle, i.e. $\varphi_A = \pi/4$.

Now, we proceed to compare ψ_m and ψ_B.
Case I; $0 < p < \cos \varphi_A \leqslant (2 \sin \varphi_A)^{-1}$.
Let us denote

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} a = \dfrac{1 - 2p \sin \varphi_A}{2p \cos \varphi_A}, \\ 2\psi_m = \pi - a, \quad a \in (0, \pi/2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} b = \dfrac{\cos^2 \varphi_A - p^2}{2p \cos \varphi_A}, \\ 2\psi_B = \pi - b, \quad b \in (0, \pi/2); \end{cases}$$

$$2\psi_m - 2\psi_B = 2(\psi_m - \psi_B) = b - a.$$

Since ctg $(\cdot)$ is a monotone decreasing function on $(0, \pi/2)$, if $x_2 > x_1$ then ctg $x_2 <$ ctg x_1 and conversely. A little algebra give us that

$$\operatorname{ctg} a - \operatorname{ctg} b = \frac{(p - \sin \varphi_A)^2}{2p \cos \varphi_A} > 0$$

which proves the inequality $\psi_B < \psi_m$.
Case II: $0 < \cos \varphi_A < p < (2 \sin \varphi_A)^{-1}$.

Let us denote

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} a = \dfrac{1 - 2p \sin \varphi_A}{2p \cos \varphi_A}, \\ 2\psi_m = \pi - a, \ a \in (0, \ \pi/2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} b = \dfrac{p^2 - \cos^2 \varphi_A}{2p \cos \varphi_A}, \\ 2\psi_B = b, \ b \in (0, \ \pi/2); \end{cases}$$

$$2\psi_m - 2\psi_B = 2(\psi_m - \psi_B) = \pi - a - b.$$

Since a and b belong to $(0, \pi/2)$, we have $\pi - a - b > 0$ which proves the inequality $\psi_B < \psi_m$.
Case III : $0 < \cos \varphi_A < (2 \sin \varphi_A)^{-1} < p$.
Let us denote

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} a = \dfrac{2p \sin \varphi_A - 1}{2p \cos \varphi_A} \\ 2\psi_m = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} b = \dfrac{p^2 - \cos^2 \varphi_A}{2p \cos \varphi_A}, \\ 2\psi_B = b; \end{cases}$$

$$2\psi_m - 2\psi_B = 2(\psi_m - \psi_B) = a - b.$$

A little algebra give us

$$\operatorname{ctg} b - \operatorname{ctg} a = \frac{(p - \sin \varphi_A)^2}{2p \cos \varphi_A} > 0,$$

which proves the inequality $\psi_B < \psi_m$.

We have presented a very general discussion pertaining to the locations of the resonance frequencies. However in most real situations the internal angle very rarely exceeds 15—20°.

Conclusions

We have discussed the resonance phenomena in lossy magnetostrictive transducers. We have defined the main resonance frequencies ω_A and ω_B and the frequencies where the modulus of Z_{et} attains extrema. We

have shown that always the following inequality holds

$$\omega_M < \omega_A < \omega_B < \omega_m.$$

At some particular values of p and φ_A some inequalities may pass into equalities.

REFERENCES

1. *Kikuchi Y.* Ultrasonic transducers. Tohoku University, Electronic Series, Corona Publishing Co., Tokio, 1969.
2. *Stanomir D.* Electroacustica. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1969.
3. *Csapo Gh.* Transductoare magnetostrictive. Referat de doctorat, Bucureşti, 1979.
4. *Meirovich L.* Elements of vibrational analysis. Mc Graw-Hill, New York, 1975.
5. *Stanomir D., Csapo Gh.* Twoport description for lossy transducers. (to be published).

Fenomene de rezonanţă în transductoarele magnetostrictive cu pierderi. Partea I. Freceventele de rezonanţă

În această primă parte a lucrării se deduc circuitele electrice echivalente care modelează funcţionarea transductorului magnetostrictiv cu pierderi precum şi modul cum sînt ordonate frecvenţele de rezonanţă caracteristice impedanţei totale şi de mişcare ale acestuia.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

TEHNOLOGIA MATERIALELOR

C.Z. : 621.77 : 534.321.9

OPTIMIZAREA PROFILULUI CONCENTRATOARELOR ULTRASONICE

N. ATANASIU *

În lucrare se descriu metode de calcul pentru determinarea profilului optim al concentratoarelor ultrasonice tip Fourier și exponențiale pentru prelucrarea prin deformare plastică la rece a materialelor metalice.

Pe baza expresiilor analitice stabilite s-au elaborat programe de calculator în limbaj Fortran care permit construirea unei game largi de concentratoare ultrasonice caracterizate printr-o bună rezistență la solicitări și randamente ridicate la mărirea amplitudinii de oscilație.

În lucrările [1], [2], [3], [4], [5], și [6] sînt descrise patru tipuri de concentratoare în trepte, exponențiale, Fourier și catenoidale, cu propagarea undelor longitudinale, folosite în diferitele procedee de prelucrare a materialelor metalice. Experimentările efectuate de autorul lucrării au permis să se constate că la prelucrarea metalelor și aliajelor metalice prin deformare plastică în cîmp ultrasonic cele mai bune rezultate se obțin cu concentratoare tip Fourier și exponențiale.

În literatura de specialitate, descrierea metodelor de calcul a acestor tipuri de concentratoare este foarte generală, fapt ce creează dificultăți proiectantului în optimizarea profilului în funcție de parametrii tehnologici. De aceea, s-au întreprins studii teoretice, corelate cu experimentările de tragere și trefilare în cîmp ultrasonic, care s-au finalizat în stabilirea unei metodologii de proiectare a unor concentratoare eficiente în mărirea amplitudinii de oscilație și rezistente la sarcini dinamice.

În realizarea acestui scop, s-a pornit de la ecuația diferențială care definește propagarea undelor plane longitudinale într-o bară cu secțiunea transversală neuniformă pe lungimea [7], [8].

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho a} \frac{\partial}{\partial x}\left(a \frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = 0 \qquad (1)$$

în care: E este modulul de elasticitate al materialului; ρ — densitatea materialului; $A(X)$ — aria secțiunii transversale; $\Phi(x,t)$ — deplasarea longitudinală la momentul t a secțiunii transversale (cu coordonata inițială x).

Manuscris predat redacției la data de 29 aprilie 1980.
* Conf. dr. ing. Catedra Tehnologia Materialelor și Sudură.

Notînd :

$$\Phi = \frac{\Phi}{l}; \quad X = \frac{x}{2}; \quad A(x) = \frac{a(x)}{a(l)}; \quad T = \frac{t}{\tau} = t\sqrt{\frac{E}{\rho l^2}}$$

în care l este lungimea concentratorului, atunci ecuația (1) va conține numai mărimi adimensionale și va căpăta forma :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} = \left\{ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \ln [A(X)] \right\} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} \tag{2}$$

Pentru rezolvarea ecuației (2) se va folosi metoda separării variabilelor căutînd soluția de forma :

$$\Phi(X, T) = U(X)\, V(T) \tag{3}$$

Din expresia (2) în care introducem (3) se obțin ecuațiile diferențiale :

$$\ddot{V} = \Lambda^2 V = 0 \tag{4}$$

$$U'' + (\ln A)' U' + \Lambda^2 U = 0 \tag{5}$$

În expresia (4) punctul înseamnă derivata în raport cu variabila T și apostroful din (5) derivata în raport cu X. Λ este o mărime adimensională ; $\Lambda = 2\pi l / \lambda$, în care λ este lungimea de undă.

Soluția generală a ecuației (4) este :

$$V(T) = V_1 \cos \Lambda T + C_2 \sin \Lambda T = e^{i\Lambda T + \psi} \tag{6}$$

unde ψ este un unghi de fază arbitrar.

Cunoscînd expresia analitică a ariei $A(X)$, prin integrarea ecuației (5) se obține :

$$U(X) = K_1 U_1(X, \Lambda) + K_2 U_2(X, \Lambda) \tag{7}$$

în care $U_1(X, \Lambda)$ și $U_2(X, \Lambda)$ sînt soluțiile liniare independente ale ecuației (5), iar K_1 și K_2 — funcții reale de Λ fiind dependente de condițiile limită.

Folosind ecuația (3) și ținînd seama de (6) și (7) se obține soluția ecuației (2) de forma :

$$\Phi(X, T) = K_1 U_1(X, \Lambda) + K_2 U_2(X, \Lambda)\, e^{i\Lambda T + \psi} \tag{8}$$

Pentru determinarea profilului concentratorului adică expresia analitică a ariei $A(X)$ s-a utilizat o cale inversă. Aceasta a însemnat găsirea unei expresii analitice pentru $U(X)$ care să verifice anumite condiții la limită ce exprimă caracteristicile cerute concentratorului și apoi din expresia (5) se determină $A(X)$

$$(\ln A') = \frac{U'' + U}{U'}. \tag{9}$$

În calculele ce urmează se vor folosi următoarele ipoteze

a) Raportul secţiunilor (diametrelor) celor două capete ale concentratorului sînt date de

$$R_A = \sqrt{\frac{A_{max}}{A_{min}}} = m \text{ sau } R_D = \frac{D_{max}}{D_{min}} \tag{10}$$

b) În concentrator se propagă numai unde longitudinale iar lungimea acestora este de ordinul $\lambda/2$.

c) La capete pantele concentratorului sînt nule : $X = 0$ şi $X = 1$, adică

$$U'(0) = 0 \tag{11}$$

$$U'(1) = 0 \tag{12}$$

d) Raportul amplitudinii vibraţiei la cele două capete se consideră egal cu $-m$ (semnul minus exprimă fazele care se opun), deci :

$$U(0) = U_0$$

$$U(1) = -mU_0 \tag{13}$$

e) Gradientul suprafeţei laterale trebuie să fie finit peste tot, adică pentru ca (9) să existe trebuie ca atunci cînd $U' \to 0$ să rezulte şi :

$$(U'' + \Lambda^2 U) \to 0 \tag{14}$$

f) Tot din ecuaţia (9) rezultă că $U'(X)$ nu trebuie să admită zerouri pentru $0 < X < 1$ cu excepţia $X = 0$ şi $X = 1$ unde poate admite zerouri simple :

g) Avînd în vedere (12) şi (13), atunci din (9) rezultă :

$$U''(0) = -\Lambda^2 U_0$$

$$U^2(1) = m\Lambda^2 U_0 \tag{15}$$

h) Dacă $U'(X) \to 0$ cînd $X = 0$ atunci şi $U'' + \Lambda^2 U \to 0$ cînd $X \to 0$; aplicînd regula lui l'Hôspital, succesiv se obţine :

$$\lim_{X \to 0} [\ln A(X)] = -\lim_{X \to 0} \frac{U'' + \Lambda U}{U'} = -\lim \frac{U''' + \Lambda^2 U'}{U''} =$$

$$= -\frac{U'''(0)}{U''(0)} \tag{16}$$

Întrucît $U''(0)$ este finit și diferit de zero (vezi 15), rezultă că pentru a avea egalitate (gradientul suprafeței să tindă la zero) este necesar să considerăm și :

$$U'''(0) = 0 \tag{17}$$

Analog pentru $X = 1$ scriem :

$$U'''(1) = 0 \tag{18}$$

Prin urmare, s-au obținut opt condiții limită distincte pentru $U(X)$, iar pentru a satisface aceste condiții se va folosi o sumă de cosinuși (prin analogie cu dezvoltarea în serie Fourier de cosinuși a unei funcții) de forma ;

$$U(X) = \alpha_0 + \alpha_1 \cos \pi X + \alpha_2 \cos 2\pi X + \alpha_3 \cos 3\pi X \tag{19}$$

care satisfac identic condițiile (12), (15) și (18). Au mai rămas patru condiții independente din care se determină coeficienții α_0, α_1, α_2 și α_3. Din :

$$U(0) = U_0$$

$$U(1) = -mU_0$$

se obține :

$$\begin{aligned} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 &= U_0 \\ \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 &= -mU_0 \end{aligned} \tag{20}$$

iar din (15)

$$\begin{aligned} \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 &= \frac{\Lambda^2}{\pi^2} U_0 \\ \alpha_1 - 4\alpha_2 + 9\alpha_3 &= \frac{m\Lambda^2}{\pi^2} U_0 \end{aligned} \tag{21}$$

Notăm $K = \Lambda/\pi$ și rezolvînd sistemul (20) și (21) se obține :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= (1 - m)(4 - K^2)\frac{U_0}{8} \\ \alpha_1 &= (1 + m)(9 - K^2)\frac{U}{16} \\ \alpha_2 &= (1 - m) K_2 \frac{U_0}{8} \\ \alpha_3 &= (1 + m)(K_2 - 1)\frac{U_0}{16} \end{aligned} \tag{22}$$

Avînd în vedere (19) și (22) se obține:

$$U(X) = \frac{U_0}{16} 2(1 - m)(u - K^2) + (1 + m)(9 - K^2)\cos \pi X +$$

$$+ 2K^2(1 - m)\cos 2X + (1 + m)(K^2 - 1)\cos 3\pi X \qquad (23)$$

Notăm cu $M = \dfrac{1 + m}{1 - m}$

Atunci din (9) în care avem în vedere (23) obținem:

$$\ln A(X)' = \pi \frac{K^2(4 - K^2) + M(9 - K^2)(K_2 - 1)\cos \pi X}{M(3 - K^2) + 2K^2 \cos X + 3M(K^2 - 1)\cos \pi X} \sin \pi X \qquad (24)$$

Notăm $\cos \pi X = t$ și $-\pi \sin X \, dX = dt$

$$\ln A(X) = -\int \frac{(4 - K^2)K^2 + M(9 - K^2)(K^2 - 1)t}{(3 - K^2)M + 2K^2 t + 3M(K^2 - 1)t^2} dt \qquad (25)$$

După discriminantul trinomului fracției de sub integrală deosebim trei cazuri:

Notăm

$$\Delta = K^4 + 3M(K^2 - 1)(K^2 - 3)$$

1. $\Delta < 0$

$$-\ln [A(X)] = \frac{K^2(3 - 2K^2)}{3\sqrt{-\Delta}} \operatorname{arc\,tg} \frac{3M(K^2 - 1) : \cos \pi X + K^2}{\sqrt{-\Delta}} -$$

$$- \operatorname{arc\,tg} \frac{3M(K^2 - 1) + K^2}{\sqrt{-\Delta}} + \frac{9 - K^2}{6} \ln [3M(K^2 - 1)\cos^2 \pi X +$$

$$+ 2K^2 \cos \pi X + M(3 - K^2)] \qquad (26)$$

2. $\Delta > 0$

$$-\ln [A(X)] = \frac{M(K^2 - 1)(9 - K^2) \dfrac{-K^2 + \sqrt{+\Delta}}{3M(K^2 - 1)} + K^2(4 - K^2)}{2\sqrt{+\Delta}} \cdot$$

$$\ln \frac{\cos \pi X - \dfrac{-K^2 + \sqrt{\Delta}}{3M(K^2 - 1)}}{1 - \dfrac{-K^2 + \sqrt{\Delta}}{3M(K^2 - 1)}} + \frac{M(K^2 - 1)(9 - K^2) \dfrac{+K^2 + \sqrt{\Delta}}{3M(K^2 - 1)} - K^2(4 - K^2)}{2\sqrt{\Delta}} \qquad (27)$$

3. $\Delta = 0$

$$-\ln [A(X)] = \frac{9-K^2}{3} \ln \left| \frac{\cos \pi X + \frac{K^2}{3M(K^2-1)}}{1 + \frac{K^2}{3M(K^2-1)}} \right| - \left[M(K^2-1)(9-K^2) \times \right.$$

$$\left. \times \left(- \frac{K^2}{3M(K^2-1)} \right) + K^2(4-K^2) \right] \left[\frac{1}{\cos \pi X + \frac{K^2}{3M(K^2-1)}} - \frac{1}{1 + \frac{K^2}{3M(K_2-1)}} \right] \tag{28}$$

În ceea ce privește profilul exponențial, acesta s-a calculat pornind de la condițiile limită din expresiile (10)...(17) în care pentru $U(X)$ s-a folosit un polinom:

$$U(X) = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2 + \alpha_3 X^3 + \alpha_4 X^4$$

Din condițiile limită rezultă

$$\begin{aligned} U(0) &= U_0 = \alpha_0 \\ U(1) &= \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 = - mU_0 \\ U'(0) &= \alpha_1 = 0 \\ U'(1) &= \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 + 4\alpha_4 = 0 \\ U''(0) &= 2\alpha_2 = - \Lambda^2 U_0 \\ U''(1) &= 2\alpha_2 + 6\alpha_3 + 12\alpha_4 = \Lambda^2 m U_0 \end{aligned} \tag{29}$$

Efectuînd calcule s-a determinat:

$$A(X) = A(0) \frac{e^{\frac{2(m^2-m-2)-3(m^2-1)X^2}{2(m-1)(7+m)}}}{(1-X)^{\frac{6(m+1)}{m(7+m)}} |(1-m)X-1|^{\frac{2m^4+9m^3-33m^3+26m-6}{m(1-m)_2(7+m)}}} \tag{29'}$$

Pe baza teoriei descrise mai sus s-au elaborat programe de calculator în limbaj Fortran pentru determinarea profilului concentratoarelor Fourier și exponențiale. În figura 1 se prezintă schema logică de calcul pentru profilul Fourier.

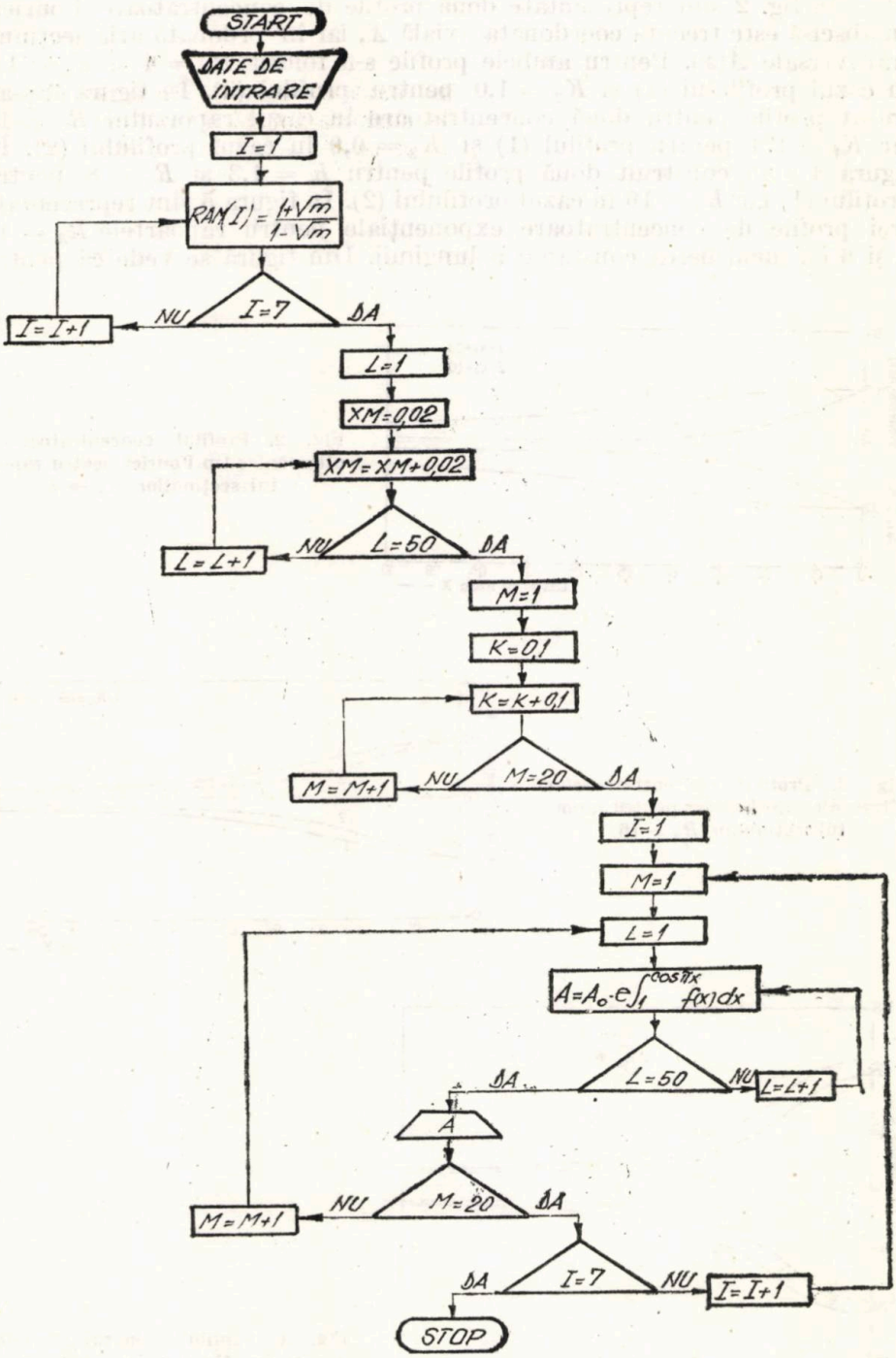


Fig. 1. Schema logică de calcul pentru concentratoare tip Fourier

În fig. 2 sînt reprezentate două profile de concentratoare Fourier. În abscisă este trecută coordonata axială X, iar în ordonată aria secțiunii transversale $A(x)$. Pentru ambele profile s-a folosit $R_A = 4$ și $K_1 = 1{,}6$ în cazul profilului (1) și $K_2 = 1{,}0$ pentru profilul (2). În figura 3 s-au trasat profile pentru două concentratoare în cazul raportului $R_A = 16$ iar $K_1 = 1{,}1$ pentru profilul (1) și $K_2 = 0{,}9$ în cazul profilului (2). În figura 4 s-au construit două profile pentru $K = 1{,}3$ și $R_A = 8$ pentru profilul (1) iar $R_A = 16$ în cazul profilului (2). În figura 5 sînt reprezentate trei profile de concentratoare exponențiale pentru rapoartele $R_A = 4$; 5 și 6 cu menținerea constantă a lungimii. Din figură se vede că pentru

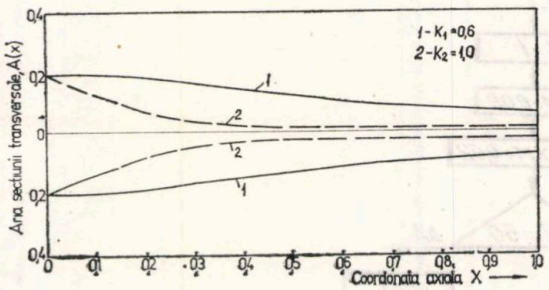


Fig. 2. Profilul concentratoarelor ultrasonice tip Fourier pentru raportul secțiunilor $R_A = 4$

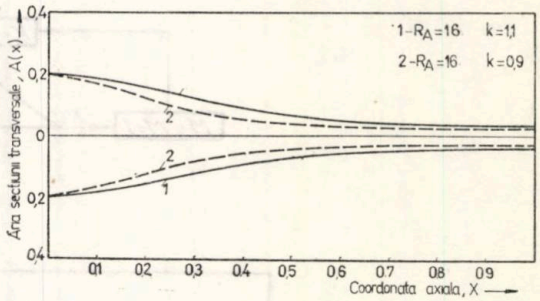


Fig. 3. Profilul concentratoarelor ultrasonice tip Fourier pentru raportul secțiunilor $R_A - 16$

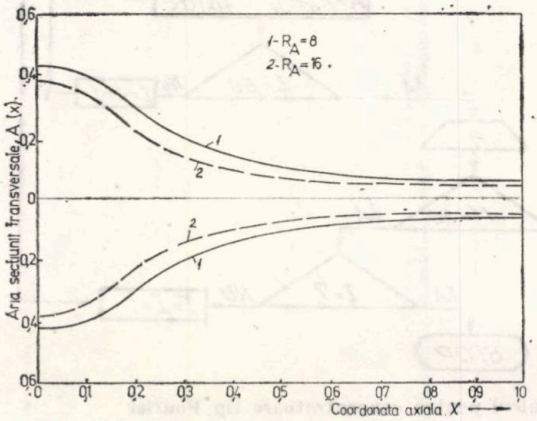


Fig. 4. Profilul concentratoarelor ultrasonice tip Fourier pentru $K = 1{,}3$ și $R_A = 8$ și 16.

fiecare raport R_A există un profil optim funcţie de lungime a concentratorului.

Din analiza profilelor concentratoarelor ultrasonice prezentate în figurile 2...5 se observă că valoarea lui K influenţează asupra profilului. Acest lucru este în concordanţă cu datele experimentale dat fiind faptul

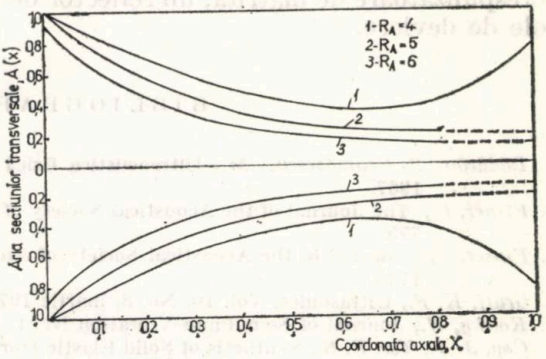


Fig. 5. Profilul concentratoarelor ultrasonice tip exponenţial pentru $R_A = 4{,}5$ şi 6

că K depinde de lungimea de undă, care la rîndul său este funcţie de natura materialului prin care se propagă ultrasunetele cum şi de lungimea totală a concentratorului.

Folosind profile optime ale concentratoarelor ultrasonice se obţin amplitudini maxime la partea activă a sculei şi funcţionarea stabilită a sistemului acustic, fapt ce duce la creşterea productivităţii muncii a maşinilor de prelucrat.

În concluzie, teoria descrisă şi programele de calculator elaborate permit construirea unei game largi de concentratoare pentru valori optime ale rapoartelor R_A şi a lui K care pot fi utilizate la diferite procedee de prelucrare cu ultrasunete cum ar fi: găurirea, ştanţarea, tragerea, extruziunea şi altele. De asemenea, programele de calcuator permit determinarea tensiunilor din fiecare profil de concentrator cum şi a deplasărilor pentru a cunoaşte punctele de viteză nulă de-a lungul concentratorului. Acest lucru serveşte la fixarea sistemului acustic pe instalaţia mecanică cu pierderi minime de energie ultrasonică.

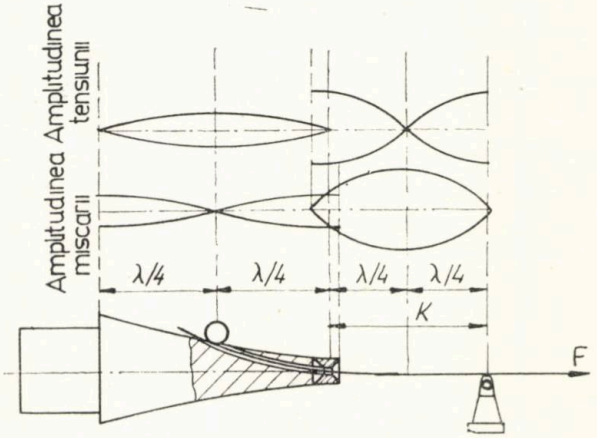


Fig. 6. Montajul concentrator — matriţa — rola de deviere pentru trefilarea sîrmelor cu distribuţia amplitudinii mişcării şi tensiunii.

În fig. 6 s-a reprezentat montajul folosit la trefilarea sîrmelor în cîmp ultrasonic precum și distribuția amplitudinii de mișcare și de tensiune în funcție de lungimea de acordare. Prin fixarea matriței la partea frontală a concentratorului se produce o amortizare excesivă a oscilațiilor ultrasonice. Pentru a înlătura acest neajuns s-a prevăzut, la o distanță corespunzătoare de matriță, un reflector de unde staționare sub forma unei role de deviere.

BIBLIOGRAFIE

1. *Bădărău, R, Grumăzescu, M.*, Ultraacustica fizică și tehnică, Editura tehnică, București 1967.
2. *Fisner, F.*, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 40, No 4., 1966, p. 773—775.
3. *Finser, E.*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 41, No. 4, 1967, p. 1126—1146.
4. *Graff, K. F.*, Ultrasonics, Vol. 10, No. 3, martie 1972, p. 77—83.
5. *Kolsky, H.*, Journal of Sound and Vibration Nr. 1, 1969, p. 88—96.
6. *Coy, J. J., Tse, F. S.*, Synthesis of Solid Elastic Horns, Journal of Enginering for Industry, May 1974, p. 677—632.
7. *Branch, E. M.*, The Journal of the Acoustical Society of America, No. 53, noiembrie 1973, p. 112—119.
8. *Atanasiu N.* Cercetări privind influența ultrasunetelor asupra comportării la deformare a metalelor și aliajelor și asupra proprietăților semificabricatelor dedeformate Teza de doctorat (1975).

The Shape Optimization of the Ultrasonic Concentrations

The paper described the methods of calculus for the determination of the optimum shape of the ultrasonic concentrators. Fourier and exponential type for certain cold metal working processes.

On the basis of analytical expressions a computer programme was elaborated in order to design a large range of the ultrasonic concentrators having a good toughness and high efficiency.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

RECENZIE

C.Z.519.212.3

LUIS A. SANTALÓ

INTEGRAL GEOMETRY AND GEOMETRIC PROBABILITY.

Encyclopedia of mathematics and its application. Addison-Wesley Publishing Company Massachusetts 1976

În cartea de geometrie integrală și probabilități geometrice scrisă de Luis A. Santaló se dau principalele rezultate obținute în această ramură a geometriei moderne.

Lucrarea respectivă cuprinde patru părți: geometria integrală în planul euclidian, geometrie integrală generală, geometrie integrală în spațiul euclidian cu n dimensiuni E_n și geometrie integrală în spații cu curbură constantă.

Partea întîia, cea mai dezvoltată, tratată elementar, bine sistematizată, foarte accesibilă, cuprinde capitolele: mulțimi convexe în plan, mulțimi de puncte și procese Poisson în plan, mulțimi de linii în plan, perechi de puncte și perechi de linii, mulțimi de benzi în plan, grupul de mișcări în plan, densitate cinematică, formulele lui Poincaré și Blaschke, latice de figuri,

Măsura mulțimilor de puncte din plan este astfel introdusă, ca ea să posede proprietatea de a fi invariantă în raport cu grupul de mișcări al planului.

După introducerea măsurii pentru mulțimi de drepte din plan, se obțin aplicații pentru mulțimea dreptelor care intersectează o mulțime convexă sau o curbă, mulțimea de drepte care separă sau intersectează două mulțimi convexe (formulele lui Silvester), invarianța acestor măsuri în optica geometrică (reflecție și refracție).

Bazîndu-se pe principiile clasice și moderne ale teoriei probabilităților se introduc măsuri elementare pentru seturi de elemente independente: perechi de puncte, perechi de drepte, perechi de puncte și drepte iar ca aplicații se obțin diverse formule integrale date de Crofton, Blaschke, Santaló, Hadwiger, Miles, Steinhaus, Sulanke, Pleijel, Birkhoff, Feller, Nagy, J. Green, Rény, Sylvester ș.a.

Ca aplicație a măsurii pentru benzile din planul euclidian se generalizează prima problemă de probabilități geometrice, problema lui Buffon.

În baza rezultatelor lui H. Poincaré, pentru măsura pozițiilor unei mulțimi de figuri plane congruente, se introduce noțiunea de măsură cinematică care conduce la foarte multe rezultate deosebit de interesante.

Se dă o nouă demonstrație pentru formula integrală, care dă măsura mulțimilor convexe congruente, care intersectează o mulțime convexă dată. Acest rezultat a fost obținut de către Santaló încă din anul 1935, pe baza căruia W. Blaschke obține o formulă fundamentală referitoare la curbura totală a unei curbe închise și a unui domeniu plan, care după cum se știe este legată de așa zisa caracteristică a lui Euler-Poincaré.

Tot aici se dă formula lui Poincaré referitoare la măsura cinematică a mulțimii curbelor congruente din plan care intersectează o curbă fixă dată.

Rezultatele obținute se referă la lucrările lui Santaló, Blaschke, Poincaré, Minkovski, Hadwiger, Bonnesen, Miles, R. Guter, Fujiwara, Cakerian.

Partea a doua cuprinde : forme diferențiale și grupuri Lie, densități și măsuri în spații omogene, grupul afin, grupul de mișcări în E_n.

Această parte este tratată la un nivel superior și are la bază măsurabilitatea grupurilor Lie, fiind indicate și contribuțiile aduse la rezolvarea acestei probleme în principal de către G. Vrănceanu.

De asemenea se dau unele rezultate obținute de Santaló, Deltheil, Blaschke, E. Cartan, Minkovski, Busemann, Petkantschin, Miles, Hlawka, Varga, Lucenko, Groemer ș.a.

Partea a treia cuprinde capitolele : mulțimi convexe în E_n, subspații liniare, mulțimi convexe, varietăți compacte, densitate cinematică în E_n, aplicații geometrice și statistice, steorologie.

Aici sînt date formulele integrale obținute de Santaló, Hadwiger, Călugăreanu, Kubota, Cauchy, Crofton, Steiner, Banchoff, Pohl, A. G. Walters, Ambarcumjan, Chakerian, Federer, Favard, Kurita, Brothers, Wicksell ș.a.

Se demonstrează și formula fundamentală cinematică a lui S. S. Chern. Numeroase aplicații se dau în spațiul euclidian cu trei dimensiuni ; autorul remarcă unele rezultate obținute de școala românească de geometrie integrală.

Ultima parte cuprinde capitolele : geometrie integrală neeuclidiană, formula lui Crofton și formula cinematică fundamentală în spații neeuclidiene, forme diferențiale și calcul exterior.

În această parte se demonstrează formulele lui Gauss-Bonnet, Crofton, Santaló, Steiner, Miles, J. P. Fillmore ș.a. Se dau elemente de geometrie integrală în spații complexe și elemente de geometrie integrală în sensul lui Gelfand.

La sfîrșitul fiecăruia din cele 19 capitole ale lucrării se dau numeroase și interesante aplicații precum și o bibliografie extrem de bogată.

Autorul acestei cărți Luis A. Santaló este considerat cel mai mare specialist în geometria integrală, de peste 40 de ani avînd contribuții fundamentale în acest domeniu.

Cartea este deosebit de utilă matematicienilor, fizicienilor și în special celor care se ocupă cu geometria și probabilitățile geometrice.

Prin conținutul său cartea constituie deja o bază pentru dezvoltarea ulterioară a geometriei stohastice.

Lector ing. dr. DUMITRU FILIPESCU

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XLII — 1980, Numărul 4
SERIA MECANICĂ

CUPRINSUL SERIEI MECANICĂ PE ANUL 1980

MATEMATICĂ

Gh. Th. Gheorghiu, Eleonora Marcu. Des propriétés des fonctions holomorphes nonholonomes nr. 1, pag. 3
Ana Niță. Ultraproduse ale unor clase de inele. nr. 1, pag. 13
Elena Deciu. On the Cardinal Number and on the Structure of the Set of All Subrings of the Rational Numbers Field. nr. 2, pag. 3
P. Balea. Studiul proceselor de așteptare folosind conceptul de populație aleatoare. nr. 2, pag. 9
С. Г. Христова, Д. Д. Байнов. О Глобально ограниченных решений одного класса интегродифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. nr. 3. pag. 3
Elisabeta Vasilescu. Model matematic pentru sinteza bipozițională a multipletei spațiale cu bare și roți dințate. nr. 3, pag. 9
Ecaterina Cioară. Asupra unor noi algoritmi de clasificare dinamică și aplicații în practică. nr. 3, pag. 19
Odetta Mălăncioiu. Asupra proceselor markoviene discrete. nr. 4, pag. 3
A. Stan, Tatiana Stănășilă. Quelques aspects concernant le degré de gêne du bruit produit par le trafic routier. nr. 4, pag. 9

MECANICĂ

I. Roșca, I. Chelemen. Studiul numeric al procesului de lucru al tocătorului-aruncător cu cuțite elicoidale cu profil curb de la combinele de recoltat furaje. nr. 1, pag. 19
Șt. Staicu. Ecoulement supersonique anti-symétrique autour de l'aile delta avec détachement du courant aux bords. nr. 1, pag. 29
I. Roșca. Studiu comparativ și algoritm de calcul al deplasărilor într-un cilindru de lungime infinită solicitat de un cîmp de temperaturi axial simetric. nr. 2, pag. 17
Șt. Staicu. Etude du choc par des méthodes énérgétiques. nr. 2, pag. 25
V. I. Komendant, V. V. Ajder. Contribuții la studiul coeficientului de frecare la mișcarea rectilinie alternativă. nr. 2, pag. 33
Șt. Staicu. Sur le choc du solide à appui. nr. 3, pag. 33
P. Bratu. Influența rigidității terenului asupra pulsațiilor proprii ale sistemului mașină-teren în cazul compactoarelor vibratoare autopropulsate. nr. 3, pag. 47
R. Voinea, F. Simion. Cercetări privind comportarea la vibrații a mașinilor-unelte. nr. 4, pag. 15

TERMOTEHNICA

Marieta Grigoriu, Stanca Trifan, S. Petrescu, V. Radcenco. Instalație frigorifică periodică cu absorbție, utilizînd energia solară. nr. 4, pag. 27.

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

N. Apostolescu, T. Turcoiu. Influența neuniformității debitării combustibilului asupra emisiei de oxid de azot a motorului cu aprindere prin comprimare. nr. 1, pag. 39
Gh. Zătreanu. Unele rezultate ale calculului proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru, la motorul cu ardere internă. nr. 1, pag. 49
M. G. Popa, L. Drăgușan, M. Iacomi. Unele aspecte ale recirculării de gaze calde de evacuare la motorul D—115 în cazul alimentării cu metanol. nr. 1, pag. 59

N. Negurescu, C. Pană, D. Cuciuc. Cercetări privind posibilitățile utilizării benzinei de cifră octanică scăzută la autoturismul Dacia. nr. 1, pag. 65
N. Apostolescu. Un model de calcul al formării amestecului în motorul cu aprindere prin comprimare și injecție directă. nr. 2, pag. 39
M. Soiman, B. Grünwald. Cercetarea experimentală a schimbului de gaze la motoarele cu ardere internă. nr. 2, pag. 51
D. Taraza, G. Grama. Unele aspecte privind aparatura de investigație a proceselor de lucru din cilindrii motoarelor cu ardere internă. nr. 2, pag. 65
B. Grünwald. Determinarea vitezei echivalente a mișcărilor gazelor din cilindrul motorului cu ardere internă. nr. 3, pag. 57
C. Pană, N. Negurescu, M. Popa. Unele aspecte ale dinamicii sistemului de distribuție la motoarele cu ardere internă cu faze de distribuție variabile, nr. 3, pag. 73
B. Grünwald, Nguyen Van Lap. Calculul traiectoriei jetului de combustibil într-un curent de aer cu mișcare de vîrtej. nr. 4, pag. 41

CAZANE

C. Neaga. Influența conținutului de steril asupra timpului de ardere a particulei de șist bituminos. nr. 3, pag. 81
C. Nega. Dinamica arderii particulei de lignit cu considerarea degajării și arderii substanțelor volatile. nr. 4, pag. 51

AERONAVE

P. V. Marinescu. O metodă pentru determinarea profilelor de viteză și temperatură în curgerea jetului liber incompresibil. nr. 1, pag. 73
V. Stanciu. Corelația dintre distribuția de viteze axiale și profilul canalului de lucru al unui compresor axial subsonic. nr. 1, pag. 85
D. Rugescu. Determinarea presiunii în motoare rachetă pentru obținerea unui plafon maxim. nr. 2, pag. 73
V. Stanciu. Studiu calitativ și cantitativ al amorsării curgerii supersonice prin rețele de palete. nr. 2, pag. 81
V. Stanciu. Asupra unei metode de calcul a caracteristicii dispozitivelor de admisie supersonice plane, de tip Pitot. nr. 4, pag. 61

REZISTENȚA MATERIALELOR

M. Radeș. On the Effect of Bearing Damping on Critical Speeds of Flexible Rotors. nr. 3, pag. 101

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

A. Vlase, M. Minca, Gh. Amza. O metodă rapidă de determinare a vitezei de așchiere la găurirea oțelurilor inoxidabile. nr. 1, pag. 97
C. Dumitraș, C. Militaru. Contribuții privind stabilirea ecuației pentru calculul secțiunii transversale reale a așchiei. nr. 2, pag. 97
D. Drimer, Gh. Csapo. L'optimisation de la forme géométrique des transducteurs ultrasoniques magnétostrictifs de puissance. nr. 3, pag. 89
F. Drăgănescu, Gh. Sindilă, Gh. Zgură. Studiul influenței jocului dintre poanson și placa activă asupra calității pieselor ștanțate. nr. 4, pag. 67
D. Stanomir, Gh. Csapo. Resonance Phenomena in Lossy Magnetostrictive transducers. I. Resonance Frequencies. nr. 4, pag. 83
N. Stere. Proiectarea roților dințate și utilizarea rațională a materialului. nr. 4, pag. 73.

MAȘINI UNELTE ȘI SCULE

Al. C. Dorin, I. Marinescu. Stabilirea caracteristicilor mașinilor de rectificat plan cu discuri diamantate. nr. 2, pag. 87

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu, Ecaterina Cioară. Proiectarea tehnologiei de tragere a țevilor cu ultrasunete, asistată de calculator numeric. nr. 1, pag. 103
N. Atanasiu. Optimizarea profilului concentratoarelor ultrasonice. nr. 4, pag. 95

HIDRAULICĂ

D. Robescu. Influența prerotației asupra performanțelor energetice și hidraulice ale pompelor centrifuge. nr. 2, pag. 107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

INDEX ALFABETIC PE AUTORI

Ajder V. V., *2*, pg. 33
Amza Gh., *1*, pg. 97
Apostolescu N., *1*, pg. 39 ; *2*, pg. 39
Atanasiu N., *1*, pg. 103 ; *4*, pg. 95
Bainov D. D.. *3*, pg. 3
Balea P., *2*, pg. 9
Bratu P., *3*, pg. 47
Chelemen I., *1*, pg. 19
Cioară Ecaterina, *1*, pg. 103 ; *3*, pg. 19
Csapo D., *3*, pg. 89 ; *4*, pg. 83
Cuciuc D., *1*, pg. 65
Deciu Elena, *2*, pg. 3
Dorin Al. C., *2*, pg. 87
Drăgănescu F., *4*, pg. 67
Drăguțan L., *1*, pg. 59
Drimer D., *3*, pg. 89
Dumitraș C., *2*, pg. 97
Gheorghiu Gh. Th., *1*, pg. 3
Grama G., *2*, pg. 65
Grigoriu Marieta, *4*, pg. 27
Grünwald B., *2*, pg. 51 ; *3*, pg. 57 ; *4*, pg. 41
Hristova S. G., *3*, pg. 3
Iacomi M., *1*, pg. 59
Komendant V. I., *2*, pg. 33
Marcu Eleonora, *1*, pg. 3
Marinescu I., *2*, pg. 87
Marinescu P. V., *1*, pg. 73
Mălăncioiu Odetta, *4*, pg. 3
Militaru C., *2*, pg. 97
Minca M., *1*, pg. 97
Neaga C., *3*, pg. 81 ; *4*, pg. 51
Negurescu N., *1*, pg. 65 ; *3*, pg. 73
Niță Ana, *1*, pg. 13
Pană C., *1*, pg. 65 ; *3*, pg. 73
Petrescu S., *4*, pg. 27
Popa M. G., *1*, pg. 59 ; *3*, pg. 73
Radcenco V., *4*, pg. 27
Radeș M., *3*, pg. 101
Robescu D., *2*, p. 107

Roșca I., *1*, pg. 19; *2*, pg. 17
Rugescu D., *2*, pg. 73
Simion F., *4*, pg. 15
Sindilă Gh., *4*, pg. 67
Stan A., *4*, pg. 9
Staicu Șt., *1*, pg. 29; *2*, pg. 25; *3*, pg. 33
Stanciu V., *1*, pg. 85; *2*, pg. 81; *4* pg. 61
Stanomir D., *4*, pg. 83
Stănășilă Tatiana, *4*, pg. 9
Stere N., *4*, pg. 73
Soiman M., *2*, pg. 51
Taraza D., *2*, pg. 65
Trifan Stanca, *4*, pg. 27
Turcoiu T., *1*, pg. 39
Van Lap Nguyen, *4*, g. 41
Vasilescu Elisabeta, *3*, pg. 9
Vlase A., *1*, pg. 97
Voinea R., *4*, pg. 15
Zătreanu Gh., *1*, pg. 49
Zgură Gh., *4*, pg. 67

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN ANUL 1980

Marcel Stere — Contribuții la analiza structurilor folosind metoda relaxării dinamice. (11.I.1980)
Ștefan Ispas — Studiul fenomenelor de răcire ale rețelei de palete mobile a turbinei. (11.I.1980)
Teodor Gheorghe I. Ionescu — Contribuții la analiza și sinteza mecanismelor de acționare a boghiurilor la locomotivele Diesel-hidraulice de cale îngustă și de cale normală. (18.I.1980)
Jousef Jadalah Yassen — Contribuții la ridicarea preciziei mecanismelor cu elemente rigide din aparatele de măsurat și de calcul. (19.I.1980)
Mircea Bucruiană — Efectul grupului motopropulsor asupra solicitărilor dinamice ale structurii aripii de avion. (14.III.1980)
Victor Chiujdea — Contribuții teoretice și experimentale la prelucrarea electrochimică a paletelor de turbine. (25.III.1980)
Elena Alămoreanu — Contribuții la studiul sistemelor de conducte supuse la solicitări mecanice și variații de temperatură. (22.IV.1980)
Grigore P. Strbu — Contribuții la studiul frînelor cu saboți pt. mașini de ridicat îndeosebi sub aspectul optimizării dimensionale în raport cu comportarea termică. (25.IV.1980)
Dan Mihail Lazăr — Contribuție la studiul curgerii și uzării etanșărilor axiale cu inel de alunecare. (25.IV.1980)
Sergiu Ivancenco — Contribuții asupra îmbunătățirii capacității de încărcare a cuzineților metaloceramici poroși, impregnați cu ulei funcționînd în regim autolubrifiant. (29.IV.1980)
Mircea Dumbravă — Studiul curgerii în lagărele hidrostatice cu deosebire în regim funcțional tranzitoriu. 29.IV.1980)
Nicolae Alexandrescu — Studiul și îmbunătățirea performanțelor elementelor logice fluidice. (22.V.1980)
Nicolae Drăghici — Contribuții la studiul proceselor din mașinile frigorifice cu absorbție în medii solide. (30.V.1980)
Georgeta Cucuianu — Contribuții la studiul tehnologiilor de prelucrare electrochimică a materialelor metalice. (19.VI.1980)
Nguyen Duc Chan — Analiza dinamică a mecanismelor cu bare de elasticitate longitudinală redusă. (25.VI.1980)
Constantin Pană — Îmbunătățirea funcționării motoarelor cu ardere internă prin utilizarea distribuției variabile. (26.VI.1980)
Nicolae Negurescu — Cercetări în legătură cu alimentarea motoarelor cu aprindere prin scînteie cu hidrogen. (27.VI.1980)
Laurențiu Moisin — Contribuții la îmbunătățirea prelucrării electronice a informației în spectrometria neutronilor rapizi utilizînd contori cu protoni de recul (10.X.1980)
Andrei Brunfeld — Contribuții la studiul sistemelor de măsurare precisă a deplasării organelor mobile ale mașinilor unelte cu comandă program numerică. (16.X.1980)
Nedelcu Ciocianu — Cercetări privind reglarea cu sisteme hidrostatice a debitului de alimentare la autocombine. (1.XI.1980)
Gheorghe Oprescu — Contribuții privind studiul influenței erorilor frezelor-melc. Modul asupra preciziei de prelucrare a roților dințate. (12.XI. 1980)
Lucian Mihăescu — Contribuții asupra influenței parametrilor constructivi și funcționali ai arzătoarelor de combustibil solid pulverizat asupra arderii în focarele cazanelor de abur. (16.XII. 1980)
Constantin Stroe — Contribuții la prelucrarea agrenajelor conice cu dinți curbi (16.XII.1980)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, il primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1982 FEB 18

Lei 20